

слоя с резким изменением граничных условий // Турбулентные течения.— М.: Наука, 1977.

4. Котляр Я. М., Совершенный В. Д., Стриженов Д. С. Методы и задачи тепломассообмена.— М.: Машиностроение, 1987.
5. Ковалев В. Л., Крушов А. А. Многокомпонентный химически реагирующий турбулентный вязкий ударный слой у каталитической поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1989.— № 2.
6. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М.: Наука, 1964.

г. Москва

Поступила 19/VI 1990 г.,
в окончательном варианте — 9/X 1991 г.

УДК 532.517.4 : 536.253

В. А. Андрущенко, А. А. Горбунов, М. В. Мещеряков,
Л. А. Чудов

ЦИРКУЛЯЦИОННЫЕ И СТРУЙНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ПОДЪЕМЕ ДВУХ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ТЕРМИКОВ

Изучение динамики крупномасштабных вихрей и термик в атмосфере имеет важное значение для разнообразных приложений в метеорологии, экологии, теории горения и взрыва. Закономерности подъема одиночных объектов достаточно полно исследованы (см., в частности, [1—5]), гораздо менее изучены закономерности подъема и взаимодействия парных образований [6—10]. В предлагаемой работе численно исследованы взаимодействие двух крупномасштабных термик, разнесенных по вертикали (двумерная задача) и по горизонтали (трехмерная), и формирование ими воздушных потоков в атмосфере Земли.

1. Постановка задачи. Рассмотрим взаимодействие пары термик. Не вдаваясь в подробности механизма их возникновения, предположим, что в атмосфере в некоторый момент времени $t = 0$ образовались два равных шарообразных объема газа радиуса R'_0 , заполненных нагретым газом. Пусть температура газа в каждом из них подчиняется закону

$$T' = T'_S + \sum_{i=1}^2 (T'_S - T_0) \exp[-(bR'_i/R'_0)^2],$$

где R'_i — расстояние от центра соответствующего термика; T'_S — температура газа в их центрах; $T_0 = T_a(z = 0)$ (индекс a здесь и ниже обозначает параметры стандартной атмосферы [11]). Газ в начальный момент считается неподвижным: $\mathbf{v} = 0$, а его давление всюду равно невозмущенному атмосферному $p' = p_a(z)$. Пусть $H'_1 = R'_0$ — высота центра одного из термик над поверхностью, L' — расстояние между центрами пары; тогда при разведении по горизонтали высота центра второго термика $H'_2 = H'_1 = R'_0$, а по вертикали — $H'_2 = H'_1 + L'$.

Исходная система уравнений в безразмерных переменных имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\gamma M^2 \rho} \nabla p + \mathbf{G} + \frac{1}{\text{Re } \rho} \left[\Delta \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla (\text{div } \mathbf{v}) \right],$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\gamma p \text{ div } \mathbf{v} + \frac{\dot{\gamma}}{\text{Re } \text{Pr}} \Delta T,$$

$$\frac{dT}{dt} = -(\gamma - 1) T \text{ div } \mathbf{v} + \frac{\gamma}{\text{Re } \text{Pr } \rho} \Delta T, \quad p = \rho T, \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla),$$

где \mathbf{v} — скорость; ρ — плотность; p — давление; T — температура; \mathbf{G} — единичный вектор в направлении силы тяжести.

© В. А. Андрущенко, А. А. Горбунов, М. В. Мещеряков, Л. А. Чудов, 1993

При введении безразмерных переменных в качестве масштабов использовались: высота однородной атмосферы Δ , время $\sqrt{\Delta/g}$, скорость $\sqrt{\Delta g}$, плотность $\rho_0 = \rho_a(0)$, температура $T_0 = T_a(0)$ и давление $p_0 = p_a(0)$ у поверхности Земли.

При таком выборе масштабов течение (см. начальные условия и систему уравнений (1.1)) описывается определяющими параметрами:

$$(1.2) \quad R_0 = R'_0/\Delta, H_1 = H'_1/\Delta, L = L'/\Delta, T_S = T'_S/T_0, \\ M = (\Delta g/\gamma R^0 T_0)^{1/2}, \text{Re} = \Delta \sqrt{\Delta g \rho_0}/\mu, \text{Pr} = \mu c_p/\lambda, \gamma.$$

