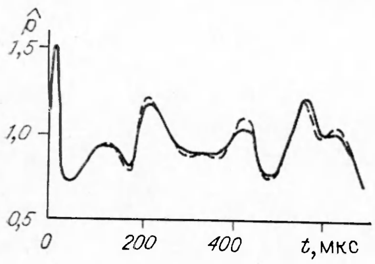

Рис. 6

рении (малой нерасчетности) ρ_c и u_c ниже, чем при высоких интенсивностях излучения (больших нерасчетностях), соответственно меньше и Re_c. Кроме того, Re_c при прочих равных условиях (нерасчетности, размере мишени, температуре поверхности) будет ниже для испаряемого вещества с большей вязкостью. На рис. 6 приведены расчетные кривые пульсаций давления на мишени от времени для $n = 2$, $T_c/T_\infty = 2$, $r_м/r_c = 2$, $\gamma = 1{,}4$ и $\mathrm{Re}_c = 10^3$ (сплошная кривая) и 10^5 (штриховая). Видна следующая тенденция: с уменьшением Re_c можно наблюдать исчезновение отдельных слабых пульсаций, а следовательно, снижение частоты пульсаций, что возможно при слабом испарении либо для вещества с высокой вязкостью.

Таким образом, расчет газодинамической картины испарения материалов под воздействием лазерного импульса позволил проанализировать влияние характерных параметров струи и физических свойств материала мишени на поведение пульсаций давления. Предсказаны и экспериментально подтверждены уменьшение частоты пульсаций с ростом размера пятна облучения и увеличением массы испаряемых частиц и значительная зависимость формы пульсационной кривой от соотношения температур в пятне облучения и затопленном пространстве. Изучено воздействие таких параметров струи, как γ, Re_c и M_c, которые, как показали расчеты, слабо влияют на поведение пульсаций давления облучаемой мишени.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Булгакова Н. М., Кузнецов Л. И.** Газодинамика импульсных струй и осцилляции давления на облучаемой лазером мишени // ПМТФ.— 1992.— № 6.
2. **Ковалев Б. Д., Мышенков В. И.** Расчет вязкой сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство // Учен. зап. ЦАГИ.— 1978.— Т. 9, № 2.
3. **Ковингтон, Лью, Линкольн.** Расширение свободной струи пара, образующейся при воздействии лазерного луча на плоскую поверхность // РТК.— 1977.— Т. 15, № 8.
4. **Smarr L. L., Norman M. L., Winkler K.-H. A.** Shocks, interfaces and patterns in supersonic jets // Physica D.— 1984.— N 12.
5. **Кузнецов Л. И.** Осцилляции давления на мишени при импульсном лазерном облучении // ЖТФ.— 1990.— Т. 60, № 8.
6. **Булгакова Н. М.** Численное моделирование импульсных струй вязкого теплопроводного газа // ПМТФ.— 1992.— № 4.

г. Новосибирск *Поступила 4/IX 1991 г.*

УДК 533.951

О. В. Климов, А. А. Тельнихин

АНОМАЛЬНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМОЙ

При проникновении в плазму электромагнитной волны с частотой, близкой к электронной плазменной, в плазме могут возбуждаться ленгмюровская и ионно-звуковая плазменные волны. В этих условиях линейный механизм поглощения света становится неэффективным, а сама плазма переходит в турбулентное состояние [1]. Такие условия могут создаваться, например, в плазме светодетонационного разряда.

При плотностях потока световой энергии $I \geqslant 10^8$ Вт/см² в воздухе может поддерживаться светодетонационный разряд, движимый ударной волной [2]. Волна световой детонации (СДВ) содержит ударную волну (скачок уплотнения) и слой толщины порядка l, где поглощается поток световой энергии. Обычно $l \ll d$ (d — характерный поперечный размер фронта разряда, имеющий порядок размера светового пучка). Плоский фронт разряда движется навстречу световому лучу; скорость СДВ определяется условиями сохранения плотности потока массы, импульса и энергии на скачке уплотнения. Теоретически вычисленное значение скорости СДВ хорошо согласуется с экспериментальными данными:

$$D = \left[2\left(\gamma_0^2 - 1\right) I/\rho_0\right]^{1/3} \tag{0.1}$$

(γ_0 — показатель адиабаты, ρ_0 — плотность холодного газа [2]). Как правило, скорость движения фронта разряда $D \gtrsim 10$ см/с, температура плазмы $T_e \gtrsim 10$ эВ, а плотность электронов в плазме достигает значений, при которых частота электромагнитной волны сравнивается с электронной плазменной частотой.

