ПМТФ, № 2, 1970

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ И НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ГРАНИЦЕ С ЭЛЕКТРОДОМ

И. П. Стаханов, П. П. Щербинин

(Обнинск)

Вблизи катода в дуговом разряде, а также около поверхности зонда, работающего на ионной ветви характеристики, реализуются условия, при которых ленгмюровский слой свободно пропускает ионы, идущие из плазмы, а обратный поток ионов практически равен нулю. В работе находятся плотность плазмы, функция распределения ионов и напряженность электрического поля вблизи электрода. Вычислена экстраполированная длина для плотности плазмы. На границе с электродом абсолютная величина напряженности электрического поля логарифмически растет.

1. В работе [1] было получено выражение для функции распределения ионов на границе с электродом $f(u, 0)$ при условии, что падение потенциала в ленгмюровском слое значительно превышает среднюю тепловую энергию иона или электрона и направлено так, что электроны, выходящие из плазмы, отражаются обратно

$$f(u, 0) = \sqrt{2/\pi}\, n(0) \exp(-u^2)\, \Theta(u) \,/\, X(-u) \tag{1.1}$$

Такие условия создаются в дуговом разряде около катода, так как даже в случае низковольтной дуги катодное падение значительно превышает среднюю тепловую энергию. Аналогичные условия возникают около зонда в режиме ионного тока

$$X(-u) = \frac{\exp\Gamma(-u)}{u}, \quad \Gamma(-u) = -\int\limits_0^\infty \left[1 - \frac{1}{\pi}\operatorname{Arc\,tg}\frac{\sqrt{\pi}t\exp(-t^2)}{\lambda(t)}\right]\frac{dt}{t+u}$$

$$\lambda(t) = 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-y^2)}{y-t}dy, \qquad \Theta(u) = \begin{cases}1 & (u>0)\\ 0 & (u<0)\end{cases} \tag{1.2}$$

Здесь $f(u, \xi)$ — функция распределения ионов, нормированная на плотность плазмы $n(\xi)$ и зависящая от безразмерной скорости u и координаты ξ

$$u = -v/v_0, \qquad \xi = x/(v_0\tau), \qquad v_0 = (2T/M)^{1/2}$$

где x — координата, ортогональная электроду; v — компонента скорости иона вдоль x-оси; τ — время релаксации функции распределения ионов, которое принимается в расчете постоянным, T — температура атомов, M — масса ионов.

Данная работа посвящена исследованию зависимости плотности плазмы, функции распределения ионов и электрического поля (за пределами ленгмюровского слоя) от расстояния до электрода.

2. Введем в рассмотрение вспомогательную функцию

$$\psi(u, \xi) = f(u, \xi) + \alpha\pi^{-1/2}\exp(-u^2)\, n(\xi) \qquad (\alpha = T_e/T)$$

Она представляет собой решение уравнения [1]

$$-u d\psi / d\xi + \psi = (1 + \alpha)\, \pi^{-1/2} \exp(-u^2)\, n(\xi)$$

Здесь T_e — температура электронов. Обозначим через $\Psi(u, k)$ фурье-трансформанту функции $f(u, \xi)$. Для $\Psi(u, k)$ имеет место соотношение [1]

$$\Psi(u, k) = \frac{1}{1 + iku}\left(\frac{\exp(-u^2)\, N(k)}{\sqrt{\pi}} - \frac{u\psi(u, 0)}{\sqrt{2\pi}}\right) \tag{2.1}$$

Функция $N(k)$ совпадает с фурье-трансформантой функции $n(\xi)$, умноженной на $1 + \alpha$. Функция $N(k)$ определяется из (2.1) следующим образом. Вследствие того, что $n(\xi)$ и $f(u, \xi)$ при $\xi \to \infty$ имеют алгебраический рост [1], функция $\Psi(u, k)$ не имеет особенностей при $\operatorname{Im} k > 0$. Следовательно, справедливо равенство

$$\exp(-u^2)\, N(k) = u\psi(u, 0) / \sqrt{2} \qquad (k = i / u, \ u > 0)$$

Это позволяет, используя (1.1), написать выражение для $N(k)$ при всех значениях переменной k

$$N(k) = \frac{in(0)}{k\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{X(-i/k)} + \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right) \tag{2.2}$$

Таким образом, вместо (2.1) получаем

$$\Psi(u, k) = \frac{1}{1 + iku}\left[\frac{in(0)\exp(-u^2)}{k\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{X(-i/k)} + \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right) - \frac{u\psi(u, 0)}{\sqrt{2\pi}}\right]$$

