

лаждение очага, смесь воспламеняется труднее (пределы сужаются). Относительное положение верхнего и нижнего пределов на плоскости (Da , q) не изменяется по сравнению со случаем $G = 1$ (см. рис. 1). В случае теплоизолированной границы с ростом G верхний и нижний пределы сближаются. Это объясняется тем, что значительно сокращается стадия подъема очага и основное охлаждение происходит в результате конвективного перемешивания, сопровождающего растекание горячих газов вдоль верхней границы. Когда верхняя стенка поддерживается холодной, такого сближения пределов не наблюдается (см. рис. 1). Это объясняется так же, как и выше, тем, что для холодной границы воспламенение смеси происходит прежде всего благодаря интенсивному протеканию реакции в областях вблизи ядер вихрей. Поскольку, далее, эти области возникают только в процессе развития конвекции на стадии подъема очага, нижнее зажигание значительно облегчает воспламенение смеси; предел нижнего воспламенения сдвигается к меньшим значениям Da и q .

Полученные результаты свидетельствуют о сложной газодинамике локализованного очага подогрева, развивающегося в реакционноспособном газе. В случае холодной верхней границы основным механизмом, обуславливающим потухание смеси, является развивающаяся вблизи нее конвекция. Показано, что иницирование фронта пламени происходит для разных граничных условий в различных областях интенсивного протекания реакции, формирующихся на стадии подъема очага. Что касается пределов воспламенения, то их относительное расположение при верхнем и нижнем зажигании меняется по сравнению со случаем адиабатически изолированной верхней стенки на противоположное. Интенсификация конвекции, обусловленная перегрузками, приводит к затруднению воспламенения; напротив, невесомость способствует воспламенению, и пределы расширяются.

Поступила в редакцию 31/X 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. L. A. Lovachev, V. S. Babkin et al. Combust. Flame, 1973, 20, 2.
2. Г. М. Махвиладзе. Химическая физика, 1983, 2, 2.
3. Г. М. Махвиладзе, И. П. Николова. ФГВ, 1982, 18, 5.
4. Г. Г. Копылов, Г. М. Махвиладзе. ФГВ, 1983, 19, 2.
5. Г. Г. Копылов, Г. М. Махвиладзе. ФГВ, 1983, 19, 4.
6. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.

О СКАЧКЕ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ДОГОРАНИИ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

В. А. Архипов, П. В. Белоусов, В. Н. Виллюнов

При двустороннем горении тонкой пластины конденсированного вещества по мере сближения горячих поверхностей происходит ее разогрев, приводящий к уменьшению температурного градиента на поверхности и к увеличению скорости горения. Процесс догорания пластины носит, следовательно, нестационарный характер. В [1] методом интегральных соотношений решена задача о горении пластины при постоянном давлении. В настоящей статье рассматривается горение пластины в полузамкнутом объеме в условиях нарастающего давления.

Система уравнений, описывающая горение пластины толщиной $2h$ в полужамкнутом объеме V , имеет вид

$$V \frac{dp}{dt} = \rho_K u S - \varphi_2 \Gamma(k) \frac{p F_{кр}}{\sqrt{RT}}, \quad (1)$$

$$V \frac{dp}{dt} = \rho_K u S \chi k R T_r + \rho_K S \chi R \frac{c_K}{c_v} (T_s - T_H) \left(u - \frac{\kappa y}{T_s - T_H} \right) - \varphi_2 \Gamma(k) \frac{p F_{кр}}{\sqrt{RT}} k R T, \quad (2)$$

$$p = \rho R T, \quad (3)$$

$$\frac{dh}{dt} = -u, \quad (4)$$

$$u = \frac{u_1}{1 - \beta T_s} \left(\frac{p}{p_a} \right)^\nu - \frac{\beta \kappa}{1 - \beta T_s} y, \quad (5)$$

$$y = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=h(t)}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq h(t), \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad T \Big|_{x=h(t)} = T_s.$$

Здесь p , ρ , T , c_v , R — давление, плотность, температура, удельная теплоемкость, газовая постоянная продуктов сгорания; p_a — атмосферное давление; ρ_K , c_K , u , κ — плотность, удельная теплоемкость, скорость горения, температуропроводность конденсированного вещества; S — поверхность горения; $F_{кр}$, φ_2 — площадь критического сечения, коэффициент расхода сопла; χ — коэффициент тепловых потерь; T_r — температура горения; T_s , T_H — температура поверхности, начальная температура конденсированного вещества; $\Gamma(k) = \sqrt{k} [2/(k+1)]^{k+1/2(k-1)}$ — функция показателя адиабаты k ; u_1 , β , ν — константы в законе скорости горения.

