

1. Низкое значение напряженности перекрытия. Пробой промежутка длиной 3—4 м может быть осуществлен при напряжении на конденсаторной батарее 20—25 кВ. Для электрического взрыва проволочек такой длины требуется 40—50 кВ.

2. Возможность подбора в широком диапазоне начального сопротивления разрядного промежутка (R_0 от 1 Ом/м и выше). Это позволяет осуществлять согласование нагрузки с источником энергии в виде индуктивного накопителя энергии и магнитокумулятивного генератора. При использовании этих источников энергии «перехват» накопленной энергии нагрузкой зависит от ее начального сопротивления [6, 7]. При сопротивлении нагрузки, много меньшем сопротивления размыкателя, можно существенно уменьшить потери в размыкателе и исключить затраты энергии на предварительный разогрев газоразрядной нагрузки до получения требуемой величины сопротивления.

3. При осуществлении разряда по поверхности угольных нитей отсутствует пауза тока, которая в случае ЭВП часто является причиной возникновения в контуре значительных перенапряжений.

4. При осуществлении открытых разрядов нить может быть применена для иницирования 3—4 последовательных разрядов.

Поступила 28 III 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Электрический взрыв проводников. Сборник под ред. А. А. Рухадзе. М., Мир, 1963.
2. Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Сильноточные электроразрядные источники света. — УФН, 1974, вып. 112, с. 193.
3. Борович Б. Л., Григорьев П. Г., Зуев В. С., Розанов В. Б., Старцев А. В., Широких А. П. Экспериментальное и теоретическое исследование динамики излучающих электрических разрядов в газах. — Труды ФИАН «Лазеры и их применение», 1974, вып. 76, с. 3.
4. Физика быстро протекающих процессов. Т. 1. М., Мир, 1971.
5. Мармер Э. Н. Углеродистые материалы. М., Металлургия, 1973.
6. Кнопфель Г. Сверхильные импульсные магнитные поля. М., Мир, 1972.
7. Газовые лазеры. Под ред. Р. И. Солоухина, В. П. Чеботаева. Новосибирск, Наука, 1977.

УДК 538.4

О ВИНТОВОМ ГИДРОМАГНИТНОМ ДИНАМО

Ю. Б. Пономаренко

(Москва)

1. Для теории гидромагнитного динамо представляют интерес примеры самовозбуждения магнитного поля [1—6]. В винтовой модели динамо поле возбуждается разрывным осесимметричным движением [5, 6]. Ниже рассмотрен случай, когда осесимметричное движение может быть непрерывным.

Переход к непрерывному движению сопровождается возникновением большого числа нарастающих во времени решений задачи динамо.

Уравнение индукции (для среды с магнитной вязкостью, равной единице) есть

$$(1.1) \quad \partial \mathbf{H} / \partial t = \text{rot} [\mathbf{U} \times \mathbf{H}] + \Delta \mathbf{H},$$

где скорость \mathbf{U} задана.

Пусть в цилиндрических координатах r, φ, z составляющие скорости $U_r = 0, U_\varphi = r\omega_*(r), U_z = v_*(r)$. Считая поле пропорциональным $\exp(im\varphi + ikz + pt)$, для величин $H_\pm = H_r + iH_\varphi$ из (1.1) получаем уравнения

$$(1.2) \quad (rDrD - m^2 - 1 \mp 2m - r^2q_*^2) H_\pm = \mp \frac{1}{2}ir^3(H_+ + H_-)D\omega_* \\ (D = d/dr, \quad q_*^2 = s^2 + i\mu_*, \quad s^2 = p + k^2, \quad \mu_* = m\omega_* + kv_*).$$

На поверхностях разрыва скорости или ее производной должны быть непрерывны величины [5]

$$(1.3) \quad H_\pm, \quad DH_\pm \pm \frac{1}{2}i\omega_*(H_+ + H_-).$$

Решения задачи (1.2), (1.3) должны быть непрерывными, ограниченными и исчезать при $r \rightarrow \infty$. Поле генерируется, если существует собственное число p с положительным инкрементом $\gamma = \text{Re} p$. Генерация невозможна, если один из параметров m, k, v_* равен нулю [2, 7].

