

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980.
2. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
3. Лурье А. И. Теория упругости. М.: Наука, 1970.
4. Зубов Л. М., Моисеенко С. И. Выпучивание упругого цилиндра при кручении и сжатии. — Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 5.

УДК 539.376

ОБ ОЦЕНКЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО МНОГОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

В. П. ГОЛУБ

(Киев)

В различных областях машиностроения серьезное внимание уделяется проблеме длительной прочности и долговечности конструкционных материалов при многоцикловом нагружении. К настоящему времени опубликовано достаточное количество работ, в которых рассматриваются различные аспекты этой проблемы (см., например, [1—4]). Однако в большинстве из них основное внимание концентрировалось на получении экспериментальных данных и формулировке эмпирических зависимостей. Известны лишь отдельные работы [5—7], относящиеся к области нормальных температур, в которых оценка долговечности при многоцикловом нагружении выполнена на основе модельных представлений.

В данной работе предлагается один из возможных вариантов аналитической оценки циклической долговечности для области высоких температур.

1. Основные исходные соотношения. Рассматривается прямой цилиндрический стержень (фиг. 1, а), нагруженный осевой нагрузкой P , изменяющейся во времени согласно соотношению

$$(1.1) \quad P = P_m \pm P_a \Phi(ft),$$

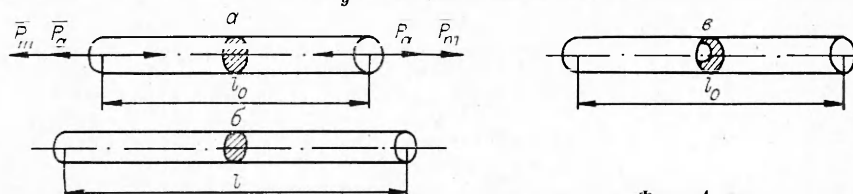
где P — результирующая нагрузка; P_m , P_a — амплитудные значения статической и циклической составляющих; Φ — функция, характеризующая закон изменения P_a во времени t ; f — частота изменения P_a . Для режима многоциклового нагружения характерно, что $f > 1$ Гц, а $\sigma_{\max} = \sigma_m + |\sigma_a| < \sigma_T$, где σ_T — предел текучести материала. При решении задачи будем исходить из того, что при реализации многоциклового нагружения (1.1) в условиях высоких температур, т. е. при $T > 0,5 T_{\text{пл}}$ ($T_{\text{пл}}$ — температура плавления), разрушение стержня может произойти от усталости, от циклической ползучести или от их совместного развития [4, 8, 9]. Для многих элементов конструкций область смешанного разрушения, определяемая взаимодействием усталости и ползучести, является преобладающей. Далее принимаем, что в качестве одной из характеристик состояния может быть выбран параметр ω , описывающий процесс накопления повреждений [8]. При этом считаем, что поврежденность с течением времени будет накапливаться как от ползучести, проявляющейся в изменении геометрии стержня и накоплении рассеянных повреждений (фиг. 1, б), так и от усталости, проявляющейся в накоплении сосредоточенного повреждения в форме усталостной трещины (фиг. 1, в). В результате напряженное состояние стержня в произвольный момент времени t будет определяться величиной текущих (истинных) значений напряжений, которые могут существенно отличаться от первоначально заданных. Переходя от нагрузок к текущим значениям напряжений и выбирая для Φ гармонический закон, условие нагружения (1.1) перепишем в виде

$$(1.2) \quad \sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin(2\pi ft + \varphi_0),$$

где φ_0 — угол начальной фазы, который обычно принимается равным нулю; σ , σ_m , σ_a — текущие значения напряжений, которые определяются из уравнений вида

$$(1.3) \quad \sigma = \sigma_0 \Psi(\varepsilon_{\Sigma}, \omega_y),$$

где σ_0 , σ — начальное и текущее значение напряжения; ε_{Σ} — текущее значение деформации циклической ползучести; ω_y — текущее значение усталостной поврежденности.