В турбулентной плазме при достаточно высоком уровне флуктуационных полей коллективное поглощение световой энергии может достигать значительных величин. Покажем, что в плазме светодетонационного разряда этот механизм будет играть определяющую роль.

1. Динамика плазменных волн. Будем считать, что с линейной поляризацией по оси x поперечная электромагнитная волна

$$E_t = E_0 \exp\left(ik_t z - i\omega_t t\right) + \text{к. с.} \tag{1.1}$$

распространяется вдоль z навстречу разряду. При малой расстройке ($|\omega_t - \Omega_e| \ll \Omega_e$), так что частота ω_t близка к электронной плазменной Ω_e, а волновое число $k_t \to 0$, в плазме наиболее сильно проявляются параметрические эффекты, приводящие к возникновению интенсивных ленгмюровских и ионно-звуковых волн [3]. Далее перейдем в систему отсчета, связанную с фронтом разряда. Уравнения для плазменных волн могут быть получены из гидродинамических уравнений плазмы и уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta n_j + n_0 \frac{\partial}{\partial x} v_j + \frac{\partial}{\partial x}\left(\delta n_j v_j\right) = 0, \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v_j + v_j \frac{\partial}{\partial x} v_j = \frac{eE}{m_j} - \frac{\gamma T_j}{m_j\left(n_0 + \delta n_j\right)} \frac{\partial}{\partial x}\delta n_j,$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -4\pi e\left(\delta n_e - \delta n_i\right).$$

Здесь v_j, δn_j ($j = e, i$) — флуктуации скорости и плотности плазмы для электронов и ионов; n_0 — средняя плотность; E — электрическое поле. Для ленгмюровских L волн адиабата $\gamma = 3$, для ионно-звуковых s $\gamma = 1$. Предполагается, что электронная температура T_e намного больше ионной T_i, и в уравнении движения для ионов можно пренебречь членом, связанным с градиентом давления.

Электроны в плазменном поле E_p могут принимать участие в L- и s-колебаниях, а ионы — только в s-осцилляциях, т. е.

$$\delta n_e = \delta n_s + \delta n_L,\ v_e = v_s + v_L,\ \delta n_i = \delta N_s, \tag{1.3}$$

$$v_i = V_s,\ E_p = E_s + E_L.$$

Подставляя (1.3) в (1.2), находим систему уравнений, описывающих динамику плазменных волн:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Omega_e^2 - 3V_T^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\delta n_L = \frac{n_0}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2} v_e^2 - \frac{3}{2}\frac{V_T^2}{n_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\delta n_e^2 - \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial t}\left(\delta n_e v_e\right), \tag{1.4}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_s^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\delta n_s = \frac{n_0}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(v_i^2 + \frac{m_e}{m_i}v_e^2 - \frac{c_s^2}{n_0^2}\delta n_e^2\right) -$$

$$- \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial t}\left(\delta n_i v_i + \frac{m_e}{m_i}\delta n_e v_e\right)$$

($V_T = \sqrt{T_e/m_e}$ — тепловая скорость электронов, $c_s = \sqrt{T_e/m_i}$ — скорость ионно-звуковой волны).

Учитывая, что электромагнитная волна приводит электроны в колебательное движение вдоль оси x:

$$v_t = \frac{-ie}{\omega_t m_e} E_0 \exp(-i\omega_t t) + \text{к. с.}, \tag{1.5}$$

будем искать решения уравнений (1.4) с учетом нелинейного взаимодействия трех волн, генерирующего высшие гармоники и модуляционные моды. Поэтому далее все изменяющиеся величины представим в виде рядов

$$\begin{gathered} v_i = \varepsilon V_s^{(1)} e^{i\Phi_s} + \varepsilon^2 V_s^{(2)} e^{2i\Phi_s} + \ldots + \text{к. с.}, \\ v_e = \varepsilon \left(v_L^{(1)} e^{i\Phi_L} + v_s^{(1)} e^{i\Phi_s} \right) + \varepsilon^2 \left(v_t + v_L^{(2)} e^{2i\Phi_L} + v_s^{(2)} e^{2i\Phi_s} + \right. \\ \left. + v_+ e^{i(\Phi_L + \Phi_s)} + v_- e^{i(\Phi_L - \Phi_s)} \right) + \ldots + \text{к. с.}, \end{gathered} \tag{1.6}$$

где $\Phi_L = k_L x - \omega_L t$; $\Phi_s = k_s x - \omega_s t$; ω_L, ω_s, k_L, k_s — частоты и волновые числа L-, s- волн; v_t определяется формулой (1.5).