Допустим, что в некотором интервале значений r

$$(1.4) \quad \omega_* = \omega + \Omega/r^2, \quad v_* = v + V/r^2,$$

где ω, Ω, v, V постоянны. Положим

$$(1.5) \quad \mu = m\omega + kv, \quad M = m\Omega + kV, \quad q^2 = s^2 + i\mu, \\ N = (m^2 + im\Omega)^{1/2} (|\arg N| < 1/4\pi).$$

Тогда решение (1.2) можно представить в виде

$$(1.6) \quad H_+ = A_\pm I_\pm + B_\pm K_\pm - \frac{N-m}{N+m} (A_\mp I_\mp + B_\mp K_\mp),$$

где A_\pm, B_\pm — постоянные, а I_\pm, K_\pm — модифицированные функции Бесселя аргумента qr с индексами

$$(1.7) \quad \nu_\pm = (1 + m^2 + iM \pm 2N)^{1/2}.$$

Рассмотрим случай, когда в (1.4), (1.5) при $r < 1$ отличны от нуля только постоянные ω, v , а при $r > 1$ — только Ω, V . Принимая в (1.6) $B_\pm = 0$ при $r < 1$ и $A_\pm = 0$ при $r > 1$, можно получить из (1.3) дисперсионное соотношение

$$(1.8) \quad 2i(\omega - \Omega) \left(j_- - \frac{m}{M} k_- \right) = k_+^2 - k_-^2 + j_+^2 - j_-^2 - \\ - 2k_+ j_+ + \frac{m^2 + N^2}{mN} k_- j_- \\ \left(j_\pm = \frac{qI'_\pm(q)}{I_\pm(q)} \pm \frac{qI'_\mp(q)}{I_\mp(q)}, \quad k_\pm = \frac{sK'_\pm(s)}{K_\pm(s)} \pm \frac{sK'_\mp(s)}{K_\mp(s)}, \quad |\arg s| < \pi/2 \right).$$

При $\Omega = V = 0$ и больших ω, q, s это соотношение исследовано в [5]. Ниже рассмотрен случай, когда Ω, V также могут быть большими.

2. Упростим (1.8), считая q, s большими. Значения величин

$$(2.1) \quad j_+ = 2q, \quad j_- = 2m/q \quad (|q| \gg m, \quad |\arg q| < 1/2\pi)$$

получаются из асимптотик [5, 8] функций I_\pm с фиксированными индексами $m \pm 1$.

Для определения k_\pm необходимо использовать асимптотику $K_\nu(s)$ при произвольных значениях ν/s , так как индексы (1.7) неограниченно возрастают с ростом Ω, V .

Нужную асимптотику можно получить методом перевала из равенства [8]

$$(2.2) \quad K_\nu(s) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(\nu t - s \operatorname{ch} t) dt \quad (|\arg s| < \frac{1}{2}\pi).$$

Обозначим $\arg \nu = \psi$. Так как K_ν — четная функция ν , то можно считать $|\psi| \leq \frac{1}{2}\pi$. Достаточно рассмотреть случай $\psi \geq 0$, так как при замене ν, s на комплексно-сопряженные значения получается комплексно-сопряженное значение функции (2.2).

При $0 \leq \psi \leq \frac{1}{2}\pi$ перевальный контур может проходить через седловые точки

$$t_{\pm} = i\pi/2 \pm (\alpha + i\beta) \quad (\alpha \geq 0, \operatorname{sh} t_{\pm} = \nu/s, \frac{1}{2}\pi \geq \beta \geq 0)$$

с равными по модулю вкладами в интеграл (2.2).

Значения величины

$$\xi = s^2/\nu^2 = \rho e^{i\theta} \quad (-\pi - 2\psi \leq \theta \leq \pi - 2\psi),$$

для которых выполняются эти два условия, лежат на линии нулей [8] функции (2.2).

