

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НАД ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТРАНШЕЕЙ, ЧАСТИЧНО ЗАКРЫТОЙ КРЫШКОЙ

Задача о рассеянии поверхностных волн различными донными неровностями является классической в волновой гидродинамике. Однако до сих пор не рассматривались препятствия с зонами тени, когда форма неровности — неоднозначная функция горизонтальных координат. Для исследования выбраны наиболее простые донные неровности прямоугольной формы: уступ с навесом и углубление, частично закрытое крышкой. Плоское потенциальное волновое движение идеальной несжимаемой жидкости рассматривается в линейной постановке. Изучено влияние геометрии дна на характеристики отраженных и проходящих волн, а также на кинетическую энергию жидкости внутри донной полости. Для численного решения использовался метод интегральной склейки вдоль вертикальных отрезков, разбивающих всю область течения на прямоугольные части. Этот метод применялся в [1] для исследования воздействия волн на прямоугольную подводную преграду, в [2, 3] — для обычной прямоугольной траншеи, причем в [3] рассмотрен случай, когда внутри траншеи находится слой более плотной жидкости. В [4] на основе обычного метода склейки изучено распространение волн над уступом.

1. Пусть жидкость занимает область S , ограниченную свободной поверхностью и твердым непроницаемым дном. В случае уступа H_1 — глубина жидкости слева от него, H_2 — справа ($H_2 > H_1$), l — длина горизонтального жесткого бесконечно тонкого навеса AB (рис. 1, а). Система координат выбрана так, что ось x совпадает с невозмущенным уровнем свободной поверхности, а y проходит через конец навеса (точку B) и направлена вверх. Движение жидкости предполагается потенциальным всюду, за исключением угловых точек, в окрестности которых скорость обращается в бесконечность порядка $r^{(0-\pi)/(2\pi-\theta)}$ (r — расстояние от угловой точки, θ — величина угла для твердого тела).

Набегающие волны распространяются в направлении положительной оси x из мелководной части жидкости в глубоководную и определяются потенциалом скорости $\Phi_0(x, y, t) = \varphi_0(x, y) \exp(-i\sigma t)$, где $\varphi_0 = \frac{iag \operatorname{ch} k_1(y + H_1)}{\sigma \operatorname{ch} k_1 H_1} \exp(ik_1 x)$;

a , σ — амплитуда и частота волны; волновое число k_1 находится из уравнения

$$(1.1) \quad \sigma^2 = gk_1 \operatorname{th} k_1 H_1$$

(g — ускорение силы тяжести). Здесь и далее во всех выражениях, содержащих сомножитель $\exp(-i\sigma t)$, физический смысл имеет только вещественная часть.

Рассматриваются установившиеся волны, и потенциал скорости всего возмущенного течения ищется в виде $\Phi(x, y, t) = \varphi(x, y) \exp(-i\sigma t)$. Для определения функции $\varphi(x, y)$ необходимо решить задачу

$$(1.2) \quad \Delta \varphi = 0 \quad (x, y \in S),$$

$$\sigma^2 \varphi - g \partial \varphi / \partial y = 0 \quad (y = 0), \quad \partial \varphi / \partial n = 0 \quad (\text{на контуре дна})$$

(n — нормаль к линии дна). Отраженные и проходящие волны должны удовлетворять условиям излучения при $|x| \rightarrow \infty$.

Для решения задачи (1.2) применяется способ сопряжения, аналогичный используемому в [3]. Область S разбивается на три прямоугольные части: $S_1 = [-\infty < x < 0, -H_1 \leq y \leq 0]$, $S_2 = [0 < x < \infty, -H_2 \leq y \leq 0]$, $S_3 = [-l < x < 0, -H_2 \leq y \leq -H_1]$, в каждой из которых $\varphi(x, y)$ обозначается через $\varphi_j(x, y)$ ($j = 1, 2, 3$). В силу непрерывности движения жидкости в S на границе областей S_j ставятся условия согласования давления и горизонтальной скорости вдоль вертикальной

линии $x = 0$, из которых следует

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2, \quad \partial\varphi_1/\partial x = \\ &= \partial\varphi_2/\partial x \quad (-H_1 \leq y \leq 0), \\ \varphi_3 &= \varphi_2, \quad \partial\varphi_3/\partial x = \\ &= \partial\varphi_2/\partial x \quad (-H_2 \leq y \leq -H_1). \end{aligned}$$