Завершая математическую постановку задачи, приведем граничные условия. В осесимметричном случае (термики расположены на одной вертикали, а счетная область — прямоугольник с подвижными верхней и правой границами: $G = \{0 \leq r \leq f_+(t), 0 \leq z \leq \psi_+(t)\}$) граничные условия следующие:

$$(1.3) \quad r = f_+(t): u = \partial w/\partial r = 0, p = p_a(z), T = T_a(z); \\ r = 0: u = \partial w/\partial r = \partial p/\partial r = \partial T/\partial r = 0; \\ z = \psi_+(t): \partial u/\partial z = w = 0, p = p_a(\psi_+), T = T_a(\psi_+); \\ z = 0: u = w = 0, \partial T/\partial z = 0.$$

В пространственном случае (термики расположены на одной горизонтали, а счетная область — прямоугольный параллелепипед с подвижными верхней и боковыми границами (здесь учитывается, что вертикальная плоскость $y = 0$, проходящая через центры обоих термик, является плоскостью симметрии): $V = \{f_-(t) \leq x \leq f_+(t), 0 \leq y \leq \varphi_+(t), 0 \leq z \leq \psi_+(t)\}$) граничные условия имеют вид

$$(1.4) \quad x = f_{\pm}(t): u = \partial v/\partial x = \partial w/\partial x = 0, p = p_a(z), T = T_a(z); \\ y = 0: v = \partial u/\partial y = \partial w/\partial y = \partial p/\partial y = \partial T/\partial y = 0; \\ y = \varphi_-(t): \partial u/\partial y = v = \partial w/\partial y = 0, p = p_a(z), T = T_a(z); \\ z = \psi_+(t): \partial u/\partial z = \partial v/\partial z = w = 0, p = p_a(\psi_+), T = T_a(\psi_+); \\ z = 0: u = v = w = 0, \partial T/\partial z = 0.$$

2. Методика расчета. Численное решение поставленных выше задач проводится при помощи явной трехшаговой схемы с расщеплением по физическим процессам. Дискретизация осуществляется следующим образом. На первом шаге исходная система дифференциальных уравнений (1.4) за вычетом диссипативных членов аппроксимируется на промежуточном по времени слое разностными уравнениями с использованием схемы Лакса. На втором шаге искомые функции для тех же уравнений находятся на верхнем по времени слое при помощи схемы «крест». На третьем (завершающем) этапе вычислений производится учет диссипативных членов.

Расчет трехмерных задач проводился на достаточно подробных сетках: от $33 \times 16 \times 75$ (39600 узлов) до $103 \times 16 \times 75$ (123600 узлов) на векторно-конвейерном комплексе, состоящем из основного компьютера ЕС-1055М и присоединенного процессора МАМО (см. [12]). Применение векторно-конвейерной ЭВМ (при векторизации алгоритма и программы) позволило добиться десятикратного ускорения счета. Контроль точности результатов проводился проверкой выполнения законов сохранения.

Тестирование методики осуществлялось с помощью расчета известной осесимметричной задачи о подъеме крупномасштабного термика в атмосфере Земли, путем сравнения результатов расчетов, полученных по трех- и двумерной методикам. Рассматривается термик с параметрами: $R'_0 = H'_1 = 0,17\Delta$, $T'_S = 12,3T_0$, $M = 0,2$, $\text{Re} = 10^3$, $\text{Pr} = 1$, $\gamma = 1,4$. Тестовые расчеты показали, что максимальные отклонения искомых функций невелики (рис. 1, где для момента времени $t = 4,1$ (743 слой по времени) приведены распределения температуры $T(z)$, давления $p(z)$ и вер-

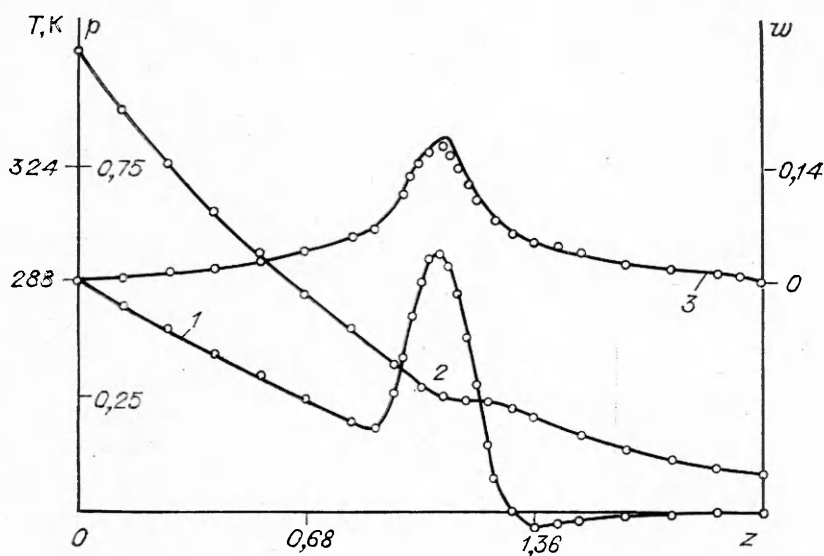


Рис. 1

тикальной компоненты скорости $w(z)$ (линии 1—3) по оси симметрии термика, полученные в ходе трехмерных (сплошные кривые) и двумерных (кружки) расчетов). Значения $T(z)$ и $p(z)$ практически совпадают, а отклонения $w(z)$ не превышают 7 %.