При выводе уравнений (1)–(7) использованы допущения нуль-мерной постановки [2]. Для выражения нестационарной скорости горения (5) принята гипотеза Я. Б. Зельдовича [3]. В уравнении сохранения энергии (2) первое слагаемое описывает стационарный теплообмен пластины с продуктами сгорания, второе — нестационарный эффект, связанный с увеличением теплоприхода от пластины при ее догорании, когда градиент температуры на поверхности y уменьшается. При выводе (2) и (5) применен аналогичный подход (замена T_H через T_s и y с последующим распространением стационарных зависимостей на нестационарный процесс). Система замыкается уравнением теплопроводности внутри пластины (7). Горящие поверхности перпендикулярны оси x и движутся вдоль этой оси по направлению к началу координат. Граничное условие при $x=0$ (центральная часть пластины) следует из симметрии задачи.

Если предположить квазистационарность зависимости u и y от давления p , то для интегрирования системы (1)–(7) можно использовать метод, примененный в [1] при $p = \text{const}$. Решением нестационарного уравнения теплопроводности для полупространства с определенной степенью точности показано, что при скачкообразном изменении давления u и y изменяются также скачком. Следовательно, и при плавном росте (уменьшении) давления скорость горения и градиент температуры на поверхности увеличиваются (падают) квазистационарно:

$$u = u_p (p/p_0)^\nu, \quad y = y_p (p/p_0)^\nu. \quad (8)$$

Здесь u_p , y_p — значения параметров при постоянном давлении $p = p_0$. Этот результат согласуется с оценками, приведенными в [2].

Из решения (7) методом интегральных соотношений можно получить уравнение, связывающее y_p с u_p :

$$\frac{dy_p}{dt} = y_p \frac{\kappa + u_p \left[\frac{h}{\text{sh}^2(h/h_*)} - h_* \text{cth}(h/h_*) \right]}{h_*^2 - hh_* \text{cth}(h/h_*)}, \quad (9)$$

где h_* — толщина прогретого слоя при стационарном горении.

Переходя в (1)–(5), (8), (9) к безразмерным величинам

$$\sigma = \rho/\rho_0, \quad \pi = \frac{p}{p_0}, \quad \tau = t/t_*, \quad \omega = u/u_0, \\ \varphi = y/(T_s - T_n) \cdot \kappa, \quad \Delta = h/h_*, \quad \Theta = T/T_0,$$

получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений (алгебраические уравнения разрешены относительно входящих в них неизвестных):

$$\frac{d\varphi_p}{d\tau} = \varphi_p \frac{1 + \omega_p \left(\frac{\Delta}{\text{sh}^2 \Delta} - \text{cth} \Delta \right)}{1 - \Delta \text{cth} \Delta}, \\ \frac{d\Delta}{d\tau} = -\omega_p, \quad (10)$$

$$\omega_p = \eta + (1 - \eta) \varphi_p; \\ \frac{d\sigma}{d\tau} = \gamma \left(\omega - \frac{\pi}{\sqrt{\Theta}} \right), \\ \frac{d\pi}{d\tau} = \gamma \left[k\omega - k\pi \sqrt{\Theta} + \chi \frac{c_n}{c_p} (\Theta_s - \Theta_n) (\omega - \varphi) \right], \quad (11)$$

где $\gamma = t_*/t_p$ — отношение времени сгорания прогретого слоя к времени релаксации камеры; η — безразмерная степень прогрева конденсированного вещества ($\eta = (1 - \beta T_n)/(1 - \beta T_s)$); $\Theta = \pi/\sigma$; $\omega = \omega_p \pi^\nu$; $\varphi = \varphi_p \pi^\nu$; $T_0 = \chi T_r$; $\rho_0 = p_0/\chi R T_r$;

$$p_0 = p_a \left[\frac{\rho_k u_1 S \sqrt{\chi R T_r}}{(1 - \beta T_n) \varphi_2 \Gamma(k) p_a F_{кр}} \right]^{\frac{1}{1-\nu}}.$$