Применяя метод разделения переменных, функции φ_j будем искать в виде разложений по собственным функциям соответствующих краевых задач:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_0 + A_0 \exp(-ik_1x) Y_1(y) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(k_{1n}x) Y_{1n}(y), \\ \varphi_2 &= B_0 \exp(ik_2x) Y_2(y) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-k_{2n}x) Y_{2n}(y), \\ \varphi_3 &= C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \cos \beta_m (y + H_1) \operatorname{ch} \beta_m (x + l). \end{aligned}$$

Здесь $\beta_m = m\pi/h$; $h = H_2 - H_1$; k_{1n} ($n = 1, 2, \dots$) — корни уравнения

$$(1.5) \quad \sigma^2 = -gk \operatorname{tg} kH_1.$$

Величины k_2, k_{2n} определяются из уравнений (1.4), (1.5) с заменой H_1 на H_2 . Собственные функции Y_1, Y_{1n} и Y_2, Y_{2n} ортогональны и нормированы следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_1(y) &= \frac{\operatorname{ch} k_1(y + H_1)}{\sqrt{\Lambda_1}}, \quad \Lambda_1 = \int_{-H_1}^0 \operatorname{ch}^2 k_1(y + H_1) dy, \\ Y_{1n}(y) &= \frac{\cos k_{1n}(y + H_1)}{\sqrt{\Lambda_{1n}}}, \quad \Lambda_{1n} = \int_{-H_1}^0 \cos^2 k_{1n}(y + H_1) dy, \\ Y_2(y) &= \frac{\operatorname{ch} k_2(y + H_2)}{\sqrt{\Lambda_2}}, \quad \Lambda_2 = \int_{-H_2}^0 \operatorname{ch}^2 k_2(y + H_2) dy, \\ Y_{2n}(y) &= \frac{\cos k_{2n}(y + H_2)}{\sqrt{\Lambda_{2n}}}, \quad \Lambda_{2n} = \int_{-H_2}^0 \cos^2 k_{2n}(y + H_2) dy. \end{aligned}$$

С использованием метода редукции бесконечные ряды в (1.4) заменяются конечными суммами с числом членов соответственно N и M . Неизвестные комплексные постоянные A_0, B_0 и A_n, B_n, C_m ($n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M$) находятся из условий согласования (1.3), выполняемых в интегральном смысле:

$$(1.6) \quad \begin{aligned} ik_2 B_0 &= \int_{-H_1}^0 \frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial x} Y_2 dy + \int_{-H_2}^{-H_1} \frac{\partial \bar{\varphi}_3}{\partial x} Y_2 dy, \\ -k_{2n} B_n &= \int_{-H_1}^0 \frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial x} Y_{2n} dy + \int_{-H_2}^{-H_1} \frac{\partial \bar{\varphi}_3}{\partial x} Y_{2n} dy \quad (n = 1, \dots, N), \\ A_0 &= \int_{-H_2}^0 \bar{\varphi}_2 Y_1 dy - \int_{-H_2}^0 \varphi_0 Y_1 dy, \quad A_n = \int_{-H_1}^0 \bar{\varphi}_2 Y_{1n} dy \quad (n = 1, \dots, N), \end{aligned}$$

$$C_m = \frac{2}{h \operatorname{ch} \beta_m l} \int_{-H_2}^{-H_1} \bar{\varphi}_2 \cos \beta_m (y + H_1) dy \quad (m = 1, \dots, M)$$

($\bar{\varphi}_i$ обозначают конечные суммы в соответствующих рядах (1.4) функций $\varphi_i(0, y)$). Интегралы в (1.6) выражаются через элементарные функции. Линейную систему (1.6) $2 + 2N + M$ уравнений удобно свести к системе $2 + 2N$ уравнений, исключая постоянные C_m . Полученная система решалась численно методом Гаусса.

Наиболее интересные характеристики дифракции волн — коэффициенты отражения R и прохождения T , которые равны отношению амплитуды соответственно отраженной и проходящей волн к амплитуде набегающей волны и, согласно (1.4), определяются следующим образом:

$$R = \frac{\sigma \operatorname{ch} k_1 H_1}{ag \sqrt{\Lambda_1}} |A_0|, \quad T = \frac{\sigma \operatorname{ch} k_2 H_2}{ag \sqrt{\Lambda_2}} |B_0|.$$

Из общей теории распространения плоских линейных волн над неровным дном известно [5], что для жидкости, глубина которой при $x \rightarrow +\infty$ стремится к постоянным значениям H_2 и H_1 , в силу закона сохранения энергии

$$(1.7) \quad R^2 + \frac{S(k_2 H_2)}{S(k_1 H_1)} T^2 = 1,$$

где $S(z) = z(1 - \operatorname{th}^2 z) + \operatorname{th} z$.

