УДК 622.235.5

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ МЕТАНИЯ МАССИВНОГО ТЕЛА БЕЗ УПЛОТНЯЮЩЕЙ ПРОКЛАДКИ ПОТОКОМ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ

Д. В. Садин, В. А. Скляр

Военная инженерно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197082 Санкт-Петербург

В рамках односкоростной двухфазной среды предложена методика и выполнены расчеты метания массивного тела без уплотняющей прокладки нестационарным потоком газодисперсной смеси. Установлены качественные закономерности и количественные зависимости скорости и кинетической энергии метаемого тела от его относительной длины и отношения плотностей тела и газодисперсной среды. Расчеты подтверждаются экспериментальными данными.

Развитие новой технологии ликвидации пожаров в замкнутых объемах с помощью устройств порошкового тушения с метаемым телом (пробойником) вызывает необходимость изучения движения последнего в нестационарном потоке двухфазной среды. Работы [1, 2] посвящены экспериментальному исследованию метания тел потоком газодисперсной среды с начальной концентрацией частиц, близкой к плотной упаковке. Рассматривается следующая задача.

Цилиндрический канал (рис. 1,*а*) в начальный момент времени заполнен газом высокого давления и частицами порошка в плотной упаковке, внутри канала размещено метаемое тело. Камера высокого давления отделена от окружающей среды мембраной. После разрыва мембраны газодисперсная среда начинает истекать в атмосферу, увлекая за собой тело. В настоящей работе предложена методика и выполнены расчеты метания цилиндрического тела потоком двухфазной среды без уплотняющей прокладки.

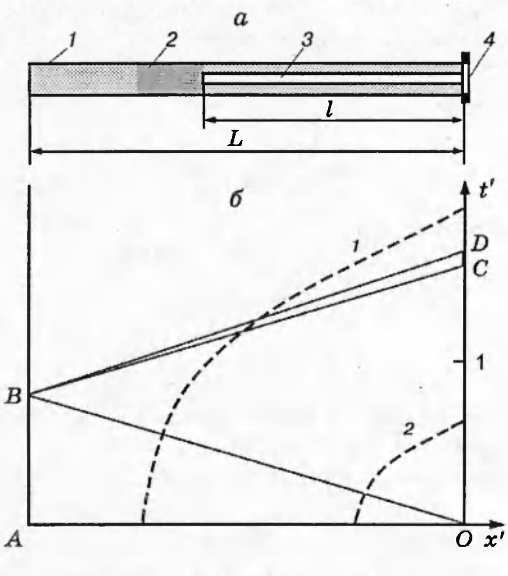

Рис. 1. Схема задачи (*а*) и конфигурация волны (*б*):

а: *1* — канал, *2* — двухфазная среда, *3* — метаемое тело, *4* — мембрана; *б*: траектории тела: *1* — $l/L <$ 0,3, *2* — $l/L >$ 0,3

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Течение двухфазной среды будем рассматривать в рамках односкоростной механики дисперсных систем с использованием известных допущений [3]: частицы имеют сферическую форму и одинаковый размер; частицы несжимаемы; теплоемкости частиц и газа постоянны; скорости частиц и газа одинаковы; частицы и газ находятся в тепловом равновесии; реакции между компонентами отсутствуют; газ совершенный. С учетом принятых допущений уравнения плоского одномерного движения газодисперсной среды имеют вид

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \rho\frac{du}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{d}{dt}\Big(p\Big(\frac{\alpha_1}{\rho_1}\Big)^{\gamma}\Big) = 0 \quad (\rho_1 = \rho_1^0\alpha_1, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1);$$

$$\frac{dx_i}{dt} = 0 \quad \Big(i = 1,\, 2,\ x_i = \frac{\rho_i}{\rho},\ x_1 + x_2 = 1\Big); \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{x + R}{c}, \quad c = x_1 c_{v,1} + x_2 c_2,$$

$$R = x_1 R_1, \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x}.$$

Здесь и далее нижние индексы 1 и 2 относятся соответственно к газовой и дисперсной фазам;

ρ, ρ_i — плотности смеси и i-й фазы, верхним индексом 0 помечено истинное значение плотности; p — давление; u — скорость; α_i, x_i — объемные и массовые концентрации i-й фазы; R_1 — газовая постоянная; $c_{v,1}$, c_2 — теплоемкости газа при постоянном объеме и частиц; x, t — эйлерова координата и время.