Вклады точек t_{\pm} даются выражениями

$$(2.3) \quad \kappa_{\pm} = \sqrt{\frac{\pi}{2\nu\delta}} \exp(i(\frac{1}{2}\pi\nu + \frac{1}{4}\pi \pm \eta)),$$

$$\eta = (\nu/i) (\ln(1 + \delta) - \frac{1}{2} \ln \xi - \delta - \frac{1}{2}\pi i) - \frac{1}{4}\pi,$$

$$\delta = \sqrt{1 + \xi},$$

в которых все радикалы и логарифмы положительны при положительных ν, ξ . Предполагается, что

$$(2.4) \quad |\nu\delta| \gg 1, |\nu\delta^3| \gg 1.$$

Вклады (2.3) равны по модулю, если $\operatorname{Im} \eta = 0$. Линии нулей Γ соответствует решение $r(\theta)$ этого уравнения в области $r \leq 1, -2\psi - \pi \leq \theta \leq -\pi$. Предельные выражения линии

$$(2.5) \quad \arg \delta = \frac{1}{3}(\pi/2 - \psi) \quad (|\delta| \ll 1),$$

$$\rho = 4 \exp[(\theta + \pi) \operatorname{tg} \psi - 2] \quad (\rho \ll 1).$$

При $\psi = \frac{1}{2}\pi$ линия Γ есть отрезок $-1 \leq \xi \leq 0$. Функция (2.2) не имеет нулей [8] на плоскости ξ вне Γ . Вблизи и на Γ интеграл (2.2) асимптотически равен сумме вкладов (2.3), вдали — наибольшему из вкладов.

Отметим, что κ_{\pm} являются значениями одной и той же функции на разных сторонах Γ ; κ_{-} получается из κ_{+} обходом точки $\xi = -1$ по часовой стрелке.

Из (2.3) следует

$$(2.6) \quad \frac{sK'_\nu(s)}{K_\nu(s)} = -\nu\delta \begin{cases} i \operatorname{tg} \eta \\ 1 \end{cases},$$

где верхний множитель берется вблизи и на Γ , нижний — вдали от нее. В случае $\psi < 0$ нужно в (2.3), (2.6) умножить i на $\sigma = \operatorname{sgn} \psi$.

Согласно (2.6), вне линий нулей Γ_{\pm} функций K_{\pm}

$$(2.7) \quad k_{\pm} = -\nu_{+} (\sqrt{z+1} \pm \sqrt{z+\varepsilon^2}) \quad (z = s^2/\nu_{+}^2, \quad \varepsilon = \nu_{-}/\nu_{+}).$$

Вблизи Γ_- второй радикал в (2.7) заменяется на $i\sigma\delta \operatorname{tg} \eta$, где теперь

$$(2.8) \quad \delta = \sqrt{z/\varepsilon^2 + 1}, \quad \sigma = \operatorname{sgn} \operatorname{Im} (v_+ \varepsilon),$$

$$\eta = \frac{v_+ \varepsilon}{i\sigma} \left[\ln(1 + \delta) - \frac{1}{2} \ln \frac{z}{\varepsilon^2} - \delta - \frac{1}{2} i\pi\sigma \right] - \frac{1}{4}\pi.$$

В аналогичной замене первого радикала $\varepsilon = 1$. Подстановка (2.1), (2.7) в (1.8) дает

$$(2.9) \quad \frac{\sqrt{z_*} \sqrt{z+1} \sqrt{z+\varepsilon^2} + z_* (\sqrt{z_*} + \sqrt{z+1} + \sqrt{z+\varepsilon^2}) - (\sqrt{z+1} - \sqrt{z+\varepsilon^2}) / (4E)}{1 + E \sqrt{z_*} (\sqrt{z+1} - \sqrt{z+\varepsilon^2})} -$$

$$- \frac{m^2}{v_+^2 \sqrt{z_*}} - \frac{im(\omega - \Omega)}{v_+^3} \equiv a \quad \left(z_* = \frac{q^2}{v_+^2}, \quad E = \frac{2}{1 - \varepsilon^2} \right).$$

Ниже показано, что соотношению (2.9) удовлетворяет не более одного собственного значения. Это значение можно назвать изолированным. Оно существует лишь при больших a и характерно для разрывного движения. При уменьшении a оно исчезает, уходя в разрез плоскости z , или становится неизоллированным, приближаясь к одной из линий Γ_{\pm} .

Неизолированные собственные значения существуют и при малых a . Они расположены вблизи Γ_{\pm} . Расстояние между соседними значениями z неограниченно уменьшается с ростом скоростей. Инкременты этих значений могут быть положительными, если $|\arg v_{\pm}| > 1/4\pi$; согласно (1.7), это условие может выполняться только для v_- .