Для обычного уступа ($l = 0$) можно получить приближенное решение системы (1.6), если пренебречь в представлении (1.4) бесконечными суммами, т. е. нераспространяющимися волнами [2]. Легко выписать решение этой задачи и определить коэффициенты

$$(1.8) \quad R = \frac{|k_1 G^2 - k_2 \Lambda_1 \Lambda_2|}{k_1 G^2 + k_2 \Lambda_1 \Lambda_2}, \quad T = \frac{2k_1 G \Lambda_1 \operatorname{ch} k_2 H_2}{k_1 G^2 + k_2 \Lambda_1 \Lambda_2},$$

$$G = k_2 \operatorname{sh} k_2 h / (k_1^2 - k_2^2).$$

В приближении длинных волн ($k_1 H_1 \rightarrow 0$, $k_2 H_2 \rightarrow 0$) выражения (1.8) дают хорошо известный результат: $R = (\sqrt{H_2/H_1} - 1)/(1 + \sqrt{H_2/H_1})$, $T = 2/(1 + \sqrt{H_2/H_1})$. Детальное исследование распространения волн над бесконечным уступом представлено в [6].

Для уступа с водной полостью ($l \neq 0$) интересная характеристика волнового движения — кинетическая энергия жидкости, заключенной в этой полости. Для прямоугольной области S_3 осредненная за период колебания и отнесенная к длине h кинетическая энергия

$$E_K = \frac{\rho}{2h} \left\langle \int_{-H_1}^{-H_2} \Phi_3 \frac{\partial \Phi_3}{\partial x} dy \right\rangle = \frac{\rho}{8} \sum_{m=1}^{\infty} |C_m|^2 \beta_m \operatorname{ch} \beta_m l \operatorname{sh} \beta_m l$$

(ρ — плотность жидкости, $\langle \rangle$ означают осреднение по времени, интегрирование выполняется при $x = 0$). Кинетическая энергия набегающей волны, отнесенная к ее длине $\lambda = 2\pi/k_1$, $E_B = \rho g a^2/4$. Обозначим $E = E_K/E_B$.

В табл. 1 и на рис. 2 представлены результаты численных расчетов R и удельной кинетической энергии E при $H_2/H_1 = 10$. В табл. 1 показана сходимость численных значений в зависимости от числа сохраняемых членов в выражениях (1.4) при $l/H_1 = 10$; верхние три строчки соответствуют случаю, когда волна набегаёт на уступ справа, т. е. из глубоководной части жидкости в мелководную (прямой уступ); последняя строчка отвечает исходной постановке задачи (обратный уступ). В [6] показано, что при $l = 0$ для прямого и обратного уступов коэффициенты отражения совпадают. В проведенных численных расчетах это условие выполнялось

при равных значениях l с относительной погрешностью, не превышающей 2%. Коэффициент отражения менее чувствителен к изменению N и M , чем кинетическая энергия. На рис. 2, а, б представлены соответственно R и E для $l/H_1 = 0; 1; 5$ (кривые 1–3). Светлые кружочки и треугольники — значения для прямого уступа, темные — для обратного. Расчеты выполнены при $N = 15$, $M = 40$. Штриховой линией показано приближение (1.8). При данном большом перепаде глубин оно неудовлетворительно. Коэффициент отражения и кинетическая энергия для указанных параметров почти не меняются при дальнейшем увеличении размеров водной полости. Наличие этой полости практически не сказывается на коэффициенте отражения при $H_2/H_1 \leq 2$. Максимальное значение удельной кинетической энергии при фиксированных l и H_1 сначала растет с увеличением H_2 примерно до $H_2/H_1 \approx 10$, затем начинает падать.