Полагая, что определяющее значение в разгон метаемого тела вносит разность давлений на его торцах, уравнение движения можно записать в виде

$$m_d \frac{dv_d}{dt} = (p_b - p_a) F_d, \qquad (2)$$

где m_d, v_d, F_d — масса, скорость и площадь поперечного сечения цилиндрического тела; p_a, p_b — давления на правом и левом торцах тела.

Введем безразмерные переменные:

$$x' = x/L, \quad v_d' = v_d/a_0, \quad t' = a_0 t/L,$$

$$p' = p/p_0, \quad a_0 = (\gamma p_0/\rho_0/\alpha_{1,0})^{1/2}.$$

Здесь L — длина канала; a_0, ρ_0, $\alpha_{1,0}$ — начальные значения скорости звука в двухфазной среде, ее плотности и пористости; p_0 — начальное значение порового давления.

Уравнение (2) преобразуется к безразмерному виду

$$\frac{dv_d'}{dt'} = \frac{L\rho_0\alpha_{1,0}}{l\rho_d\gamma}(p_b' - p_a'), \qquad (3)$$

где l, ρ_d — длина метаемого тела и его плотность.

Задача значительно упрощается, если пренебречь возмущениями, вносимыми метаемым телом в поток двухфазной среды. В этом случае получаем замкнутую систему уравнений истечения газодисперсной среды (1) и движения тела (3). Задача ставится следующим образом. В точке $x' = 0$ (рис. 1,*б*) имеется мембрана, отделяющая камеру высокого давления от невозмущенной атмосферы с параметрами $p_a, \rho_a, \alpha_{1,0} = 1, u_a = 0$. Камера высокого давления равномерно заполнена плотноупакованной двухфазной средой, параметры которой $p_0, \rho_0, \alpha_{1,0}, u_0 = 0$.

При этом выполнены условия

$$p_0 > p_a, \quad p_0 > p_0^*,$$

где p_0^* — критическое значение давления. В камере высокого давления (канале) по оси симметрии размещено цилиндрическое тело (см. рис. 1,*а*) длиной l с плотностью ρ_d.

В момент времени $t' = 0$ мембрана убирается, что приводит к распаду разрыва в начальных условиях. При этом от среза канала ($x' = 0$, рис. 1,*б*) к дну распространяется волна разрежения, а в противоположном направлении истекает двухфазная среда и увлекает за собой метаемое тело под действием перепада давлений на его торцах. Так как длина камеры высокого давления ограничена, в момент времени $t' = 1$ возникает отраженная волна разрежения, распространяющаяся к срезу канала. Таким образом, имеем следующую конфигурацию (см. рис. 1,*б*): область OAB — покоящаяся двухфазная среда, область OBD — волна разрежения, выше линии BD — область взаимодействия простых волн.

Поскольку в начальный момент времени двухфазная смесь принимается однородной ($x_i = \text{const}$) с постоянными значениями газодинамических переменных ($p_0, \rho_0, u_0 = \text{const}$), она будет равномерной ($x_i = \text{const}$) и баротропной:

$$\sigma = p\Big(\frac{\alpha_1(\rho)}{\rho}\Big)^{\gamma} = \text{const}, \quad \gamma = \text{const}, \qquad (4)$$

в момент времени $t' > 0$ при отсутствии фазовых переходов в соответствии с четвертым и третьим уравнениями (1).

Непосредственное использование классических результатов для политропного газа возможно, если $\alpha_2 \ll 1$ [4]. Этот вопрос подробно исследован в [5]. Поскольку в начальный момент времени дисперсная среда находится в плотной упаковке, в области OBD можно применить расчетные формулы для центрированной волны разрежения в эквивалентном [6] виде, справедливые для произвольной объемной концентрации газовой фазы:

$$\begin{gathered}
\Big[\frac{(1-\alpha_{1,0})\alpha_{1,b}}{(1-\alpha_{1,b})\alpha_{1,0}}\Big]^{\omega} = \frac{\alpha_{1,b} + \omega}{\alpha_{1,b}(1-\omega\xi)}, \\
\omega = \frac{\gamma - 1}{2}, \quad \xi = \frac{x_b}{a_0\alpha_{1,0}t}, \\
\frac{M_b}{\alpha_{1,0}} = \frac{2}{\gamma + 2\alpha_{1,b} - 1}(\alpha_{1,b}\xi + 1), \\
M_b = \frac{u_b}{a_0}, \quad \frac{p_b}{p_0} = \Big(1 - \frac{\omega}{\alpha_{1,0}} M_b\Big)^{\gamma/\omega}.
\end{gathered} \qquad (5)$$

В области взаимодействия простых волн течение двухфазной среды должно описываться общим решением, которое в случае произвольной концентрации газовой фазы (уравнение состояния (4)) не найдено. Для избежания технических трудностей при описании газодисперсного потока в этой области используем известный в газовой динамике прием замены точного уравнения состояния аппроксимирующим уравнением политропы с показателем, равным 3.