3. Подъем и взаимодействие пары коаксиальных термиков. Рассмотрим закономерности подъема и взаимодействия двух термиков, расположенных на одной вертикальной оси. В этом случае к определяющим параметрам тестовой задачи о всплывании одиночного термика добавляется параметр $H_2 = H_1 + L$. Параметр L варьируется в диапазоне от $2 R_0$ до $3 R_0$.

Примерно до $t = 0,34$ взаимодействие между верхним и нижним термиками в рассматриваемом диапазоне изменения L слабое, и они всплывают как соответствующие одиночные аналоги. Далее, формирующиеся вихревые структуры начинают взаимодействовать; на этом этапе эволюции нижний термик меняет асимптотику движения — он поднимается не по закону $Z \sim t^{1/2}$ как одиночный объект, а по закону $Z \sim t^2$, быстро нагоняя верхний термик (впервые такое изменение асимптотики было отмечено в [13]). Это хорошо видно на рис. 2, где кривые 1, 2 представляют высоты подъема пары термиков в зависимости от времени и отвечают $L = 2 R_0$ и $3 R_0$. Догон нижним термиком верхнего для $L = 2 R_0$ реализуется при $t \approx 0,72$, причем, так как к этому моменту времени вихревые кольца не успевают полностью сформироваться, взаимодействие носит характер слияния в единое образование.

Для $L = 3 R_0$ взаимодействие происходит по-иному. К моменту $t = 0,72$ происходит трансформация обоих термиков в вихревые кольца с несколько перекошенными эллиптическими сечениями, после чего взаимное влияние резко усиливается, что приводит к заметному торможению верхнего и ускорению нижнего кольца на временном отрезке от 0,72 до 1,45 (кривая 2 на рис. 2). Постепенно в результате взаимодействия радиус верхнего вихревого кольца увеличивается, и оно принимает в сечении круговую форму, а нижнего уменьшается, и оно, сильно вытянувшись вдоль оси симметрии, представляет собой вихревую структуру с двумя ядрами, завихренность в которых имеет одно и то же направление. С течением времени нижнее образование все сильнее вытягивается внутрь верхнего кольца, при этом завихренность в его верхнем ядре возрастает, а в нижнем убывает; и к моменту времени $t \approx 1$ нижнее ядро окончательно вырождается. При $t = 1,43$ нижнее кольцо проскакивает через внутреннее отверстие верхнего, и они меняются местами, реализуется первая

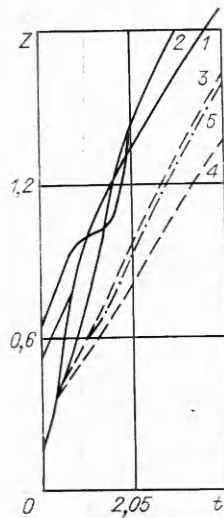


Рис. 2

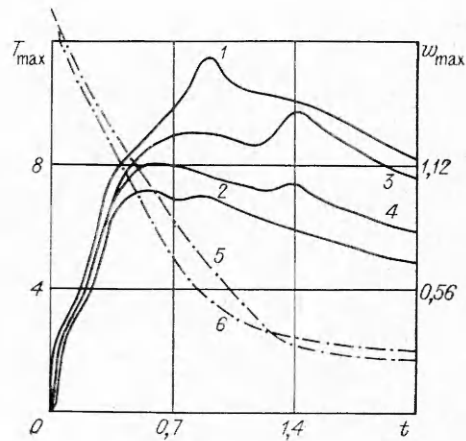


Рис. 3

фаза «игры» вихрей (кривая 2 на рис. 2). Теперь в результате взаимодействия инициируемых полей скоростей увеличивается радиус нового верхнего кольца, и оно тормозится, а у нового нижнего уменьшается, и оно ускоряется. Но из-за эффектов диффузии завихренности и действия вязкости вторичного проскакивания у тандема колец в вязкой сжимаемой среде и продолжения «игры» вихрей, как это было в идеальной жидкости [14], не происходит, а реализуется их слияние в моновихрь (кривая 2 на рис. 2 при $t \geq 2$). Такой результат подтверждается экспериментальными данными при исследовании естественной конвекции [15].