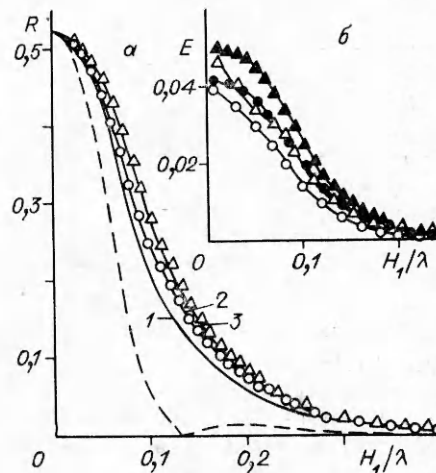


Рис. 2

2. При распространении волн над траншеей схема течения представлена на рис. 1, б. Глубина жидкости вне траншеи H_1 , в области траншеи H_2 , длина ее открытой части L , ширина левой и правой водной полости соответственно l_1 и l_2 , общая ширина траншеи $L + l_1 + l_2$. Вертикальная ось y проходит через левый конец открытой части траншеи. Набегающая волна движется слева направо. Область течения S разбивается на пять прямоугольных частей: $S_1 = [-\infty < x < 0, -H_1 \leq y \leq 0]$, $S_2 = [0 < x < L, -H_2 \leq y \leq 0]$, $S_3 = [L < x < \infty, -H_1 \leq y \leq 0]$, $S_4 = [-l_1 < x < 0, -H_2 \leq y \leq -H_1]$, $S_5 = [L < x < L + l_2, -H_2 \leq y \leq -H_1]$, решения в которых ищутся в виде, аналогичном (1.4):

$$\begin{aligned}
 (2.4) \quad \varphi_1 &= \varphi_0 + A_0 \exp(-ik_1x) Y_1(y) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(k_{1n}x) Y_{1n}(y), \\
 \varphi_2 &= [D_0 \exp(ik_2x) + F_0 \exp(-ik_2x)] Y_2(y) + \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} [D_n \exp(k_{2n}x) + F_n \exp(-k_{2n}x)] Y_{2n}(y), \\
 \varphi_3 &= B_0 \exp(ik_1x) Y_1(y) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-k_{1n}x) Y_{1n}(y), \\
 \varphi_4 &= C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \cos \beta_m (y + H_1) \operatorname{ch} \beta_m (x + l_1), \\
 \varphi_5 &= G_0 + \sum_{m=1}^{\infty} G_m \cos \beta_m (y + H_1) \operatorname{ch} \beta_m (L + l_2 - x).
 \end{aligned}$$

Согласование решений проводится на вертикальных отрезках $x = 0$, $x = L$ ($-H_2 \leq y \leq 0$). Аналогично п. 1 неизвестные постоянные в пред-

Таблица 1

| N | M | H_1/λ | | | | | | | |
|----|----|---------------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|
| | | 0,05 | | 0,1 | | 0,15 | | 0,2 | |
| | | R | $E \cdot 10^2$ | R | $E \cdot 10^2$ | R | $E \cdot 10^2$ | R | $E \cdot 10^2$ |
| 10 | 40 | 0,4601 | 3,333 | 0,2851 | 1,866 | 0,4519 | 0,683 | 0,0797 | 0,251 |
| 15 | 30 | 0,4603 | 3,372 | 0,2858 | 1,877 | 0,4534 | 0,695 | 0,0816 | 0,259 |
| 15 | 40 | 0,4603 | 3,387 | 0,2858 | 1,884 | 0,4535 | 0,699 | 0,0817 | 0,261 |
| 15 | 40 | 0,4595 | 4,540 | 0,2826 | 2,510 | 0,4501 | 0,940 | 0,0793 | 0,346 |

Таблица 2

| N | H_1/λ | | | | | | | |
|----|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0,05 | | 0,1 | | 0,15 | | 0,2 | |
| | T | E | T | E | T | E | T | E |
| 5 | 0,7728 | 0,2612 | 0,9845 | 0,4125 | 0,9987 | 0,2734 | 0,9993 | 0,1357 |
| 10 | 0,7728 | 0,2634 | 0,9827 | 0,4148 | 0,9981 | 0,2740 | 0,9995 | 0,1359 |
| 15 | 0,7726 | 0,2636 | 0,9823 | 0,4148 | 0,9979 | 0,2738 | 0,9995 | 0,1357 |
| | 0,7725 | — | 0,9802 | — | 0,9971 | — | 0,9997 | — |

ставлении решения для Φ_4 и Φ_5 выражаются через постоянные функции Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 . В итоге исходная задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений порядка $4 + 4N$. Сходимость данного метода при различных N представлена в табл. 1 из [2] на примере расчета коэффициента отражения и прохождения обычной траншеи ($l_1 = l_2 = 0$) при $H_2/H_1 = 3$, $L/H_1 = 10$. В настоящей работе эти результаты полностью подтвердились.