3. Функция $X(-i / k)$, входящая в $\Psi(u, k)$, аналитична, как это видно из (1.2), везде, кроме линии разреза $(0, -i\infty)$. На берегах разреза ее предельные значения X_+, X_- удовлетворяют соотношениям [1]

$$X_+(t) / X_-(t) = \Lambda_+(t) / \Lambda_-(t), \qquad \Lambda_\pm(t) = \lambda(t) \pm i\sqrt{\pi} t \exp(-t^2)$$

$$X_+(t)\, X(-t) = 2\Lambda_+(t), \qquad t > 0$$

Следовательно, $X(-i / k)$ обращается в нуль лишь в $k = 0$, где справедливо разложение [1]

$$X(-i/k) = -ik + k^2 l_0 + O(k^3) \qquad (l_0 = 1.016)$$

Зная аналитические свойства функции $X(-i/k)$ можно, производя обратное фурье-преобразование, найти искомые функции $n(\xi)$, $f(u, \xi)$. В результате получаем

$$n(\xi) = \frac{\sqrt{2}\, n(0)}{1 + \alpha}\left(\xi + l_0 + \frac{\alpha}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{dt \exp(-\xi/t - t^2)\, X(-t)}{\Lambda_+(t)\, \Lambda_-(t)}\right) \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned} f(u, \xi) = n(0)\exp(-u^2)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\Bigg(u + \frac{\xi + l_0 + \alpha / \sqrt{2\pi}}{1 + \alpha} - \\ - \Theta(-u)\frac{\exp(\xi / u)\, \lambda(u)\, X(u)}{2\Lambda_+(u)\, \Lambda_-(u)} + \frac{u}{2\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{dt \exp(-\xi / t - t^2)\, X(-t)}{(t + u)\, \Lambda_+(t)\, \Lambda_-(t)} - \\ - \frac{1}{2\sqrt{\pi}(1 + \alpha)}\int_0^\infty \frac{dt \exp(-\xi/t - t^2)\, X(-t)}{\Lambda_+(t)\, \Lambda_-(t)}\Bigg) \end{aligned} \tag{3.2}$$

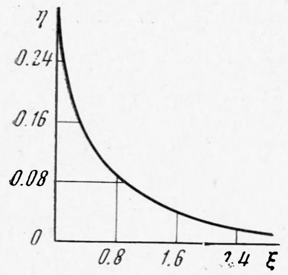
4. Проанализируем полученные результаты. Из уравнения (3.2) видно, что при $\xi \to \infty$ $(x \gg v_0\tau)$ функция распределения стремится к своему асимптотическому виду

$$f(u, \xi) \simeq n(0) \exp(-u^2) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(u + \frac{\xi + l_0 + \alpha / \sqrt{2}}{1 + \alpha}\right) \tag{4.1}$$

Выражение (4.1) представляет собой обычную диффузионную функцию, причем член, пропорциональный скорости, при больших ξ мал по сравнению с симметричной частью функции распределения. В отсутствие поля следует положить $\alpha = 0$ [2].

При $\xi \gg 1$ плотность линейно зависит от расстояния

$$n(\xi) = n(0) \sqrt{2} (\xi + l_0 + \alpha / \sqrt{2}) / (1 + \alpha) \tag{4.2}$$



Как видно из (4.2), экстраполированная длина зависит от температуры электронов и равна

$$l_0 + T_e / (\sqrt{2} T)$$

Скорость релаксации к линейному закону определяется последним слагаемым в фигурных скобках в (3.1). График этой функции представлен на фигуре, из которой видно, что она быстро убывает с расстоянием и уже при $x = v_0\tau$ это слагаемое составляет меньше 3% остальных членов, входящих в (3.1).

Вследствие того что распределение электронов равновесное, плотность плазмы связана с полем следующим соотношением:

$$E = -\frac{T_e}{en\tau v_0} \frac{dn}{d\xi}, \qquad \frac{dn}{d\xi} = \frac{n(0)\sqrt{2}}{1+\alpha} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{dt \exp - (\xi / t - t^2) X(-t)}{t \Lambda_+(t) \Lambda_-(t)}\right)$$

Здесь $n(\xi)$ определяется согласно (3.1).

Таким образом, направление поля таково, что ионы, идущие к электроду, ускоряются им. При $\xi \to 0$ производная $dn / d\xi$, а следовательно, и E логарифмически расходятся, т. е. вблизи электрода условия квазинейтральности не выполняются. Это означает, что при $\xi \sim a / v_0\tau$ (a — дебаевский радиус), т. е. в пределах ленгмюровского слоя, необходимо явно использовать уравнение Пуассона.

Поступила 21 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Стаханов И. П., Щербинин П. П. Функция распределения ионов на границе с электродом. ПМТФ, 1969, № 2.
2. Стаханов И. П., Щербинин П. П. Решение задачи Милна для кинетического уравнения Батнагара, Гросса и Крука. Докл. АН СССР, 1969, т. 185, № 2.