Подставляя в (1.4) решения (1.6) и учитывая условия точного резонанса (при $k_t \approx 0$) $|\mathbf{k}_L| = -|\mathbf{k}_s|$, $\omega_t = \omega_L + \omega_s$, после усреднения по высокочастотным осцилляциям приходим к системе укороченных уравнений

$$\begin{gathered} \left(\frac{\partial}{\partial t} - V_L \frac{\partial}{\partial x} \right) a_L - i\alpha_L |a_L|^2 a_L - i\beta_L |a_s|^2 a_L = -\lambda_L a_s^*, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_s \frac{\partial}{\partial x} \right) a_s - i\alpha_s |a_s|^2 a_s - i\beta_s |a_L|^2 a_s = -\lambda_s a_L^*. \end{gathered} \tag{1.7}$$

Здесь $V_L = 3(kV_T/\Omega_e)V_T$ — групповая скорость ленгмюровской волны; a_L, a_s — комплексные амплитуды δn_L, δn_s; α_j, β_j, λ_j ($j = L, s$) — коэффициенты нелинейности и параметры связи:

$$\begin{gathered} \alpha_L = \frac{1}{4} \frac{\Omega_e}{n_0^2}, \quad \beta_L = \frac{\Omega_e}{8n_0^2} \frac{\Omega_e^2}{3k^2V_T^2 + 2\Omega_e\omega_s}, \\ \alpha_s = \frac{\omega_s}{8n_0^2} \frac{\Omega_e^2}{k^2V_T^2}, \quad \beta_s = \frac{\Omega_e}{8n_0^2} \frac{m_e\Omega_e}{m_i\omega_s} \frac{\Omega_e^2}{3k^2V_T^2 + 2\Omega_e\omega_s}, \\ \lambda_L = \frac{1}{2} kv_t^0, \quad \lambda_s = \frac{1}{2} \frac{m_e\Omega_e}{m_i\omega_s} kv_t^0, \quad v_t^0 = \frac{eE_0}{m_e\omega_t}. \end{gathered} \tag{1.8}$$

Отметим, что при α_j, $\beta_j = 0$ уравнения (1.7) описывают начальный этап параметрической неустойчивости с инкрементом $\sqrt{\lambda_L\lambda_s} = kv_t^0 \sqrt{\frac{m_e\Omega_e}{m_i\omega_i}} = (eE_0/m_e\omega_t V_T)(\Omega_e\omega_s)^{1/2}$ [4]. Инкремент пропорционален амплитуде волны накачки. В литературе такая неустойчивость именуется также распадной.

Будем искать решения (1.7) в виде волн с неизменяющимся профилем. Преобразуя (1.7) к новой переменной $\xi = x - Vt$, для стационарных волн получаем

$$\begin{gathered} \frac{\partial a_L}{\partial \xi} - i\alpha_L |a_L|^2 a_L - i\beta_L |a_s|^2 a_L = -\lambda_L a_s^*, \\ \frac{\partial a_s}{\partial \xi} - i\alpha_s |a_s|^2 a_s - i\beta_s |a_L|^2 a_s = -\lambda_s a_L^*, \end{gathered} \tag{1.9}$$

где коэффициенты нормированы следующим образом:

$$\alpha_j \to \alpha_j/u_j, \ \beta_j \to \beta_j/u_j, \ \lambda_j \to \lambda_j/u_j, \ u_L = -(V_L + V), \\ u_s = c_s - V, \ j = L, s.$$

Перейдем в уравнениях (1.9) к переменным амплитуда — фаза, положив $a_j = A_j \exp(i\varphi_j)$. Тогда (1.9) записывается как

$$(1.10)\quad \frac{d}{d\xi}A_L^2 = -2\lambda_L A_L A_s \cos\varphi,\quad \varphi = \varphi_L + \varphi_s,\quad \frac{d}{d\xi}A_s^2 = -2\lambda_s A_L A_s \cos\varphi,$$

$$\frac{d}{d\xi}\varphi = \alpha_L A_L^2\left(1 + \frac{\alpha_s A_s^2}{\alpha_L A_L^2}\right) + \beta_s A_L^2\left(1 + \frac{\beta_L A_s^2}{\beta_s A_L^2}\right) + \lambda_L\frac{A_s}{A_L}\left(1 + \frac{\lambda_s A_L^2}{\lambda_L A_s^2}\right)\sin\varphi.$$

Из первых двух уравнений (1.10) находим интеграл движения

$$(1.11)\qquad \lambda_L A_s^2 - \lambda_s A_L^2 = C.$$

В дальнейшем считаем константу интегрирования $C = 0$, полагая, что при $\xi \to \pm\infty$ $A_j^2 \to 0$.