Фиг. 1

Для решения задачи воспользуемся развитым в [8] подходом к определению времени вязкохрупкого разрушения применительно к условиям статической ползучести. В этом случае в простейшей форме полная система уравнений для одноосного многоциклового нагружения при $T = \text{const}$ может быть представлена в виде

$$(1.4) \quad \dot{\varepsilon}_{\Sigma} = \dot{\varepsilon}_{\Sigma}(\sigma_{m0}, \sigma_{a0}, \varepsilon_{\Sigma}, \omega_y);$$

$$(1.5) \quad \dot{\omega}_y = \dot{\omega}_y(\sigma_{m0}, \sigma_{a0}, \varepsilon_{\Sigma}, \omega_y).$$

Такой подход, как известно, называется кинетическим и может быть обобщен на пространственный случай.

2. Долговечность в условиях циклической ползучести. Рассмотрим прежде всего задачу определения времени до разрушения только от ползучести, которая в условиях нагружения (1.2) называется циклической, принимая, что развитие усталостной поврежденности не имеет места, т. е. $\dot{\omega}_y = 0$ (см. фиг. 1, б). В этом случае скорость циклической ползучести $d\varepsilon_{\Sigma}/dt$, согласно результатам [9], запишется в виде

$$(2.1) \quad d\varepsilon_{\Sigma}/dt = B(\sigma_m)^m(\sigma_a)^k,$$

где ε_{Σ} — деформация циклической ползучести; σ_m, σ_a — текущие значения статического и циклического напряжений; B, m, k — коэффициенты, причем $k \approx 0,1-0,5L$, что позволяет перейти от экспоненциальной зависимости ε_{Σ} от σ_a [9] к степенной.

Пусть l, F — текущие, а l_0, F_0 — начальные длина и площадь сечения стержня, тогда $\sigma_m = P_m/F, \sigma_a = P_a/F$, а $\sigma_{m0} = P_m/F_0, \sigma_{a0} = P_a/F_0$. Считая в дальнейшем, что материал стержня несжимаем, т. е. $Fl = F_0l_0$, находим

$$(2.2) \quad \sigma_m = \sigma_{m0}l/l_0, \sigma_a = \sigma_{a0}l/l_0.$$

Пренебрегая мгновенной деформацией, скорость циклической ползучести и деформацию, используя текущую длину стержня, можно представить в виде

$$(2.3) \quad \frac{d\varepsilon_{\Sigma}}{dt} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt}, \quad \varepsilon_{\Sigma} = \ln \frac{l}{l_0}.$$

Подставляя (2.2), (2.3) в (2.1), получаем дифференциальное уравнение циклической ползучести

$$(2.4) \quad \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B(\sigma_{m0})^m(\sigma_{a0})^k \left(\frac{l}{l_0} \right)^{m+k}$$

с начальными условиями $l/l_0 = 1$ при $t = 0$. Разделяя переменные и интегрируя уравнение (2.4) с учетом начального условия, получаем

$$t = \frac{1}{B(m+k)(\sigma_{m0})^m(\sigma_{a0})^k} \left[1 - \left(\frac{l}{l_0} \right)^{m+k} \right].$$

Полагая, что разрушение стержня происходит в соответствии с моделью абсолютно вязкого разрушения [10], т. е. при $l = \infty, F = 0$ и $\sigma = \infty$, время до разрушения t_{pn} в условиях циклической ползучести запишем в виде

$$(2.5) \quad t_{pn} = 1/[B(m+k)(\sigma_{m0})^m(\sigma_{a0})^k].$$

При $k = 0$ уравнение (2.5) совпадает с моделью абсолютно вязкого разрушения в условиях статической ползучести.