Рассмотрим, как влияет начальное расстояние L между термиками в паре на максимальную вертикальную составляющую скорости (или на скорость подъема). На рис. 3 представлены зависимости w_{\max} от времени t (линия 1 — нижний термик в паре, 2 — верхний при $L = 2,5 R_0$, а 3 и 4 — нижний и верхний соответственно при $L = 3R_0$). Видно, как скорости нижних вихревых колец резко возрастают (в виде всплеска $w_{\max}(t)$) в момент проскакивания через верхние, причем более сильно при меньших значениях L (кривые 1 и 3).

На рис. 3 приведены также зависимости максимальных температур T_{\max} в нижнем и верхнем (линии 5 и 6) термиках от времени t при $L = 2,5 R_0$. Сначала T_{\max} в верхнем термике падает несколько быстрее, чем в нижнем, так как он всплывает в холодной невозмущенной среде, в то время как нижний — в его следе. После проскакивания они меняются местами и температура по той же причине падает быстрее в новом верхнем термике (кривые 5 и 6).

Анализ результатов расчетов позволяет сделать следующие выводы. Всплывание системы двух крупномасштабных коаксиальных термиков инициирует в атмосфере интенсивные вихревые течения. На начальном этапе подъема тандема термиков формируется циркуляционное течение с двумя ядрами, которое позже в результате слияния вихревых структур трансформируется в циркуляционное течение с одним вихревым ядром. Причем в зависимости от начального расстояния между термиками взаимодействие происходит по-разному. При $L < 2,5 R_0$ образовавшаяся пара вихревых структур не имеет вида колец (отсутствуют внутренние отверстия) и при догоне нижним термиком верхнего сливается наподобие жидких капель. При $L \geq 2,5 R_0$ образуется пара кольцевых вихрей и в некотором диапазоне времени реализуется «игра» вихрей. Далее в обоих случаях образовавшийся моновихрь всплывает в полном соответствии с законом подъема для одиночных объектов: сначала в автомоделном режиме ($Z \sim t^{1/2}$), а затем тормозится и колеблется около положения

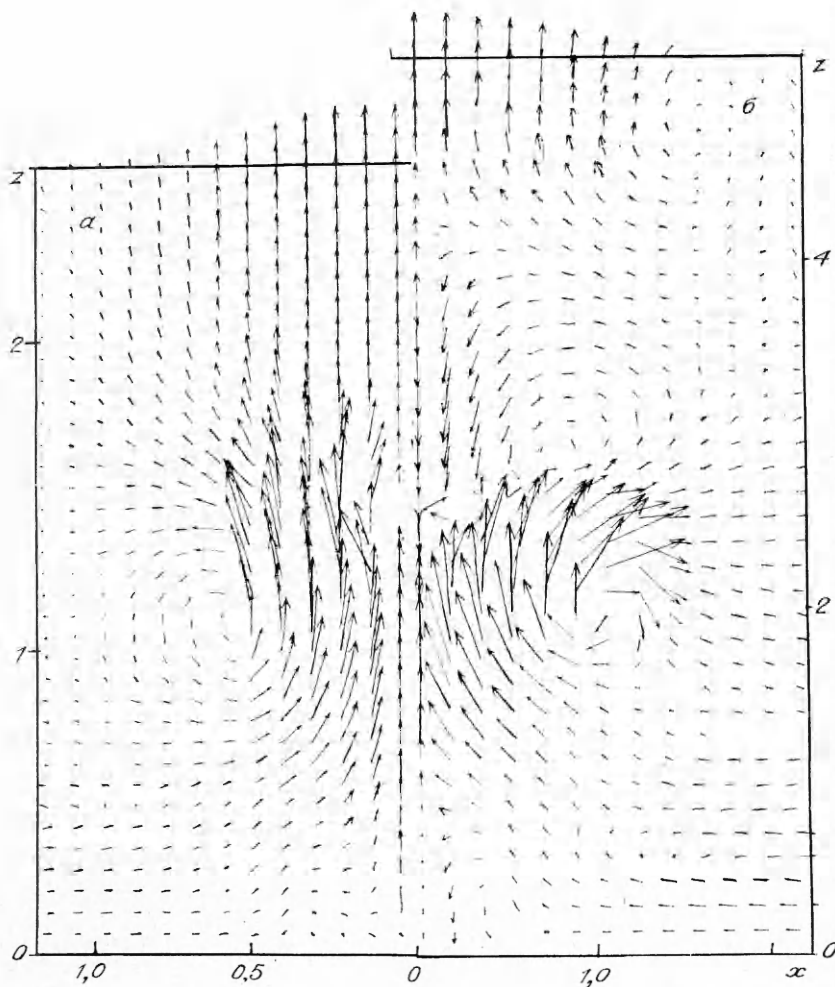


Рис. 4

равновесия с затухающей амплитудой, порождая в атмосфере внутренние волны [4, 4, 5]. При этом на заключительном этапе происходит многократная инверсия температурного поля, когда у оси симметрии чередуются области с более высокой и более низкой температурой, чем в окружающем воздухе. В ходе колебаний облака в атмосфере порождаются системы противоположно направленных протяженных вихрей и восходящие и нисходящие воздушные потоки вплоть до его полной диффузии (см. [4, 5]).