Используя (1.11), из (1.10) получаем уравнения динамики волн:

$$\frac{d^2}{d\xi^2}\varphi - 2\lambda_L\lambda_s \sin 2\varphi = 0,$$

$$\alpha A_L^2 = \frac{d\varphi}{d\xi} - 2\sqrt{\lambda_L\lambda_s}\sin\varphi,\quad \alpha = \alpha_L\left(1 + \frac{\alpha_s\lambda_s}{\alpha_L\lambda_L}\right) + \beta_s\left(1 + \frac{\beta_L\lambda_s}{\beta_s\lambda_L}\right).$$

Первое из них имеет вид стационарного уравнения синус-Гордон, решения его известны и выражаются через эллиптические функции [5]. Запишем решение на сепаратрисе при граничных условиях $\xi \to \pm\infty$, $A_j^2 \to 0$, оно отвечает солитону

$$A_L = \left(4\frac{\sqrt{|\lambda_L\lambda_s|}}{|\alpha|}\right)^{1/2}\operatorname{ch}^{-1/2}\left(2\sqrt{|\lambda_L\lambda_s|}(x - Vt)\right).$$

2. Стохастизация системы. Спектральные свойства. Исследуем динамику системы во времени вблизи сепаратрисы под действием периодического возмущения. Для этого учтем в уравнениях (1.4) нерезонансные члены, имеющие более высокий порядок малости: $\partial^2\delta n_e v_e/\partial x\partial t = 2kv_t^0\Omega_e a_L$, $(\partial^2\delta n_e v_e/\partial x\partial t)(m_e/m_i) = (m_e/m_i)\,kv_t^0 a_s$. После соответствующего усреднения находим систему укороченных уравнений

$$(2.1)\qquad \dot a_L - i\alpha_L|a_L|^2 a_L - i\beta_L|a_s|^2 a_L = -\lambda_L a_s^* + 2\varepsilon\lambda_L a_L\exp(-i\Omega_e t),$$

$$\dot a_s - i\alpha_s|a_s|^2 a_s - i\beta_s|a_L|^2 a_s = -\lambda_s a_L^* + \varepsilon\lambda_s a_s\exp(-i\Omega_e t),$$

где α_j, β_j, λ_j определяются формулами (1.8); $\dot a_j \equiv \partial a_j/\partial t$.

В переменных $a_j = A_j\exp(i\varphi_j)$ система (2.1) может быть переписана в форме

$$(2.2)\qquad \ddot\psi + \omega_0^2\sin\psi = \varepsilon\omega_0^2\cos\Omega_e t,\quad \varepsilon = \omega_0/\Omega_e;$$

$$(2.3)\qquad A_L^2 = \frac{1}{2\alpha}\left(\dot\psi + 2\omega_0\sin\frac{\psi}{2}\right);$$

$$(2.4)\qquad \omega_0^2 = 4\lambda_L\lambda_s,\quad \psi = 2\varphi + \pi.$$

При выводе (2.2) использовалось соотношение (1.11), по высокочастотным осцилляциям проводилось усреднение в предположении $\omega_0/\Omega_e \ll 1$.

Будем рассматривать ψ как обобщенную координату движения. Тогда невозмущенная часть уравнения (2.2) имеет вид уравнения нелинейного маятника с единичной массой и гамильтонианом

$$(2.5)\qquad H = \frac{1}{2}\dot\psi^2 - \omega_0^2\cos\psi.$$

Решение на сепаратрисе, отвечающее гамильтониану $H_c = \omega_0^2$ и граничному условию $A_L^2 \to 0$ при $t \to \infty$, есть

$$(2.6)\qquad A_L^2 = \frac{2\omega_0^2}{\alpha}\operatorname{ch}^{-1}\omega_0(t - t_0),\quad \dot\psi = 2\omega_0\operatorname{ch}^{-1}\omega_0(t - t_0)$$

(t_0 — константа интегрирования). Введем параметр

$$N = \omega_0/\omega(H) \tag{2.7}$$

(ω_0 — собственная частота малых колебаний).