3. Рассмотрим сначала случай $\mu = M = 0$. Считая Ω большим, примем в (2.7)–(2.9)

$$(3.1) \quad \varepsilon = -i \operatorname{sgn} \Omega, \quad |v_+| \gg m, \quad \arg v_+ \approx 1/8\pi \operatorname{sgn} \Omega.$$

Пренебрегая в (2.9) второй дробью, получим

$$(3.2) \quad 2a = (2\sqrt{z} - \sqrt{z+1} - \sqrt{z-1})^{-1}.$$

Это уравнение разрешимо в радикалах, так как подстановкой

$$\sqrt{z \pm 1} = (1/y \pm y)/\sqrt{2}$$

сводится к кубическому. Частные значения $z(a)$ проще получить непосредственно из (3.2).

При $A = |a| \gg 1$ из (3.2) следует

$$(3.3) \quad z = \left(\frac{1}{2} a\right)^{2/3} = \left(\frac{1}{2} m |\omega - \Omega|\right)^{2/3} v_+^{-2} \exp\left[\frac{1}{3} i\pi \operatorname{sgn}(\omega - \Omega)\right].$$

Можно проверить с помощью (2.9), что (3.3) справедливо и при малых Ω (для $\Omega = 0$ оно найдено [5] ранее). Значения μ , M также могут отличаться от нуля.

Определение z при больших Ω облегчается тем, что $\vartheta = \arg a$ меняется слабо. Например,

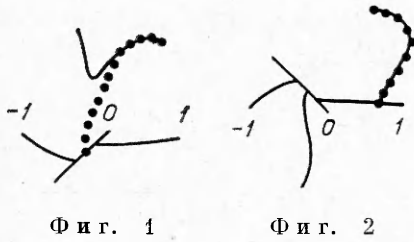
$$(3.4) \quad \vartheta = 1/2\pi - 3/8\pi \operatorname{sgn} \Omega \quad (\Omega < \omega, \quad \omega > 0).$$

Найдем a , при котором $z > 0$. Из (3.2) имеем

$$2a = (2\sqrt{z} - \sqrt{z+1} - i\sqrt{1-z})^{-1} \quad (0 \leq z \leq 1).$$

Отсюда следует

$$A^{-1} = 2\sqrt{2}(\sqrt{z+1} - \sqrt{z}), \quad \operatorname{tg} \vartheta = \sqrt{1-z}/(2\sqrt{z} - \sqrt{z+1}).$$



Фиг. 1

Фиг. 2

Используя (3.4) при $\Omega > 0$, получим $z \approx 0,9$, $A = A_0 \approx 0,8$.

Для $\Omega < 0$, $z < 0$ будет

$$A^{-1} = 2\sqrt{2}(\sqrt{1-z} - \sqrt{-z}), \quad \operatorname{tg} \vartheta = \\ = (2\sqrt{-z} - \sqrt{1-z})/\sqrt{1+z} \\ (-1 \leq z \leq 0).$$

Отсюда и из (3.4) следует $z \approx -0,1$, $A \approx 0,5$.

Найденные частные значения z используются для качественного построения графиков $z(\Omega)$. На фиг. 1 показаны * линии нулей Γ_+ и разрез плоскости z при больших $\Omega < 0$; графики $z(\Omega)$ при увеличении $|\Omega|$ от нуля показаны сплошной линией для случая $\omega = \operatorname{const} \gg 1$ и точечной линией для случая $\omega - \Omega = \operatorname{const} \gg 1$. Аналогичные кривые при $\Omega > 0$ показаны на фиг. 2.

Согласно (2.5), (3.1), в точках пересечения линий нулей с разрезом $|z| \approx 0,25$ и $|z| \approx 0,001$.

Из фиг. 1 видно, что во втором случае изолированное собственное значение перестает существовать, уходя в разрез, при этом $|z| \approx 0,1$, $A \approx 0,4$.

Из фиг. 2 видно, что в обоих случаях при A , несколько меньшем A_0 , собственное значение приближается к Γ_- и затем остается там, ничем не отличаясь от других собственных значений вблизи Γ_- . В первом случае возникает, выходя из разреза, новое изолированное собственное значение, при этом $\Omega > \omega$, а значения $|z| \approx 0,1$, $A \approx 0,4$ равны найденным при $\Omega < 0$.

4. При увеличении $|\Omega|$ неизоллированные собственные значения выходят из разреза и удаляются от него, оставаясь вблизи линий нулей.