4. Подъем и взаимодействие двух термиков, разнесенных по горизонтали. Рассмотрим теперь, как происходят всплывание и взаимодействие пары одинаковых термиков, расположенных на одной горизонтальной оси. В этом случае к определяющим параметрам задачи добавляется параметр $L = L'/\Delta$ (L' — расстояние между центрами термиков, L варьируется в диапазоне от $2R_0$ до $3R_0$).

Так же как для тандема термиков, при горизонтальном разведении L играет важную роль. При $L = 2R_0$ к моменту времени $t = 0,34$ формируется пара сильно деформированных соприкасающихся вихревых колец (вихревыми кольцами их можно назвать только с большой натяжкой по причине очень малого размера внутреннего отверстия), у которых соприкасающиеся сечения значительно меньше наиболее удаленных и заметно приподняты над ними. Каждое образовавшееся вихревое кольцо сопровождается осевым (перпендикулярным миделеву сечению) течением через узкое внутреннее отверстие в виде интенсивной струи. Эти расхо-

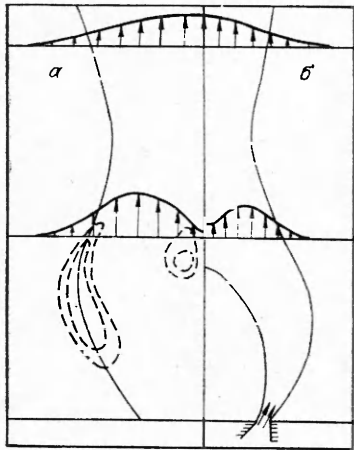


Рис. 5

длежащие в данном случае струи начинают взаимодействовать и сближаться (как это происходит для пар расходящихся и параллельных плоских истекающих из сопел струй [16, 17] и факельных струй [18]) в результате взаимоэжекции. Через некоторое время (при $t \approx 1,36$) они сливаются в единую интенсивную протяженную струю, но при этом циркуляционное движение сохраняется (рис. 4, *a*, где приведено векторное поле скоростей в левой части плоскости симметрии xOz (вертикальной плоскости, проходящей через центры обоих термиков) при $t = 3,1$).

На рис. 5, *a* представлены распределения вертикальной составляющей скорости w по x для двух сечений по z в плоскости симметрии при $t = 4,1$, сплошная линия — контур, ограничивающий область, где $w = 0,3w_{\max}$, штриховые — изолинии завихренности. На рис. 5, *б* приведены соответствующие распределения осевой составляющей скорости объединенной струи, образовавшейся при слиянии двух расходящихся струй, истекающих из сопел, сплошной контур ограничивает область с $w \approx 0,3w_{\max}$, внизу показано направление начального потока в одном из сопел (этот рисунок отвечает рис. 1 из [16]). Сравнение изображений на рис. 5, *a* и *б* говорит о полной аналогии строения объединенных струй, несмотря на различие процессов, приводящих к их образованию, и огромную разницу в масштабах. Такая структура течения сохраняется вплоть до достижения максимальной высоты подъема, когда происходит переохлаждение облака и над ним зарождается вторичный вихрь, вращающийся в противоположную сторону (рис. 4, *б*, где представлено поле скоростей в правой части плоскости симметрии при $t = 6,1$ в ином, чем на рис. 4, *a*, масштабе). Интересно, что над вторичным вихрем еще сохраняются «остатки» струйного течения.

Рассмотрим взаимодействие пары симметричных термиков, разведенных в начальный момент по горизонтали на расстояние $L = 3R_0$. До момента времени $t = 0,35$ вихревые поля, образовавшиеся около каждого из термиков, не взаимодействуют друг с другом, и они поднимаются и остывают как соответствующие одиночные аналоги. В отличие от варианта с $L = 2R_0$ здесь до начала взаимодействия образуются, хотя и не полностью сформировавшиеся, «полноценные» вихревые кольца с искривленными эллиптическими сечениями, причем наиболее сближенные и наиболее удаленные сечения колец в паре абсолютно идентичны, т. е. имеют равные размеры и отсутствует перекося.