Интегрируя независимую от (11) систему (10), можно получить зависимости $\omega_p(\tau)$ и $\varphi_p(\tau)$, которые затем подставляются в (11). Первый интеграл системы (10) имеет вид [1]

$$\Delta - \Delta_n = (\eta - 1) [\varphi_p (1 - \Delta \text{cth} \Delta) - \varphi_n (1 - \Delta_n \text{cth} \Delta_n)] - \eta(\tau - \tau_n).$$

В [1] также получено выражение для времени сгорания пластины толщиной $2\Delta_n$

$$\tau_+ = \tau_n - \tau_n = \Delta_n - (\eta - 1)/\eta. \quad (12)$$

Для приближенного решения системы (11) представим скорость горения $\omega_p(\tau)$ в виде суммы ее стационарного значения и искомой прибавки

$$\omega_p(\tau) = 1 + \Delta\omega_p(\tau).$$

Функция $\Delta\omega_p(\tau)$ интегрируемая, причем

$$\int_{\tau_n}^{\tau_k} \Delta\omega_p(\tau) d\tau = \int_{\tau_n}^{\tau_k} [\omega_p(\tau) - 1] d\tau = \Delta_n - \tau_+. \quad (13)$$

Из (12), (13) следует, что

$$\int_{\tau_n}^{\tau_k} \Delta\omega_p(\tau) d\tau = (\eta - 1)/\eta. \quad (14)$$

Формула (14) позволяет аппроксимировать скорость горения и градиент

температуры импульсной функцией

$$\begin{aligned}\omega_p(\tau) &= 1 + \frac{\eta-1}{\eta} \delta(\tau - \tau_k), \\ \varphi_p(\tau) &= 1 - \frac{1}{\eta} \delta(\tau - \tau_k),\end{aligned}\quad (15)$$

где $\tau_k = 0$ — момент догорания пластины.

Используем зависимости (15) для решения системы (11). Линеаризуем эту систему в окрестности ее стационарного решения

$$\pi = 1 + \Delta\pi, \quad \sigma = 1 + \Delta\sigma,$$

считая $\Delta\pi$, $\Delta\sigma$ малыми по сравнению с единицей:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\tau}(\Delta\sigma) &= \gamma \left[\Delta\pi \left(\nu - \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta\sigma}{2} + \frac{\eta-1}{\eta} \delta(\tau) \right], \\ \frac{d}{d\tau}(\Delta\pi) &= k\gamma \left\{ \Delta\pi \left(\nu - \frac{3}{2} \right) + \frac{\Delta\sigma}{2} + \left[\frac{\eta-1}{\eta} + \frac{c_k}{c_p} (\Theta_s - \Theta_n) \right] \delta(\tau) \right\}, \\ \Delta\sigma(-0) &= 0, \quad \Delta\pi(-0) = 0.\end{aligned}\quad (16)$$

Система (16) имеет постоянные коэффициенты. Ее удобно решать, используя преобразование Лапласа [4]. Переходя от переменной τ к переменной s и предполагая

$$\Delta\pi(\tau) \div \Pi(s), \quad \Delta\sigma(\tau) \div \Sigma(s),$$

получим

$$\Pi(s) = \frac{\frac{k}{2} \frac{\eta-1}{\eta} + \left(\frac{s}{\gamma} + \frac{1}{2} \right) \left[k \frac{\eta-1}{\eta} \frac{c_k}{c_p} (\Theta_s - \Theta_n) \right]}{\frac{k}{2} \left(\frac{1}{2} - \nu \right) + \left(\frac{s}{\gamma} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{s}{\gamma} + \frac{3k}{2} - k\nu \right)}.\quad (17)$$

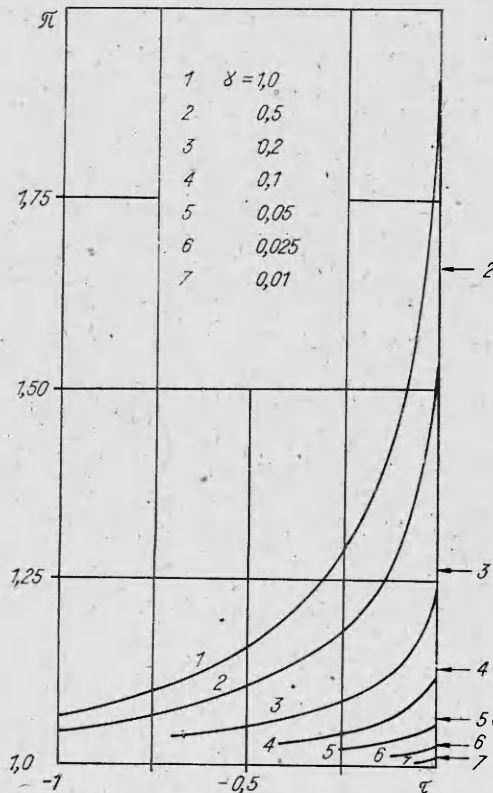
Формула (17) позволяет вычислить величину скачка давления в момент догорания пластины ($\tau_k = 0$), не переходя к оригиналам, следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta\pi(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s\Pi(s) = \gamma \left[k \frac{\eta-1}{\eta} + \right. \\ &\quad \left. + \chi \frac{c_k}{c_p} (\Theta_s - \Theta_n) \right].\end{aligned}\quad (18)$$