3. Усталостная долговечность. При реализации условий нагружения (1.2), как уже отмечалось, может возникнуть и чисто усталостное разрушение, при котором скорость развития поврежденности не зависит от ползучести, т. е. в (1.5) принимаем $\varepsilon_{\Sigma} = 0$. Остановимся на упрощенном варианте кинетического уравнения поврежденности (1.5), принимая в соответствии с данными [8]

$$(3.1) \quad d\omega_y/dt = (\omega_y)^{\beta}v,$$

где v — скорость фронта разрушения; β — коэффициент. Далее принимаем, что при усталости развивается в основном сосредоточенное повреждение в форме усталостной трещины (см. фиг. 1, в), которая распространяется только в одном направлении, т. е. $\beta = 0$. При этом независимо от вида функции $\Phi(t)$ в уравнении (1.1) при определении скорости фронта разрушения v воспользуемся схемой [11], в соответствии с которой

$$(3.2) \quad v = dl_y/dt = C_1f(\Delta K)^n = C_1f(\sigma_a)^n,$$

где l_y — текущая длина усталостной трещины; ΔK — размах коэффициента интенсивности напряжений; σ_a — текущее значение циклического напряжения, зависящее от l_y ; C_1, n — коэффициенты, из которых C_1 зависит от σ_m . По данным [12] для малых

значений σ_a величина C_1 пропорциональна статическому напряжению, т. е. в этом случае

$$v = Cf(\sigma_a)^n \sigma_m,$$

где $C = C_1/\sigma_m$. Представим текущее значение амплитуды циклического напряжения σ_a в произвольный момент времени t в виде

$$(3.2)' \quad \sigma_a = \bar{\sigma}_a / \bar{r} = P_a / [F_0(1 - \omega_y)] = \sigma_{a0} / (1 - \omega_y)$$

и разрешим уравнение (3.2)' относительно параметра ω_y :

$$(3.3) \quad \omega_y = 1 - \sigma_{a0} / \sigma_a.$$

Продифференцировав уравнение (3.3) по времени и подставив полученный результат в уравнение (3.2) в исходное кинетическое уравнение (3.1), учитывая, что при $\beta = 0$ $d\omega_y/dt \approx dl_y/dt$, получим дифференциальное уравнение усталостной поврежденности

$$(3.4) \quad \frac{d\sigma_a}{(\sigma_a)^{2+n}} = \frac{Cf\sigma_{m0}}{\sigma_{a0}} dt.$$

Интегрируя уравнение (3.4) с учетом начального условия $\sigma_a = \sigma_{a0}$ при $t = 0$, получим

$$t = \frac{\sigma_{a0}}{Cf(1+n)\sigma_{m0}} \left[\frac{1}{(\sigma_{a0})^{1+n}} - \frac{1}{(\sigma_a)^{1+n}} \right].$$

Считая, что чисто усталостное разрушение является хрупким, и полагая, что разрушение стержня произойдет при $\omega_y = 1$ и $\sigma_a = \infty$, время усталостного разрушения t_{py} запишем в виде

$$(3.5) \quad t_{py} = 1/[Cf(1+n)(\sigma_{a0})^n \sigma_{m0}].$$

По структуре уравнение (3.5) аналогично уравнению хрупкого разрушения при ползучести в условиях статического нагружения [8].

4. Долговечность в условиях взаимодействия усталости и ползучести. Для оценки времени смешанного разрушения рассмотрим совместное решение системы уравнений (1.4), (1.5). При этом очевидно, что уравнение ползучести будет зависеть от усталостной поврежденности, а усталостная поврежденность будет отражать эффект влияния ползучести. В этом случае истинные значения напряжений определяются с учетом уменьшения площади поперечного сечения стержня как в результате трещинообразования, так и ползучести, т. е.

$$(4.1) \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{m0}}{1 - \omega_y} e^{\varepsilon_\Sigma}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{a0}}{1 - \omega_y} e^{\varepsilon_\Sigma},$$