В [6] показано, что вблизи сепаратрисы

$$N \sim \frac{1}{\pi} \ln \frac{32H_c}{H_c - H}, \quad H_c = \omega_0^2, \tag{2.8}$$

а амплитуда фурье-гармоник для $\dot{\psi}$

$$b_n \sim 8\omega \exp(-\pi n/N),$$

т. е. все амплитуды приближенно равны до $n \sim N$. По мере приближения к сепаратрисе $N \to \infty$, а сам спектр стремится к непрерывному.

Получим выражения для спектральной плотности мощности амплитуды A_j. Введем в рассмотрение корреляционные функции $q_j(\tau) = \langle A_j(t) A_j(t+\tau) \rangle$ (угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю (времени) [6]). Тогда спектральная плотность

$$q_j(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\tau \exp(i\omega\tau)\, q_j(\tau).$$

Используя выражение для A_L из (2.6), находим

$$q_L(\tau) = \frac{2\pi}{\alpha} \operatorname{ch}^{-1} \omega_0 \tau, \quad q_L(\omega) = \frac{\pi^2}{\alpha\omega_0} \operatorname{ch}^{-1} \frac{\pi\omega}{2\omega_0}.$$

Отсюда видно, что спектр волн широкий (ширина спектра примерно равна собственной частоте $\Delta\omega = \omega_0$) и при высоких ω убывает экспоненциально.

Для исследования возмущенной системы (2.2)—(2.4) перейдем к переменным действие J — угол θ с гамильтонианом

$$H = H_0(J) + \varepsilon V(J, \theta) \cos \Omega_e t, \quad V = \omega_0^2 \psi, \tag{2.9}$$

где $H_0(J)$ определяется (2.5) с заменой ψ, $\dot{\psi}$ на J, θ.

Уравнение (2.2) в этих переменных принимает форму

$$\dot{J} = -\frac{\varepsilon}{\omega(J)} \frac{\partial V}{\partial \psi} \dot{\psi} \cos \Omega_e t, \quad \dot{\theta} = \omega(J) + \varepsilon \frac{\partial V}{\partial J} \cos \Omega_e t. \tag{2.10}$$

Для системы (2.10) отображение вблизи сепаратрисы запишем как [5]

$$\bar{J} = J + \frac{\varepsilon}{\omega(J)} C(J, \chi), \quad \bar{\chi} = \chi + \frac{\pi\Omega_e}{\omega(J)} - \frac{\pi\Omega_e}{\omega^3} \varepsilon \left| \frac{\partial\omega}{\partial J} \right| C(J, \chi), \tag{2.11}$$

$$C(J, \chi) = -\int\limits_{\Delta t} dt \frac{\partial V}{\partial \psi} \dot{\psi} \cos \chi(t), \quad \dot{\chi} = \Omega_e.$$

Из (2.11) определяем параметр K, характеризующий стохастичность системы:

$$K = \frac{\varepsilon\pi\Omega_e}{\omega^3} \left| \frac{\partial\omega}{\partial J} \right| C_0, \quad C_0 = \left| \frac{\partial C}{\partial \chi} \right| = \left| \int\limits_{\Delta t} dt \frac{\partial V}{\partial \psi} \dot{\psi} \sin \Omega_e t \right|. \tag{2.12}$$

При $\Omega_e \gg \omega_0$ вблизи сепаратрисы из (2.7), (2.8) следует

$$\left| \frac{\partial\omega}{\partial J} \right| = \omega \left| \frac{\partial\omega}{\partial H} \right| \sim \frac{\omega^3}{\pi\omega_0} \frac{1}{|H - H_c|}, \quad K \sim \varepsilon \frac{\Omega_e}{\omega_0} \frac{C_0}{|H - H_c|}. \tag{2.13}$$

Подставляя в (2.12), (2.13) значения $\dot{\psi}$, V из (2.6), (2.9) и учитывая, что сильная стохастичность возникает при $K \gtrsim 1$, находим уровень стохастичности по H:

$$\frac{|H - H_c|}{H_c} \lesssim \varepsilon \frac{\Omega_e}{\omega_0} \exp\left(-\frac{\pi\Omega_e}{2\omega_0} \right).$$

