

и (2.8), (2.11)—(2.14), (3.10), (3.11), (3.13), (3.14) определяется приближенное решение задачи (1.1)—(1.6), которое (при использовании (1.1)) точно удовлетворяет (1.3), (1.5), (1.6) и приближенно, с точностью до величин, малых по сравнению с  $\epsilon\chi$ , удовлетворяет (1.2), (1.4).

Отметим, что, согласно (1.1), (2.8), (4.1), газовый пузырь имеет форму шара, и  $\mathbf{S}$  является радиусом-вектором его центра.

Используя (3.11), (3.14), (4.2), найдем

$$(4.3) \quad \mathbf{S} = \left( \operatorname{Real} \sum_{m=1}^{\infty} S_m e^{2m\pi i t/T} + \bar{W}t \right) \mathbf{k} + \mathbf{S}_0,$$

где  $S_m = A_0 \epsilon (w_m + \chi w'_m) / (2m\pi i)$ ;  $\bar{W} = (A_0/T) \epsilon \chi \bar{w}$ ;  $\mathbf{S}_0$  — постоянная. Соотношением (4.3) приближенно определяется зависимость  $\mathbf{S}$  от  $t$ .

Из (4.3), в частности, следует, что газовый пузырь движется вдоль прямой линии, параллельной оси  $Z$ , и его движение состоит из колебаний и перемещения в направлении  $\mathbf{k}$  (при  $\bar{W} > 0$ ) или в направлении  $-\mathbf{k}$  (при  $\bar{W} < 0$ ). Это означает, что за счет вибраций жидкости (изменений со временем скорости течения жидкости и давления в ней) возможно перемещение газового пузыря в жидкости в заданном направлении. Причиной такого перемещения является неодинаковость условий, в которых осуществляются движения газового пузыря в положительном и отрицательном направлениях оси, вдоль которой происходят колебания сосуда.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bleich H. H. Effect of vibrations on the motion of small gas bubbles in a liquid // Jet propulsion. — 1956. — V. 26, N 11.
2. Rubin E. Behavior of gas bubbles in vertically vibrating liquid columns // Can. J. Chem. Engng. — 1968. — V. 46, N 3.
3. Фостер, Ботте, Барбин, Вахон. Траектория пузырей и равновесные уровни в вибрирующих столбах жидкости // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Д. Теор. основы инж. расчетов. — 1968. — Т. 90, № 1.
4. Якимов Ю. Л. Эффект избирательного дрейфа пузырьков газа в вибрирующей жидкости в зависимости от их размера // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1978. — № 4.
5. Пучка Г. Н. Движение мелкодисперсных включений в колеблющемся сосуде с жидкостью, содержащей сжимаемую сферу // ПМ. — 1981. — Т. 17, № 6.

Поступила 22/VII 1987 г.

УДК 532.527

### О СТРУКТУРЕ ТЕЧЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ ПОСЛЕ ДВИЖЕНИЯ В НЕЙ ТЕЛА

В. Г. Макаренко, В. Ф. Тарасов

(Новосибирск)

В работе представлены результаты экспериментального исследования структуры течения первоначально твердотельно вращавшегося столба жидкости, после того как через него было пробуксировано тело в направлении, параллельном оси вращения. Установлено, что общим качественным результатом такого воздействия на вращающуюся жидкость является образование в ней системы циклонических и антициклонических вихрей с колебательным характером движения жидкости в них. Свойства этих вихрей совпадают со свойствами вихрей, описанных в [1].








Опыты проводились на установке, схема которой приведена на рис. 1. Прозрачный вертикальный цилиндрический сосуд 5, в котором находилась жидкость, вращался с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Движение первоначально твердотельно вращавшейся жидкости возмущалось одним или несколькими телами 6, вращавшимися вместе с сосудом и совершавшими однократное перемещение параллельно оси вращения от дна сосуда

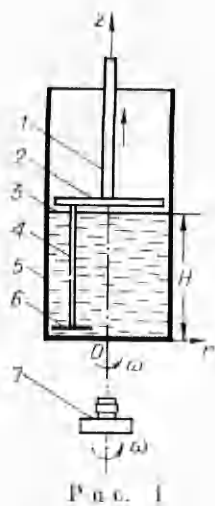
до свободной поверхности жидкости 3. В качестве тел использовались тонкие (0,5 мм) пластинки, имеющие форму круга или кругового сектора. Пластинки устанавливались параллельно дну на тонких стержнях 4 одинаковой длины, которые крепились к диску 2, находящемуся выше свободной поверхности жидкости. Диск вращался вместе с сосудом и перемещался вверх с помощью стержня 1. До начала движения тела находились в 1,5 см от дна сосуда. Данные о расположении, форме и размерах тел приведены в таблице.