а уравнения (1.3), (1.4) с учетом (2.1), (3.1), (3.2) и (4.1) переписутся в виде

$$(4.2) \quad \frac{d\varepsilon_\Sigma}{dt} = \frac{B}{(1 - \omega_y)^{m+k}} e^{(m+k)\varepsilon_\Sigma} (\sigma_{m0})^m (\sigma_{a0})^k;$$

$$(4.3) \quad \frac{d\omega_y}{dt} = \frac{Cf}{(1 - \omega_y)^{1+n}} (\sigma_{a0})^n e^{(1+n)\varepsilon_\Sigma} \sigma_{m0},$$

причем при $t = 0$ $\varepsilon_\Sigma = 0$ и $\omega_y = 0$, а при $t = t_{py}$ $\varepsilon_\Sigma = \infty$ и $\omega_y = 1$.

Разделяя переменные в уравнении (4.3) и интегрируя при начальном условии $\omega_y = 0$ при $t = 0$, с учетом выражения для времени чисто усталостного разрушения (3.5) будем иметь

$$(4.4) \quad 1 - \omega_y = \left[1 - \frac{e^{(1+n)\varepsilon_\Sigma} (2+n)t}{(1+n)t_{py}} \right]^{\frac{1}{2+n}}.$$

Дифференциальное уравнение циклической ползучести (4.2) с учетом (4.4) запишется в виде

$$(4.5) \quad \frac{d\varepsilon_\Sigma}{dt} = \frac{Be^{(m+k)\varepsilon_\Sigma}}{\left[1 - \frac{(2+n)e^{(1+n)\varepsilon_\Sigma} t}{(1+n)t_{py}} \right]^{\frac{m+k}{2+n}}} (\sigma_{m0})^m (\sigma_{a0})^k.$$

Для получения решения в явном виде ограничимся условиями, когда ползучесть не оказывает влияния на процесс трещинообразования, т. е. принимаем в (4.5) $(1+n) \times$

$\times \varepsilon_{\Sigma} = 0$. Переменные в этом случае в (4.5) разделяются, и, интегрируя при начальном условии $\varepsilon_{\Sigma} = 0$ при $t = 0$, с учетом выражения для времени разрушения от циклической ползучести (2.5) получаем

$$(4.6) \quad \frac{t}{t_{py}} = \frac{1+n}{2+n} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{(m+k-n-2)(1-e^{-(m+k)\varepsilon_{\Sigma}}) t_{pn}}{(1+n)(2+n)t_{py}} \right]^{-\frac{n+2}{m+k-n-2}} \right\}.$$

Для определения времени смешанного разрушения $t_{p\Sigma}$ полагаем в уравнении (4.6) $\varepsilon_{\Sigma} = \infty$, откуда

$$(4.7) \quad \frac{t_{p\Sigma}}{t_{py}} = \frac{1+n}{2+n} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{(m+k-n-2)t_{pn}}{(1+n)(2+n)t_{py}} \right]^{-\frac{2+n}{m+k-n-2}} \right\}.$$

Из структуры уравнения (4.7) видно, что ползучесть уменьшает долговечность стержня, найденную по схеме чисто усталостного разрушения, так как $t_{p\Sigma} < t_{py}$. Формула (4.7) справедлива при $\sigma_a \neq 0$, в противном случае происходит чисто вязкое разрушение. При $\sigma_m = 0$ из уравнения (4.7) определяется время чисто усталостного разрушения.