Физическая картина возникновения стохастичности связана с нелинейными резонансами в системе под действием периодического возмущения. Действительно, условие резонанса имеет вид $m\omega(H) = \Omega_e$, а расстояние между резонансами $\delta\omega = |\omega(H_{m+1}) - \omega(H_m)| \simeq \omega^2/\Omega_e$. Ширина резонанса по частоте $\Delta\omega = |d\omega/dH|\Delta H$. По мере приближения к сепаратрисе частота $\omega(H) \to 0$, производная от нее растет $(|d\omega/dH| \sim \exp(\pi\omega_0/\omega))$, поэтому увеличивается ширина резонансов, а расстояние между резонансами уменьшается. В результате резонансная сеть перекрывается и возникает фазовый слой со стохастической динамикой.

До сих пор фактически определялась область стохастичности фаз волн. Теперь оценим стохастичность плазменных волн по энергии (амплитуде). Из (2.6) следует, что область стохастичности $\delta A^2/A^2 \simeq$ $\simeq |d\omega/dH|(\Delta H/\omega_0)$. Подставляя в это выражение значения из (2.7), (2.8), (2.13), имеем

$$(\delta A^2/A^2) \sim \varepsilon^2 = \left(\omega_0^2/\Omega_e^2\right).$$

3. Обсуждение результатов. Сначала найдем характерную частоту и относительный уровень флуктуаций. Используя в (2.4), (2.6) значения коэффициентов (1.8), получаем

$$\omega_0 = kv_t^0 \sqrt{\frac{m_e\Omega_e}{m_i\omega_s}}, \tag{3.1}$$

$$\frac{|\delta n_e|_L^2 + |\delta n_e|_s^2 + |\delta n_i|^2}{n_0^2} \simeq 48\frac{kv_t^0}{\Omega_e}\left(\frac{m_i\omega_s}{m_e\Omega_e}\right)^{3/2}\frac{k^2V_T^2}{\Omega_e^2}\left(1 + 2\frac{m_e\Omega_e}{m_i\omega_s}\right).$$

Видно, что ω_0 совпадает со значением инкремента нарастания плазменных колебаний в линейной теории (начальный этап распада).

Применим полученные результаты к светодетонационному разряду. Считая, что СДВ поддерживается излучением CO_2-лазера, так что $\omega_t \approx$ $\approx \Omega_e \approx 2\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$, и полагая $kV_T \sim 0{,}1\ \Omega_e$, $T_e \sim 10$ эВ, $V_T \sim 10^8$ см/с, находим из (3.1) $\omega_0 \sim 10^{11}$ с$^{-1}$, $\delta n/n_0 \sim (10^{-1} \div 10^{-2})$, характерные волновые числа $k \sim 10^5$ см$^{-1}$. Обычно в экспериментах поперечный размер разряда $d \sim 1$ см [2, 7] и условие $kd \gg 1$ хорошо выполняется. Угол дифракции для плазменных волн зависит от λ/l и для $l \sim 10^{-2}$ см $\lambda/l \ll 1$, т. е. он мал.