Для монодисперсной смеси с периодическим расположением центров сферических частиц выделяются два предельных случая: центры частиц образуют кубическую, наименее плотную ($\alpha_{1,0} = 0{,}476$) решетку, и центры частиц образуют тетраэдрическую, наиболее плотную ($\alpha_{1,0} = 0{,}26$) решетку. При этом полагают, что реальные расположения являются промежуточными между указанными крайними ситуациями [4]. Если задаваться условием

$$\gamma/\alpha_{1,0} = 3, \qquad (6)$$

принимая во внимание справедливость $1 < \gamma < \gamma_1$ (здесь γ_1 — показатель адиабаты порового газа) для широкого диапазона начальных условий, то величина $\alpha_{1,0}$ будет соответствовать плотной упаковке дисперсной среды. Например, для воздуха начальная объемная концентрация газовой фазы задается неравенством $0{,}3(3) < \alpha_{1,0} < 0{,}4(6)$.

Нетрудно видеть, что выполнение условия (6) влечет совпадение коэффициентов безразмерных уравнений движения (3) для точного уравнения состояния (4) и приближенного уравнения политропы с показателем 3. Кроме того, если линии точного и аппроксимирующего уравнений проходят через точку (p_0, ρ_0), то они имеют в этой точке касание первого порядка, т. е. в начальный момент времени в рассматриваемых случаях скорости звука в дисперсной смеси равны. Для оценки погрешности приближенного решения на рис. 1,*б* показаны траектории фронта отраженной волны разрежения (линии BC и BD), соответственно рассчитанные с учетом (5) по уравнениям

$$x' = t' - 2, \qquad \frac{dx'}{dt'} = u' + a'$$

с начальным условием $t' = 1$, $u' = 0$, $a' = 1$. Расхождение составляет $\approx 5\,\%$.

Следовательно, для рассматриваемых в данной работе условий использование уравнения политропы с показателем 3 для аппроксимации точного уравнения состояния дисперсной системы в области взаимодействия падающей и отраженной волн представляется оправданным.

Применяя классические результаты [7], общее решение в области координатной плоскости (x', t'), ограниченной линиями $x' = -1$, BC, $x' = 0$, запишем в виде

$$u' = \frac{x'+1}{t'}, \quad a' = \frac{1}{t'}, \quad \rho' = a', \quad p' = a'^3. \qquad (7)$$

Таким образом, задача о метании массивного тела без уплотняющей прокладки потоком двухфазной среды сведена к интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения (3) с подстановкой вместо величины p_b': 1 — в области OAB, аналитического решения (5) — в области центрированной волны разрежения OBC, аналитического решения (7) — в области взаимодействия волн (выше линии BC).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Ниже применительно к условиям экспериментов [2] приведены результаты расчетов безразмерной скорости метаемого тела в зависимости от его относительной длины ($\rho_2^0 = 2\,650$ кг/м^3, $\rho_d = 7\,500$ кг/м^3). Для удобства сравнения в качестве масштаба скорости, как и в [2], здесь и ниже выбрана величина $\sqrt{p_0/\rho_0}$. Зависимость безразмерной скорости метаемого тела от его относительной длины, как видно из приведенных данных (рис. 2), имеет две характерные области. При $l/L < 0{,}3$ безразмерная скорость практически постоянна, разгон тела осуществляется в простой волне разрежения (штриховая линия *2* на рис. 1,*б*). При $l/L > 0{,}3$ безразмерная скорость тела уменьшается, что объясняется тем, что отраженная волна разрежения догоняет метаемое тело (штриховая линия *1* на рис. 1,*б*). Расчеты для различных давлений (линии *1–3* на рис. 2), а также опытные данные свидетельствуют о слабой зависимости безразмерной скорости тела от величины безразмерного начального давления в канале. Несколько завышенные расчетные значения