Рассмотрим соотношение между долговечностью при смешанном разрушении и долговечностью в условиях развития ползучести. Для этого разделим переменные в (4.2) и проинтегрируем при начальном условии $\varepsilon_{\Sigma} = 0$ при $t = 0$. С учетом выражения для времени разрушения от циклической ползучести (2.5) будем иметь

$$(4.8) \quad e^{(m+k)\varepsilon_{\Sigma}} = \left[1 - \frac{t}{(1-\omega_y)^{m+k} t_{pn}} \right]^{-1}.$$

Дифференциальное уравнение для параметра поврежденности (4.3) с учетом (4.8) запишется в виде

$$(4.9) \quad \frac{d\omega_y}{dt} = \frac{Cf}{(1-\omega_y)^{1+n}} (\sigma_a)^n \sigma_{m0} \left[1 - \frac{1}{(1-\omega_y)^{m+k} t_{pn}} \right]^{-\frac{1+n}{m+k}}.$$

Для получения решения в явном виде также ограничимся условиями, когда ползучесть не оказывает влияния на процесс накопления поврежденности, т. е. принимаем в (4.9) $m+k=0$. Переменные в этом случае в (4.9) разделяются, и, интегрируя при начальном условии $\omega_y = 0$ при $t = 0$, с учетом выражения для времени усталостного разрушения (3.5) получим

$$(4.10) \quad \frac{t_p}{t_{pn}} = 1 - \left\{ 1 + \frac{(1+n)(1+n-m-k)}{(2+n)(m+k)} \left[1 - (1-\omega_y)^{2+n} \right] \frac{t_{py}}{t_{pn}} \right\}^{-\frac{m+k}{1+n-m-k}}.$$

Для определения времени смешанного разрушения $t_{p\Sigma}$ полагаем в уравнении (4.10) $\omega_y = 1$ при $t = t_{p\Sigma}$, т. е.

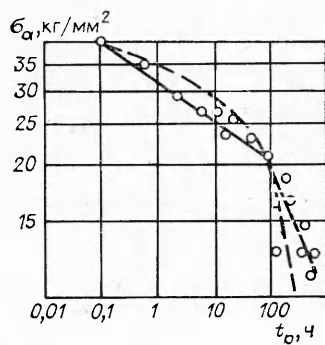
$$(4.11) \quad \frac{t_{p\Sigma}}{t_{pn}} = 1 - \left[1 + \frac{(1+n)(1+n-m-k)t_{py}}{(2+n)(m+k)t_{pn}} \right]^{-\frac{m+k}{1+n-m-k}}.$$

Из структуры уравнения (4.11) видно, что усталостная поврежденность уменьшает долговечность стержня, найденную из условия разрушения от ползучести, так как $t_{p\Sigma} < t_{pn}$.

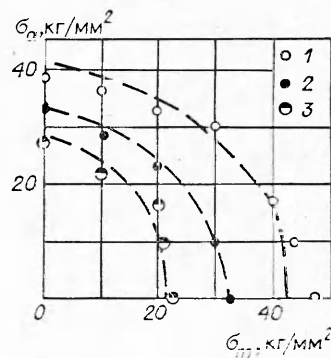
В качестве примера рассчитываем время до разрушения образцов из жаропрочного никелевого сплава при температуре 800 °С, испытанных в условиях нагружения (1.1). На фиг. 2 нанесены экспериментальные точки и проведена аппроксимирующая линия (сплошная) по данным [4]. Штриховая кривая рассчитана по уравнению (4.7). При этом использованы следующие исходные данные: $\sigma_m = 20$ кг/мм²; $f = 50$ Гц; $\lg B = -12$; $C = 1,52 \cdot 10^{-8}$; $k = 6,3$; $m = 7,5$; $n = 2,2$. В целом, как видно, получено удовлетворительное согласование результатов эксперимента и расчета (максимальная погрешность не превышает 15%).