Постоянное усиление циркуляционного движения приводит к увеличению интенсивности струй — центральных осевых потоков у колец. Параллельные струи из-за взаимоэжекции притягиваются, в результате чего в «верхнем» течении (в областях выхода струй из внутренних отверстий вихревых колец) происходит отклонение их осей от вертикали с наклоном друг к другу, а в «нижнем» — слияние в единую струю. Наклон центральных струй друг к другу приводит в свою очередь к встречному наклону вихревых колец таким образом, что сближенные части колец оказываются несколько ниже более удаленных, т. е. происходит перекося образующихся вихревых колец, отмеченный в [10]. Этот процесс нарушения осевой симметрии каждого термика протекает постепенно начиная примерно с момента времени $t \approx 0,7$. Кроме того, в результате естественного расширения (как известно, радиус кольца на автомоделной стадии увеличивается по закону $R \sim t^{1/2}$) происходит сближение опущенных частей вихревых колец вплоть до касания.

Далее идет процесс слияния двух вихревых структур в моновихрь с одновременно усиливающимся столкновением теперь уже направленных под углом друг к другу струй (процесс, аналогичный столкновению сходящихся истекающих из двух сопел струй [19]). И к моменту времени $t \approx 3,1$ происходит разрушение внутренних сближенных участков колец с образованием единого вихря как за счет перезамыкания вихревых линий (см. подробнее в [20]), так и за счет вовлечения в общее струйное течение газа, расположенного под сближенными частями колец, но причине возникновения над ними (в области между взаимодействующими струями) зоны пониженного давления [16—19]. Образовавшийся вытянутый вихрь большого объема не примыкает всеми своими фрагментами к одной плоскости (существенно пространственный объект): его фрагменты в местах слияния так и остаются опущенными (см. рис. 5 в [8]), и пока еще сохраняются две струи, истекающие из его половин.

К моменту времени $t \approx 5$ в результате усиления вовлечения в струйное течение газа, расположенного под вихрем, происходит полное разрушение циркуляционного течения с образованием обширного расходящегося струйного потока. На рис. 6 представлены картины распределения векторных полей скорости в плоскости симметрии xOz для двух моментов времени. Здесь *a* отвечает моменту времени $t = 0,7$, когда образовались два интенсивных вихря и между ними началось взаимодействие (представлена левая часть картины векторного поля), *б* — моменту $t = 5,1$, когда течение уже полностью трансформировалось в расходящийся струйный поток (представлена правая часть картины векторного поля в ином, чем на рис. 6, *a*, масштабе).