Диаметр  $2R$  сосуда равнялся 18,4 см. Скорость  $u$  движения тел в отдельном опыте была постоянной, а от опыта к опыту менялась от 7 до 45 см/с. Высота  $H$  столба жидкости в сосуде варьировалась от 5 до 35 см, а угловая скорость вращения сосуда — от 0,1 до 1,5 об/с. Диапазон изменения чисел Рейнольдса  $Re = \omega R^2/\nu$  ( $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости) и Россби  $Ro = u/\omega R$  составлял соответственно  $5 \times 10^3 - 8 \cdot 10^4$  и 0,25—1,54.

Возникающие после буксировки тел картины течения наблюдались визуально и регистрировались на фотопленку. Для визуализации течения применялись частицы различной плавучести. В качестве рабочей жидкости использовались вода или водные растворы поваренной соли. Для обеспечения нейтральной плавучести частиц плотность раствора подбиралась равной плотности частиц.

Через один-два периода вращения сосуда после буксировки тел во вращающейся жидкости видна система циклонических и антициклонических вихрей. Вихри распространяются на всю глубину жидкости и параллельны оси вращения сосуда. Вихрям присущ колебательный характер движений жидкости в них. В произвольной фиксированной точке на оси вихря за время опыта осевая скорость многократно меняет знак. На разных уровнях вихря завихренность и осевая скорость испытывают колебания с различными амплитудами. Движение жидкости в циклонических вихрях происходит с большими скоростями, чем в антициклонических, благодаря чему первые более удобны для визуальных наблюде-

Номер схе- мы	Схема размеще- ния тел (вид сверху)	Диаметр дис- ка или дуги сектора	Расстояние между осями диска и со- суда	Угол раство- ра сектора, град
		см		
1		7	0	—
2		13	2,5	180
3		7	5,6	—
4		7	5,6	—
5		18	—	90
6		5	6,6	—
7		18	—	60



ний. Вихри могут двигаться относительно сосуда с заметной азимутальной скоростью.

На рис. 2 представлены фотографии различных систем вихрей. Для получения этих снимков течение визуализировалось с помощью нейтрально-плавающих полистироловых шариков диаметром 0,5 — 1 мм с плотностью  $\rho =$

$= 1,05 \text{ г/см}^3$ . Поле течения на полувывоте столба жидкости освещалось плоским горизонтальным лучом шириной 1 см. На фотопленке фиксировались треки частиц, движущихся в освещенном слое. Съемка велась закрепленным на вращающемся сосуде фотоаппаратом 7 (см. рис. 1) с выдержкой 0,5 с. Относительно направления на объект съемки сосуд вращался по часовой стрелке. Во всех этих опытах глубина жидкости в сосуде, скорость перемещения тел и частота вращения сосуда были постоянными:  $H = 10 \text{ см}$ ,  $u = 25 \text{ см/с}$ ,  $\omega = 0,66 \text{ об/с}$ . В правом верхнем углу рис. 2 дана схема, указывающая направления вращения крупных вихрей и сосуда. Циклонические вихри отмечены буквой Ц, антициклонические — А. Цифры на каждой фотографии показывают номер использованной схемы расположения тел (см. таблицу). Картины течения, приведенные на рис. 2, б — д, реализуются также после буксировки тел, отмеченных в таблице соответственно номерами 2, 2, 5, 7.

В процессе эволюции течения число наблюдаемых в одном опыте вихрей может меняться. После буксировки во вращающейся жидкости диска, ось которого смещена относительно оси симметрии (схема 3), на ранней стадии эволюции течения (после двух оборотов сосуда) существуют два вихря — циклонический и антициклонический (рис. 2, б). На более позднем этапе эволюции (после одиннадцати оборотов сосуда) видны уже четыре крупных вихря (два циклонических и два антициклонических, рис. 2, в). Визуальные наблюдения за циклоническими вихрями в этих опытах показали, что колебания жидкости в них происходят в противофазе. Четыре крупных вихря видны и на рис. 2, г, но в этом случае колебания жидкости в циклонических вихрях происходят в фазе друг с другом. То же самое относится и к вихрям на рис. 2, д. В отдельных опытах с большим количеством циклонических вихрей происходило их