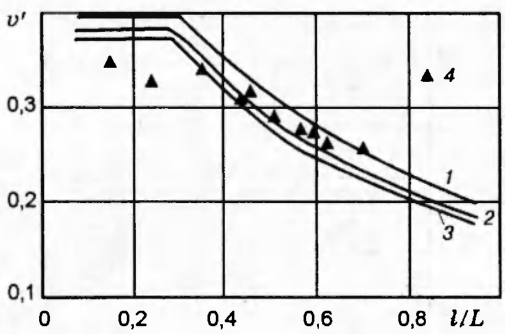

Рис. 2. Зависимости безразмерной скорости тела от его относительной длины:

p_0/p_a: *1* — 40, *2* — 20, *3* — 16; *4* — эксперимент при $p_0/p_a = 16$ ($d/D = 0{,}5$, где d, D — диаметры тела и канала соответственно)

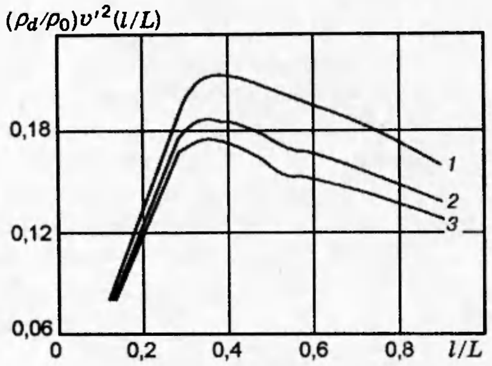

Рис. 3. Зависимости безразмерной кинетической энергии метаемого тела от его относительной длины:

p_0/p_a: *1* — 40, *2* — 20, *3* — 16

объясняются неучетом возмущений, вносимых телом в поток двухфазной среды.

На рис. 3 линиями *1–3*, соответствующими приведенным выше безразмерным начальным давлениям, показаны результаты расчета безразмерной кинетической энергии метаемого тела от его относительной длины. Зависимость имеет характерный максимум, соответствующий значению $l/L \simeq 0{,}4$.

Опытные данные [2] соответствуют метанию тела, выполненному из конструкционной стали, потоком воздушно-песчаной среды. Вместе с тем, представляет интерес зависимость безразмерной скорости v' от отношения плотности материала метаемого тела и начальной плотности двухфазной среды ρ_d/ρ_0 (рис. 4). Как видно из рисунка, скорость метания тела может быть больше ($v' > v'_*$) или меньше ($v' < v'_*$) максимальной скорости газодисперсной потока. Расчеты выполнены численным методом Рунге — Кутта четвертого порядка точности [8]. Погрешность решения контролировалась уменьшением шага интегрирования. Таким образом, в рамках односкоростной двухфазной среды предложена методика и выполнены расчеты метания массивного тела без уплотняющей прокладки нестационарным потоком газодисперсной смеси. Установлены качественные закономерности и количественные зависимости скорости и кинетической энергии метаемого тела от его относительной длины и отношения плотностей тела и газодисперсной среды. Расчеты подтверждаются экспериментальными данными.

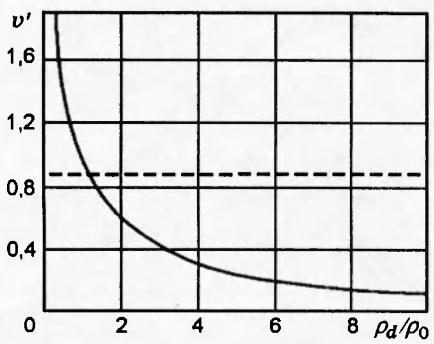

Рис. 4. Зависимость безразмерной скорости тела от отношения плотностей тела и двухфазной среды ($l/L = 0{,}5$, $d/D = 0{,}5$):

штриховая линия — безразмерная критическая скорость истечения двухфазной среды (u'_*: $x' = 0$, $t' < 2$)

ЛИТЕРАТУРА

1. **Иванов А. С.** Экспериментальное исследование метания тел нестационарным потоком двухфазной среды // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 1. С. 73–77.
2. **Скляр В. А.** Метание массивного тела без уплотняющей прокладки потоком двухфазной среды // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 3. С. 119–121.
3. **Арутюнян Г. М.** Термогидродинамическая теория гетерогенных систем. М.: Физматлит, 1994.
4. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
5. **Арутюнян Г. М.** Условия применимости результатов гидродинамики совершенного газа к дисперсным средам // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 1. С. 157–160.
6. **Иванов А. С., Козлов В. В., Садин Д. В.** Нестационарное истечение двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 3. С. 60–66.
7. **Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.** Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1968.
8. **Рябенький В. С.** Введение в вычислительную математику. М.: Физматлит, 1994.

Поступила в редакцию 3/XII 1996 г., в окончательном варианте — 28/II 1997 г.