Оценим, как влияет на подъем пары крупномасштабных термиков

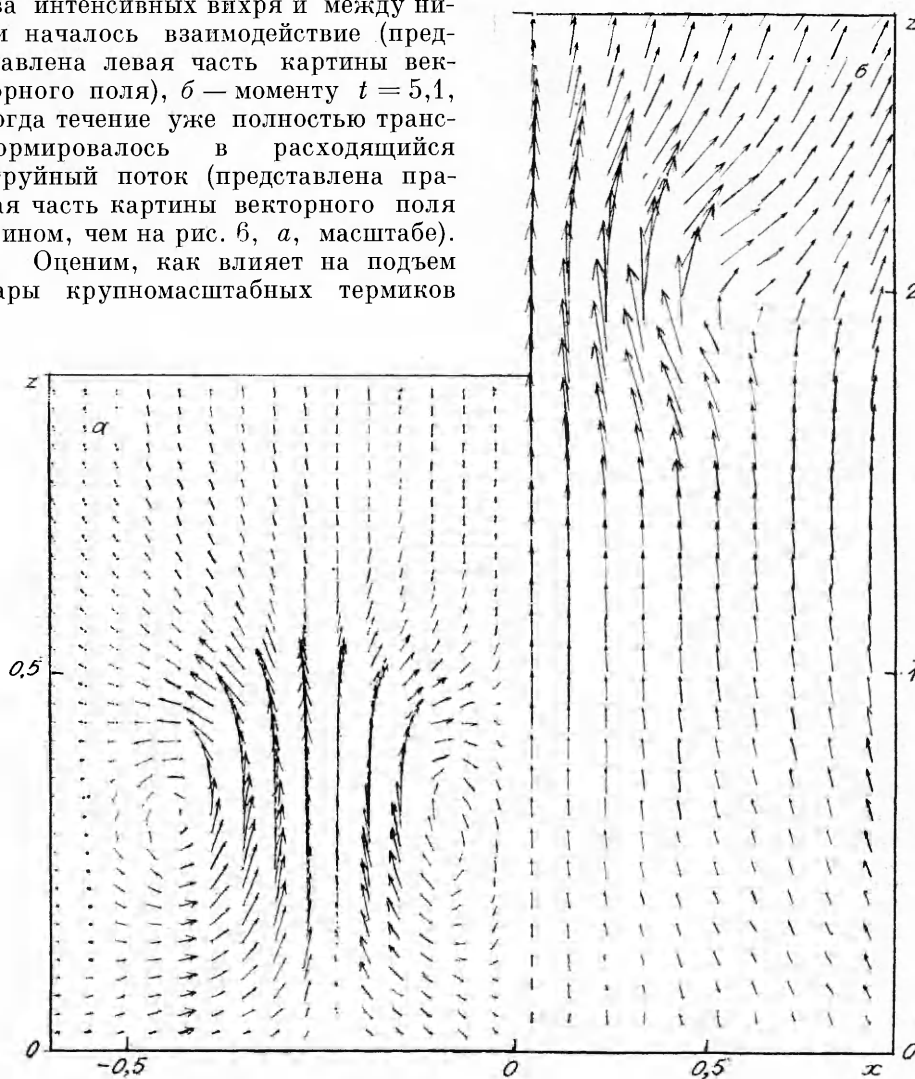


Рис. 6

в атмосфере их начальное расположение в пространстве. В [21] на основе упрощенной модели исследовался подъем облаков множественных ядерных взрывов, близко расположенных и происходящих почти одновременно, в экспоненциальной атмосфере. Результаты, полученные с помощью этой упрощенной модели, свидетельствуют о том, что максимальная высота подъема нескольких облаков примерно равна соответствующей высоте подъема одиночного облака с эквивалентной суммарной энергией. Как показывают настоящие расчеты, дело обстоит значительно сложнее. Так, на рис. 2 кривая 5 соответствует высоте подъема одиночного термика с двойной энергией в зависимости от времени: $Z = Z(t)$. Видно, что достаточно близко к линии 5 лежит только линия 3, отвечающая подъему двух соприкасающихся ($L = 2R_0$) разведенных по горизонтали термиков. Кривая 4, отвечающаяначальному разведению по горизонтали на $L = 3R_0$, лежит заметно ниже, причем с течением времени разница в высотах подъема увеличивается. Этим, вероятно, и объясняется качественное различие в характере полученных воздушных потоков. При $L < 2,5R_0$ пара термиков всплывает быстрее и успевает достичь положения равновесия до разрушения циркуляционного движения, т. е. в этом смысле ведет себя как одиночный термик (см. рис. 4). А при $L > 2,5R_0$ (следует указать, что не приведенные здесь результаты расчетов при $L = 5R_0$ качественно аналогичны результатам при $L = 3R_0$) циркуляционное движение на определенном этапе эволюции течения разрушается и образуется восходящая расширенная струя (см. рис. 6).

Кривые 1, 2 на рис. 2, соответствующие парам коаксиальных термиков при $L = 2R_0$ и $L = 3R_0$, расположены значительно выше кривой 5, так как при вертикальном разведении всплывание за счет эффекта «игры» вихрей происходит со значительно большей скоростью.

В заключение отметим, что проведенный контроль за выполнением законов сохранения дал (для трехмерных задач) дисбалансы 2,2 % по массе и 5,7 % по энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Онуфриев А. Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва // ПМТФ.— 1967.— № 2.
2. Глаголева Ю. П., Жмайло В. А., Мальнаков В. Д. и др. Образование кольцевого вихря при всплывании легкого газа в тяжелом // ЧММСС.— 1974.— Т. 5, № 1.
3. Андрущенко В. А. Образование кольцевого вихря при подъеме нагретой массы воздуха в стратифицированной атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1978.— № 2.
4. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф. Мощный турбулентный термик в устойчиво стратифицированной атмосфере. Численное исследование // ПМТФ.— 1987.— № 1.
5. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. М., Якуш С. Е. О численном моделировании подъема турбулентного термика в неоднородной сжимаемой атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1989.— № 1.
6. Pracht W. E. Calculating three-dimensional fluid flow at all speeds with an Eulerian-Lagrangian computing mesh // J. Comput. Phys.— 1975.— V. 17, N 2.
7. Анохина Т. Н., Заславский Б. И., Сотников И. М. Экспериментальное исследование взаимодействия термиков // ПМТФ.— 1983.— № 2.
8. Oshima Y., Izutsu N. Cross-linking of two vortex rings // Phys. Fluids.— 1988.— V. 31, N 9.
9. Brecht S. H., Ferrante J. R. Vortex-in-cell simulations of buoyant bubbles in three dimensions // Phys. Fluids A.— 1989.— V. 7, N 1.
10. Андрущенко В. А., Горбунов А. А., Кесгенбойм Х. С., Чудов Л. А. Численное исследование пространственного взаимодействия двух крупномасштабных термиков // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1990.— № 4.
11. Таблицы стандартной атмосферы. ГОСТ 4401—48.— М.: Стандартизация, 1964.
12. Krause G. Der Matrixmodul MAMO und seine Anwendung // Neue Technik im Büro.— 1982.— N 4.
13. Андрущенко В. А., Кесгенбойм Х. С., Чудов Л. А. Расчет подъема и взаимодействия термиков в атмосфере (осесимметричная и пространственная задачи) // Турбулентные течения. Ч. 1.— Таллинн, 1985.
14. Бояринцев В. И., Левченко Е. С., Савин А. С. О движении двух вихревых колец // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 5.
15. Shlien D. J. Some laminar thermal and plume experiments // Phys. Fluids.— 1976.— V. 19, N 8.