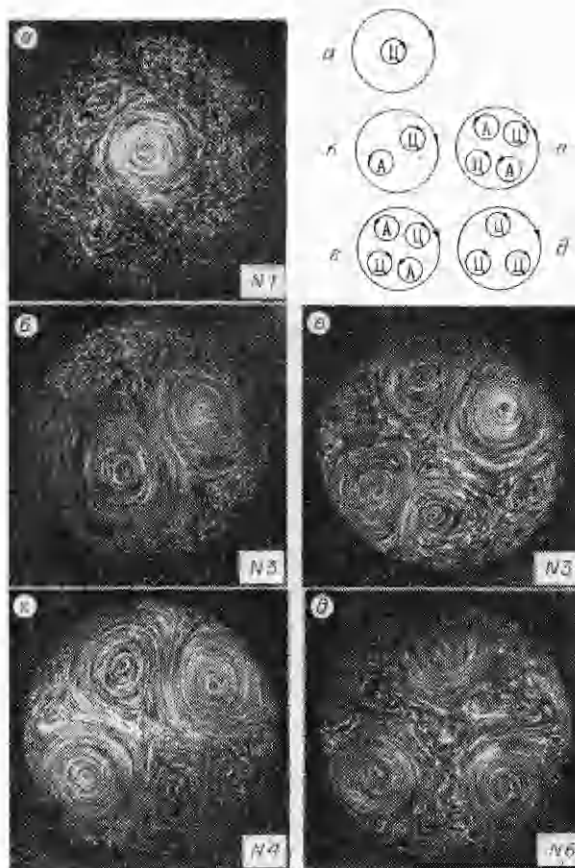
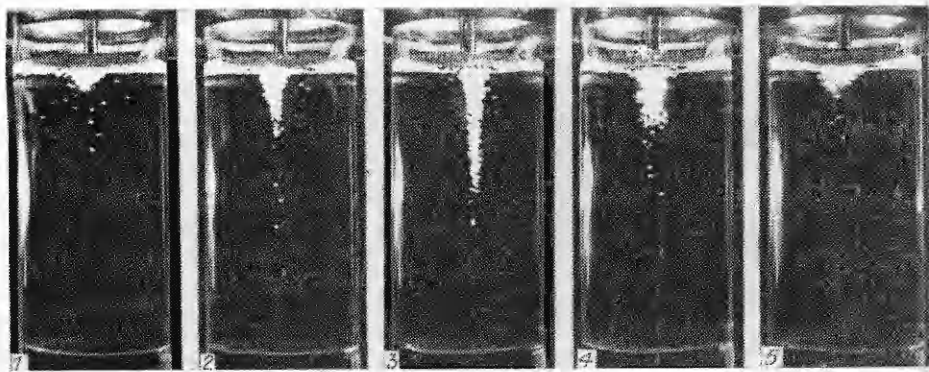


Рис. 2



Р и с. 3

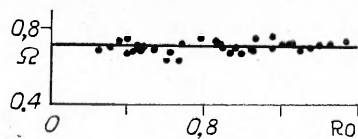
попарное слияние. С течением времени амплитуда колебаний осевой скорости и завихренности в вихрях затухают. Колебания жидкости в вихрях, показанных на рис. 2, были заметны в течение примерно двадцати оборотов сосуда.

После буксировки во вращающейся жидкости диска, ось которого находилась на оси вращения сосуда (схема 1), в приосевой области течения образуется вихрь-циклон. Колебательный характер движений жидкости в нем иллюстрирует рис. 3, на котором приведена кинограмма эволюции видимой «воронки» вихря. Снимки сделаны с интервалом 0,4 с,  $H = 35$  см,  $u = 34$  см/с,  $\omega = 0,77$  об/с. Для визуализации течения применялись плавучие гранулы полиэтилена со средним размером 3 мм ( $\rho = 0,92$  г/см<sup>3</sup>). Снимки 1, 2 показывают, что плавучие частицы, находящиеся у свободной поверхности воды, увлекаются вниз осевым потоком в вихре. На кадре 3 видна максимальная по длине «воронка» вихря. В этот момент на уровне  $z = H$  достигалась максимальная завихренность; на уровне  $z = 0$  она минимальна. Кадры 4, 5 иллюстрируют последующий полупериод колебаний, при котором частицы в вихре переносятся осевым потоком вверх. В случае визуализации течения более плотными, чем жидкость, частицами аналогичное развитие «воронки» наблюдается не у поверхности воды, а у дна сосуда.