Ограничимся рассмотрением собственных значений вблизи Γ_- , так как только у них инкремент положителен. Произведя замену (2.7) с учетом (3.1), получим из (2.9)

$$(4.1) \quad \operatorname{tg} \eta = \frac{1}{\delta} \frac{z\sqrt{z+1} + z\sqrt{z-1} - \frac{1}{4}\sqrt{z+1} - a(\sqrt{z}\sqrt{z+1} + 1)}{\sqrt{z}\sqrt{z+1} + z + \frac{1}{4} + a\sqrt{z}}$$

$$(\delta = \sqrt{1-z}, \quad \eta = \nu_+ [\ln(1+\delta) - \frac{1}{2} \ln z - \delta] - \frac{1}{4}\pi).$$

При малых δ из (4.1) находим

$$(4.2) \quad \pi(n - \frac{1}{2}) = \eta = \frac{1}{3} \nu_+ \delta^3 - \frac{1}{4}\pi \quad (|\delta| \ll 1, \quad n = 1, 2, \dots).$$

Отсюда и из (3.1), (2.7), (1.2) следует

$$(4.3) \quad \delta = \left[3\pi i \left(n - \frac{1}{4} \right) (\operatorname{sgn} \operatorname{Im} \nu_-) / \nu_- \right]^{1/3}, \quad p = -k^2 - \nu_-^2 + \nu_-^2 \delta^2.$$

Из (4.2), (4.1), (2.6) видно, что в приближении (4.2) собственные значения совпадают с нулями K_- . Совпадение можно пояснить следующим образом.

* Используется общепринятая система координат: действительная и мнимая оси проходят через нуль горизонтально направо и вертикально вверх.

Левая и правая части (1.8) различаются на некоторое конечное значение, если производная K_-'/K_- равна нулю. Из (2.6) видно, что при малых δ эта производная мала всюду, кроме малой окрестности нулей K_- . В окрестности каждого нуля производная принимает любые значения, в том числе и такое, при котором (1.8) удовлетворяется.

Неравенства (2.4), (4.2) выполняются для (4.3), если $|v_-|^{1/3} \gg n^{1/3} \gg 1$. При нарушении этих условий отклонение от значения, определяемого из (4.3), может быть порядка расстояния до соседнего значения.

В случае $n \sim |v_-|$ для приближенного вычисления отклонения можно в правую часть (4.1) подставить значение z , определяемое из первого равенства (4.2).

В случае $n \sim 1$ необходимо [8] вместо (2.3) использовать приближение Никольсона. В этом приближении равенство $K_- = 0$ преобразуется к виду

$$J_{1/3}(\tau) + J_{-1/3}(\tau) = 0(\tau = 1/3 v_+ \delta^3).$$

Отсюда при $\tau \gg 1$ получается (4.2). Корни $\tau = 2,38; 5,51$ также близки к (4.2) при $n = 1,2$. Поэтому (4.3) справедливо и для $n \sim 1$.

Выше считалось $\mu = M = 0$. Равенства (4.3) оказываются справедливыми и в общем случае (их вывод из (2.9), (2.8) не изменяется).

Из (4.3), (1.7) видно, что p не зависит от μ и что

$$p(M) \approx -1/2 k^2 - v_-^2 = p(0) - iM \quad (|nM|^{3/2} \ll |N|).$$

При $M = M_* = 2 \operatorname{Im} N$ число p вещественно, а инкремент

$$\gamma = b - k^2 - [3\pi(n - 1/4)b]^{2/3} \quad (b = 2 \operatorname{Re} N - m^2 - 1)$$

максимален и положителен при $b > b_*(k, n)$. Критическое значение b_* возрастает с ростом k, n . При увеличении $|M - M_*|$ инкремент убывает до $\gamma \approx \operatorname{Re} v_-^2 \delta^2 < 0$ и генерация прекращается. С ростом n инкремент убывает.

Изолированное собственное значение удовлетворяет соотношению (4.4)

$$p(\mu, M) = p(0, M - \mu) - i\mu.$$

Оно следует из сохранения равенств (2.7), (2.9) при замене в них $z, v_{\pm}(M)$ на $z_*, v_{\pm}(M - \mu)$. Согласно (4.4), общий случай сводится к случаю $\mu = 0$, а случай $\mu = M - k$ исследованному выше. Как и (4.3), значение (4.4) также может быть вещественным.