Перейдем к оценкам скорости вклада электромагнитной энергии в плазму. При линейном механизме поглощения скорость энерговклада определяется частотой столкновений ν_s электронов с ионами. В [4] показано, что рассеивающими свойствами обладают не только микрополя отдельных частиц, но и электрическое поле плазменных колебаний. Расчет показывает, что при значениях поля порядка теплового длина пробега электрона из-за рассеяния на термодинамически равновесном фоне плазменных колебаний на порядок величины больше пробега по отношению к парным соударениям. Соответственно эффективная частота энерговклада, обусловленная рассеянием на колебаниях плазмы, меньше ν_s. Но при неустойчивости амплитуда колебаний нарастает до значений, во много раз превышающих равновесные. В таких случаях длина свободного пробега и эффективная частота энерговклада зависят от рассеяния на плазменных колебаниях. Такой нагрев часто называют турбулентным, поскольку механизмом, определяющим природу аномального сопротивления, является турбулентность, вызванная неустойчивостью. По порядку величины эффективная частота, характеризующая скорость турбулентного вклада, имеет вид $-\nu_т \sim \Omega_e W_т/n_0T_e$ $\left(W_т \sim \bar{E}^2/8\pi + n_0m_e\bar{v}_e^2/2\right.$ — плотность энергии турбулентных колебаний). Средние значения потенциальной и кинетической энергии при продольных колебаниях примерно равны и $W_т = \bar{E}^2/4\pi \sim (\delta n_e)^2T_e/n_0$. Тогда $\nu_т \sim \Omega_e(\delta n_e/n_0)^2$ [4]. Проведенные исследования показывают, что при типичных параметрах разряда ($T_e \sim 10$ эВ, $n_0 \sim 10^{19}$ см$^{-3}$) турбулентный канал энерговклада более эффективен ($\nu_s \sim n_ev_т\sigma$, $\nu_s \sim (10^9 \div 10^{10})$ с$^{-1}$, $\nu_т \sim (10^{12} \div 10^{13})$ с$^{-1}$).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Силин В. П.** Поглощение излучения турбулентной плазмой // УФН.— 1985.— Т. 145, № 2.
2. **Райзер Ю. П.** Лазерная искра и распространение разрядов.— М.: Наука, 1974.
3. **Кадомцев Б. Б.** Коллективные явления в плазме.— М.: Наука, 1988.
4. **Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З.** Физика плазмы для физиков.— М.: Атомиздат, 1979.
5. **Заславский Г. М., Сагдеев Р. З.** Введение в нелинейную физику.— М.: Наука, 1988.
6. **Заславский Г. М.** Стохастичность динамических систем.— М.: Наука, 1984.
7. **Данилычев В. А., Зворыкин В. Д.** Взаимодействие излучения CO_2-лазера с мишенью в газах // Тр. ФИАН.— 1983.— Т. 142.

г. Барнаул *Поступила 2/IV 1991 г., в окончательном варианте — 18/XI 1991 г.*

УДК 532.516

В. А. Кондратьев

ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ — СТОКСА В ОКРЕСТНОСТИ КРАЕВОГО УГЛА

В [1] при изучении задачи с односторонними ограничениями для уравнения Навье — Стокса исследуется функция $\psi(r, \varphi)$, которая удовлетворяет уравнению

$$\Delta\Delta\psi = 0,\ r < \varepsilon,\ -\pi < \varphi < 0 \tag{1}$$

($\varepsilon > 0$ — постоянная) и краевым условиям

$$\psi = 0,\ \Delta\psi = 0,\ \varphi = 0,\ 0 < r < \varepsilon,$$

$$\psi = 0,\ \ \frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = r,\ \ \varphi = -\pi,\ \ 0 < r < \varepsilon.$$

Здесь (r, φ) — полярная система координат на плоскости; Δ — оператор Лапласа. Дополнительно предполагается принадлежность функции пространству Соболева W_2^2 в полукруге $S_\varepsilon = \{(r, \varphi) : r < \varepsilon, -\pi < \varphi < 0\}$. Авторы, используя методику, развитую в [2, 3], приводят формулу

$$\psi = -r\sin\varphi + Ar^{3/2}\left(\sin\frac{\varphi}{2} + \sin\frac{3\varphi}{2}\right) + O(r^2\ln r) \tag{2}$$

при $r \to 0$, $-\pi < \varphi < 0$, $A = \mathrm{const}$, которая зависит от ψ. Асимптотические представления для $\partial\psi/\partial r$, $\partial\psi/\partial\varphi$, $\Delta\psi$ получаются из (2) путем формального дифференцирования. На самом деле формула (2) допускает уточнение: именно для ψ справедливо разложение в асимптотический ряд [2, 4]

$$\psi = -r\sin\varphi t\sum_{j=3}^{\infty} A_j r^{j/2}\Phi_j(\varphi),\quad A_j = \mathrm{const}, \tag{3}$$

где Φ_j — нормированные в $L_2[-\pi, 0]$ собственные функции задачи

$$\frac{1}{4}j^2\left(\frac{j}{2} - 2\right)^2\Phi + \frac{j^2}{2}\Phi''' + \Phi^{\mathrm{IV}} = 0, \tag{4}$$

$$-\pi < \varphi < 0,\ \Phi(-\pi) = \Phi(0) = 0,\ \Phi'(-\pi) = \Phi''(0) = 0.$$

Формула (3) является асимптотической в том смысле, что, каково бы ни было N, справедливы оценки

$$\left| D^\alpha(\psi) + r\sin\varphi - \sum_{j=3}^{N} A_j r^{j/2}\Phi_j(\varphi)\right| = O(r^{(N+1)/2-|\alpha|}$$