Выражение (18) удобно представить в размерном виде

$$\begin{aligned}\Delta p &= \chi k R \frac{\rho_k S}{u_0 V} (T_s - T_n) \times \\ &\quad \times \left(\frac{\beta T_\Gamma}{1 - \beta T_n} + \frac{c_k}{c_p} \right).\end{aligned}\quad (19)$$

Таким образом, выражения (18), (19) позволяют оценить величину скачка давления в полузамкнутом объеме при нестационарном догорании пластины по заданным параметрам задачи.



Зависимость давления $\pi = p/p_0$ от времени $\tau = t/t_*$. Стрелками указаны скачки давления в момент догорания пластины, рассчитанные по формуле (18) для соответствующих значений γ .

Для проверки корректности аналитического решения (18) проводилось численное решение системы (10), (11) методом Рунге — Кутты четвертого порядка с автоматическим выбором шага интегрирования для следующих параметров задачи: $\eta = 50$, $k = 1,25$, $\gamma c_k/c_0 = 1$, $\nu = 0,6$, $\gamma^{-1} = 1 \div 100$. Сравнение результатов численного счета и вычислений по формуле (18) представлено в таблице и на рисунке.

γ^{-1}	Δp		Погрешность формулы, %
	Численный счет	Аналитическая формула	
100	0,0131	0,0132	0
40	0,0331	0,0327	1,2
20	0,0662	0,0648	2,2
10	0,1325	0,1268	4,5
5	0,2650	0,2437	8,7
2	0,6625	0,5507	20,0
1	1,3250	0,9692	37,0

Как следует из таблицы, формула (18) позволяет оценивать уровень скачка давления для $\gamma \leq 0,2$. Результаты настоящей работы представляют интерес при расчете технических устройств, использующих горение пластинчатых зарядов конденсированного вещества [5]. Отметим, что из решения системы (16) аналогично получается выражение для скачка плотности:

$$\Delta \sigma(0) = \gamma(\eta - 1)/\eta,$$

$$\Delta \rho = \rho_k \frac{\alpha \beta S (T_s - T_H)}{u_0 V (1 - \beta T_H)}.$$

Скачок температуры в момент догорания может быть получен из уравнения состояния.

Поступила в редакцию 14/II 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. ПМТФ, 1964, 5.
2. Б. А. Райзберг, Б. Т. Ерохин, К. П. Самсонов. Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. М.: Машиностроение, 1972.
3. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 11—12.
4. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
5. Патент США № 3136122.

МЕХАНИЗМ ХЛОРИРОВАНИЯ ЧАСТИЦЫ ЖЕЛЕЗА

В. М. Гремячкин
(Москва)

Исследование механизма хлорирования частиц железа представляет интерес в связи с разработкой технологических процессов производства хлоридов железа. В процессе хлорирования могут образовываться хлористое железо $FeCl_2$ (весьма стабильное, но побочное соединение) и хлорное железо $FeCl_3$ (основной продукт производства) [1].

По существу хлорирование железа представляет собой горение частицы железа в хлоре. Разрабатываемые ранее модели горения частиц металлов касались алюминия, когда образование конденсированной окиси в газовой фазе носит предельно неравновесный характер [2, 3], горения частиц бора при высоких температурах среды [4] и хлорирования частицы алюминия [5], когда в газовой фазе нет конденсации и происходят только равновесные газофазные реакции.

При рассмотрении хлорирования частицы железа учет конденсации $FeCl_2$ в газовой фазе может оказаться необходимым, так как это соединение кипит при высокой температуре и может образовываться в конденсированном состоянии в газе вокруг хлорируемой частицы железа и на