Сглаживание скоростей достигалось выше уменьшением величин их разрывов. Другой способ сглаживания — замена разрыва переходной областью $1 \leq r \leq r_0$, в которой скорости (1.4) непрерывно меняются от постоянных значений при $r \leq 1$ до нуля при $r \geq r_0$. Точное дисперсионное соотношение можно найти и в этом случае. Следует ожидать, что оба способа сглаживания приводят к аналогичным изменениям спектра собственных значений.

Рассмотренный пример показывает, что сглаживание скоростей может существенно изменять спектр задачи динамо.

Выше рассматривалось распределение скорости (1.4), для которого уравнения (1.2) интегрируются точно. В случае произвольных скоростей для отыскания интегралов (1.2) следует использовать приближение ВКБ.

В настоящее время в этом приближении рассмотрено много граничных задач с уравнением четвертого порядка (двумя уравнениями второго порядка). Следует отметить обзор [9], в котором суммированы последние достижения в этом направлении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lortz D. Exact solutions of the hydromagnetic dynamo problem.— Plasma Phys., 1968, vol. 10, N 11, p. 967.
2. Брагинский С. И. О самовозбуждении магнитного поля при движении хорошо проводящей жидкости.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, вып. 3.
3. Тверской Б. А. К теории гидродинамического самовозбуждения регулярных магнитных полей.— Геомагнетизм и аэрономия, 1966, т. 6, № 1.
4. Гайлитис А. Самовозбуждение магнитного поля парой кольцевых вихрей.— Магнитн. гидродинамика, 1970, № 1.
5. Пономаренко Ю. Б. К теории гидромагнитного динамо.— ПМТФ, 1973, № 6.
6. Гайлитис А. К., Фрейберг Я. Ж. К теории винтового МГД-динамо.— Магнитн. гидродинамика, 1976, № 2.
7. Зельдович Я. Б. Магнитное поле в проводящей турбулентной жидкости при двумерном движении.— ЖЭТФ, 1956, т. 31, вып. 1.
8. Кратцер А., Франц В. Трансцендентные функции. М., ИЛ, 1963.
9. Ерохин Н. С., Моисеев С. С. Волновые процессы в плазме.— В кн.: Вопросы теории плазмы. Т. 7. М., Атомиздат, 1973.

УДК 538.3 : 538.4

СЛАБЫЕ РАЗРЫВЫ В ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Н. Ф. Пацегон

(Харьков)

1. Рассмотрим распространение слабых разрывов в проводящей намагничивающейся жидкости. Жидкость предполагается несжимаемой ($\rho = \text{const}$), идеальной (диссипативные процессы отсутствуют), неоднородно и изотропно намагничивающейся по произвольному закону $\mu = \mu(\rho, T, H)$, так что магнитная индукция \mathbf{B} и напряженность магнитного поля \mathbf{H} связаны равенством

$$(1.1) \quad \mathbf{B} = \mu(\rho, T, H)\mathbf{H}.$$

Зависимость магнитной проницаемости μ от плотности ρ и температуры T позволяет учесть магнитоstrictionные и магнитокалорические эффекты в намагничивающейся жидкости. Уравнение (1.1) принимается при исследовании течений жидких диа- и парамагнитных металлов [1] и электропроводных ферромагнитных жидкостей [2], в которых можно пренебречь явлениями, связанными с гистерезисом намагниченности.

Система уравнений, описывающая в магнитогидродинамическом приближении нестационарные движения такой жидкости, имеет вид [3]

$$(1.2) \quad \text{div } \mathbf{v}' = 0, \quad \text{div } \mathbf{B} = 0, \quad \frac{d}{dt} (S + S^e) = 0,$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla(p + \psi) + \frac{1}{4\pi} \text{rot } \mathbf{H} \times \mathbf{B} + M \nabla H, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}].$$

Здесь \mathbf{v} — скорость жидкости, $M = (\mu - 1)H/(4\pi)$ — намагниченность,

$$(1.3) \quad \psi = \int_0^H (\mu - 1 - \rho\mu_\rho) H dH, \quad S^e = \frac{1}{4\pi\rho} \int_0^H \mu_T H dH,$$

$n_\rho, u_T \dots$ обозначают частную производную функции u по ρ, T соответственно при постоянных остальных параметрах.