Рассмотрим также возможность использования уравнений (4.7), (4.11) для расчета кривых равной долговечности, общеизвестная форма представления которых дается в виде диаграмм предельных напряжений в координатах $\sigma_a - \sigma_m$ [3, 4, 8]. В этом случае, учитывая, что для кривых равной долговечности $t_{py} = t_{pn}$, и решая уравнения (4.7), (4.11) относительно σ_a , получим следующие уравнения для диаграмм предельных напряжений:

$$(4.12) \quad \sigma_{a0} = R_{\perp} (\sigma_{m0})^{-\frac{1}{n}} (t_{p\Sigma})^{-\frac{1}{n}} [Cf(2+n)]^{-\frac{1}{n}},$$



Фиг. 2



Фиг. 3

$$(4.13) \quad \sigma_{\alpha\alpha} = B_2 (\sigma_{m0})^{-\frac{m}{k}} (t_{p\Sigma})^{-\frac{1}{k}} [B(m+k)]^{-\frac{1}{k}},$$

$$\text{где} \quad B_1 = \left\{ 1 - \left[1 + \frac{m+k-n-2}{(1+n)(2+n)} \right]^{-\frac{2+n}{m+k-n-2}} \right\}^{\frac{1}{n}};$$

$$B_2 = \left\{ 1 - \left[1 + \frac{(1+n)(1+n-m-k)}{(2+n)(m+k)} \right]^{-\frac{m+k}{1+n-m-k}} \right\}^{\frac{1}{k}}.$$

Из структуры уравнений (4.12), (4.13) видно, что с увеличением времени до разрушения или увеличением одной из компонент предельного напряжения другая компонента уменьшается. В отличие от известных [1, 3, 4, 12] уравнения (4.12), (4.13), содержащие в качестве одного из параметров время до разрушения, позволяют рассчитывать предельные напряжения, не привязываясь к экспериментальным данным по сопротивлению усталости при симметричном цикле и по сопротивлению длительной статической прочности.

В качестве примера рассчитаем диаграммы предельных напряжений для сплава ЭИ867 при температуре 900°C, экспериментальные данные для которого взяты из [12]. На фиг. 3 представлены экспериментальные данные (точки) и диаграммы, рассчитанные по уравнению (4.13) (штриховые линии) для долговечностей 1; 10; 100 ч (точки 1-3 соответственно). При расчете использованы следующие значения коэффициентов: $C = 2,2 \cdot 10^{-14}$; $\lg B = -11,2$; $m = 7,2$; $k = 0,5$; $n = 4,2$. Из сопоставления видно, что рассчитанные диаграммы удовлетворительно (погрешность не превышает 12%) согласуются с экспериментальными данными.

Таким образом, обобщенный подход Ю. Н. Работнова к оценке времени вязкохрупкого разрушения в условиях статической ползучести позволяет решить задачу расчета долговечности жаропрочных материалов при многоцикловом нагружении. Показано, что долговечность в условиях взаимодействия усталости и ползучести меньше, чем в условиях только усталости или только ползучести.

Поступила 6 I 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Хэйвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости. М.: Машиностроение, 1969.
2. Конончук Н. И. Методы оценки выносливости жаропрочных сплавов. М.: Металлургия, 1966.
3. Трошенко В. Т. Усталость и неупругость металлов. Киев: Наукова думка, 1971.
4. Серенсен С. В., Кобаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М.: Машиностроение, 1975.
5. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
6. Иванова В. С., Терентьев В. Ф. Природа усталости металлов. М.: Металлургия, 1975.
7. Каминский А. А. Механика разрушения вязкоупругих тел. Киев: Наукова думка, 1980.
8. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
9. Ищенко И. И., Голуб В. П., Погребняк А. Д. Исследование циклической ползучести жаропрочных сплавов при многоцикловом нагружении. — ПМ, 1982, т. 18, № 4.
10. Hoff N. J. The neckling and the rupture of rods, subjected to constant tensile loads. — J. Appl. Mech., 1953, vol. 20, N 1.
11. Paris P., Erdogan F. A. Critical analysis of crack propagation laws. — Trans. ASME, Ser. D., 1963, vol. 85, N 4.
12. Ищенко И. И., Голуб В. П. и др. Метод оценки и прогнозирования предельного состояния жаропрочных сплавов при асимметричном многоцикловом нагружении. — Проблемы прочности, 1979, № 12.