16. Marsters G. F. Interaction of two plane, parallel jets // AIAA J.— 1977.— V. 15 N 12.
17. Miller D. R., Comings E. W. Force-momentum fields in a dual-jet flow // J. Fluid Mech.— 1960.— V. 7, N 2.
18. Pera L., G-bhart B. Laminar plume interactions // J. Fluid Mech.— 1975.— V. 68, N 2.
19. Elbanna H., Sabbagh J. A. Interception of two equal turbulent jets // AIAA J.— 1985.— V. 23, N 7.
20. Fohl T., Turner J. S. Colliding vortex rings // Phys. Fluids.— 1975.— V. 18, N 4.
21. Zimmerman A. W. Multiburst cloud rise // AIAA J.— 1978.— V. 16, N 6.

г. Москва

Поступила 5/VI 1991 г.

УДК 532.59

В. Е. Веденьков

ПОЛЕ ДЛИННЫХ ПОДВЕТРЕННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ СДВИГОВОМ ПОТОКЕ

В линейной постановке рассматривается пространственная задача об установившихся длинных внутренних волнах, образующихся при обтекании плоскопараллельным сдвиговым потоком изолированной подводной горы малой (по сравнению с глубиной жидкости) высоты. В отличие от [1, 2], где в общей линейной постановке исследовалось поле подветренных внутренних волн в равномерном потоке экспоненциально стратифицированной жидкости, и [3, 4], где проведен асимптотический анализ вынужденных волн в устойчиво стратифицированном потоке со сдвигом скорости, в данной работе в приближении квазистатики выведены формулы, представляющие точное решение задачи для сдвигового потока и произвольной устойчивой стратификации жидкости в виде ряда двукратных интегралов. Для горы модельной формы решение задачи получено в элементарных функциях. Приведены примеры расчета ближней области поля подветренных внутренних волн в равномерном и сдвиговом потоках для взятого из наблюдений профиля частоты Вайсяля — Брента.

1. Пусть поток идеальной несжимаемой устойчиво стратифицированной жидкости постоянной глубины H набегаёт из бесконечности со скоростью $U(z)$ на изолированное подводное препятствие $z = -H + hf(x, y)$, причем $\max |f| = 1$, $h \ll H$, $f \rightarrow 0$ при $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$; x, y — горизонтальные координаты, z — вертикальная. Ось x направлена вдоль набегающего потока, ось z — вертикально вверх, начало системы координат совпадает с невозмущенной свободной поверхностью.

В приближении квазистатики установившееся волновое поле, создаваемое препятствием в потоке, описывается уравнениями

$$(1.1) \quad \begin{aligned} Uu_x + wU_z &= -\rho_0^{-1}p_x, \quad Uv_x = -\rho_0^{-1}p_y, \\ p_z &= -\rho g, \quad U\rho_x + w\rho_z = 0, \quad u_x + v_y + w_z = 0 \end{aligned}$$

с граничными условиями

$$(1.2) \quad p = \rho_0 g \zeta, \quad U\zeta_x = w \quad (z = 0), \quad w = hUf_x \quad (z = -H),$$

где u, v, w — компоненты вектора волновых скоростей; p, ρ — возмущения давления и плотности; ζ — смещение свободной поверхности; $\rho_0(z)$ — невозмущенный профиль плотности; подстрочный индекс обозначает дифференцирование по соответствующей координате. Вместе с (1.2) должно выполняться условие излучения, состоящее в том, что все основные волновые возмущения сосредоточены вниз по потоку ($x > 0$).