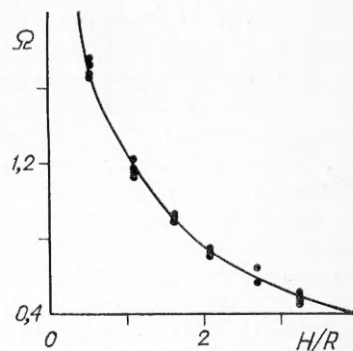
Для получения информации о частоте колебаний жидкости в вихре-циклоне, образующемся в опытах с использованием схемы 1, с помощью секундомера регистрировалось время  $T$  между моментами смены знака осевой скорости в вихре на уровне полувьсоты столба жидкости. При измерении время осреднялось за два-пять колебаний. Полученные значения безразмерной экспериментальной частоты  $\Omega = 2\pi/\omega T$  представлены точками на рис. 4 и 5 в зависимости от  $Ro$  (при  $H/R = 2,18$ ,  $Re = 2,7 \cdot 10^4$ ) и от  $H/R$  (при  $Ro \approx 1$ ,  $Re = 2,7 \cdot 10^4$ ).

Визуальные наблюдения за этим течением показали, что оно идентично течению, описанному в [1]. Сходство течений проявляется в сходстве их общей структуры, в наличии вихрей, совпадении свойств и особенностей поведения этих вихрей.

В [1] резонансным способом возбуждались собственные инерционные колебания вращающегося столба жидкости. Возникающее течение являлось результатом резо-



Р и с. 4



Р и с. 5

нансной «накачки» одной моды и сохраняло у себя некоторые черты этой моды. Вихри формировались в областях максимумов вертикальной скорости линейной моды. Течение разбивалось по вертикали на секции, длина которых равнялась длине полуволны линейной моды. При этом частота колебаний жидкости в вихрях приближенно совпадала с частотой линейной моды.

Измеренные в опытах частоты также сопоставлялись с частотами линейных мод. На рис. 4, 5 линиями показана безразмерная частота моды  $(0, 1, 1)$  (первое число — количество периодов по азимутальному углу, второе — количество нулей радиальной скорости на промежутке  $0 < r \leq R$ , третье — количество полуволн вдоль оси сосуда; подробная информация об инерционных модах вращающейся жидкости, заключенной в цилиндрический сосуд, содержится в [2, 3]). Видно, что в данном случае имеется удовлетворительное совпадение экспериментальной частоты  $\Omega$  с частотой этой моды. Наблюдения показали, что при больших  $Ro$  значительные вертикальные перемещения частиц в вихре также происходили главным образом с той же частотой. При этом течение в основных чертах своей структуры совпадало с течением, возникающим при резонансном возбуждении упомянутой моды. При малых  $Ro$  циклонический вихрь и его колебания были менее интенсивными, более заметной становилась примесь высокочастотных колебаний. В качестве критического числа Россби, выше которого низкочастотные колебания были доминирующими, можно предложить  $Ro_* = c/\omega R$  ( $c$  — максимальная фазовая скорость осесимметричной волны:  $c = 0,52\omega R$  [4]).

Результаты опытов говорят о том, что, как и в [1], вихри создавались собственными инерционными колебаниями. Отличие лишь в том, что в [1] собственные колебания возбуждались резонансной «накачкой» практически одной моды, а после буксировки во вращающейся жидкости тел возникало течение, которое, как правило, обладало признаками целого набора мод, отличающихся по геометрии и частоте. Это наглядно показали опыты, в которых при больших  $Ro$  вдоль оси сосуда буксировались диски диаметром 5; 10 см. У возникающего в приосевой области циклонического вихря наблюдались ярко выраженные биения. При этом регистрировалась экспериментальная частота  $\Omega$ , близкая к полусумме частот линейных мод  $(0, 1, 1)$ ,  $(0, 2, 1)$ , более низкая, чем для диска диаметром 7 см.

В заключение отметим, что в исследованном диапазоне картины течения не зависят от  $Re$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Макаренко В. Г., Тарасов В. Ф. Экспериментальная модель смерча // ПМТФ. — 1987. — № 5.
2. Kelvin Lord. Vibrations of a columnar vortex // Phil. Mag. — 1880. — V. 10.
3. Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. — Л.: Гидрометеониздат, 1975.
4. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. — М.: Мир, 1973.

Поступила 3/IX 1987 г.

УДК 532.533

### О РАЗЛИЧНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ В ТЕОРИИ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ ЖИДКОСТИ

Э. Л. Амромин, А. В. Васильев, В. В. Дробленков

(Ленинград)

Целью расчетов кавитационных течений обычно является отыскание размеров каверны и распределения давления по обтекаемым телам. Большинство таких расчетов произведено в рамках механики идеальной жидкости. Однако ряд экспериментальных фактов — наличие отрыва пограничного слоя [1] и зоны разрежения [2] на теле перед каверной, влияние размеров тела и скорости его обтекания на гидродинамические ре-