Другой способ расчета дифракции волн на траншее приведен в [7]. Область течения разбивалась на две части горизонтальным отрезком, разделяющим собственно траншею и область постоянной глубины. Согласование решений на этом отрезке производилось методом коллокации. Однако в случае траншеи, частично закрытой крышкой, возникает проблема неустойчивости численного решения при некоторых параметрах движения, что может быть связано с наличием особенностей течения в угловых точках (см. п. 1), которые несущественны при интегральной склейке. Точность расчета коэффициента прохождения и энергии для нескольких значений N и H_1/λ показана в табл. 2 для $H_2/H_1 = 7,625$, $L/H_1 = 10,59$, $l_1 = l_2 = 0$; последняя строчка — данные [7], полученные только для коэффициента прохождения при максимальном числе коллокационных точек, равном 50. Видно, что применение интегрального метода дает удовлетворительные результаты уже при $N = 10$.

Кинетическая энергия жидкости в траншее, осредненная за период колебания и отнесенная к длине диафрагмы L , определяется аналогично [8]:

$$E_k = \frac{\rho}{2L} \left\langle \int_0^L \Phi_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} dx \right\rangle.$$

Интегрирование выполняется при $y = -H_1$. Детальное исследование удельной кинетической энергии E для обычной траншеи выполнено в [8], показано, что она существенно зависит как от характеристик набегающей волны, так и от геометрии траншеи.

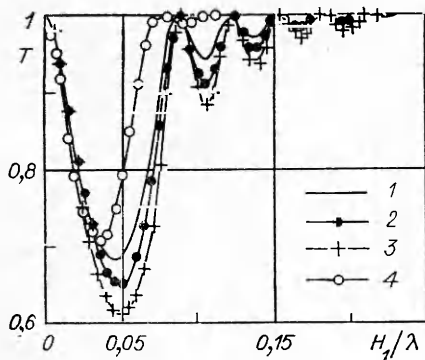
Для расчета дифракции волн на обычной траншее существует ряд приближенных методов. Пренебрежение нераспространяющимися волнами в разложениях (2.1) дает следующие выражения для коэффициента отражения и прохождения [2]:

$$(2.2) \quad R^2 = \alpha/(1 + \alpha), \quad T^2 = 1/(1 + \alpha), \\ \alpha = [(\gamma^2 - 1)^2/4\gamma^2] \sin^2 k_2 L, \quad \gamma = k_1 G^2/k_2 \Lambda_1 \Lambda_2.$$

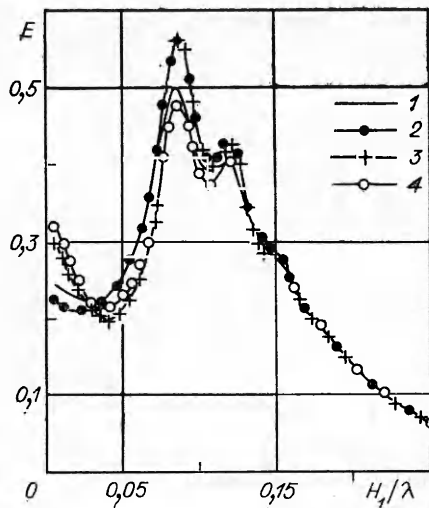
Предполагая $k_1 H_1 \rightarrow 0$ и $k_2 H_2 \rightarrow 0$, из этих соотношений можно получить длинноволновое приближение [2, 9]

$$(2.3) \quad R = (\sqrt{H_2/H_1} - \sqrt{H_1/H_2}) \sin \theta/d, \quad T = 2/d, \\ \theta = \sigma L/\sqrt{gH_2}, \quad d = [4 \cos^2 \theta + (\sqrt{H_2/H_1} + \sqrt{H_1/H_2})^2 \sin^2 \theta]^{1/2}.$$

Более точное решение для длинных волн представлено в [10], где искомые характеристики выражены через один неизвестный параметр, определяемый численно. Анализ различных приближений и сопоставление их с полным решением выполнены в [2], где, в частности, показано, что при-



Р и с. 3



Р и с. 5

ближение (2.2) дает достаточно точные результаты лишь при относительно малых разностях глубин.

В приближении малой неровности ($(H_2 - H_1)/H_1 \ll 1$), согласно [11],

$$R = \frac{2k_1(H_2 - H_1)|\sin k_1 L|}{2k_1 H_1 + \text{sh } 2k_1 H_1},$$

$$T =$$

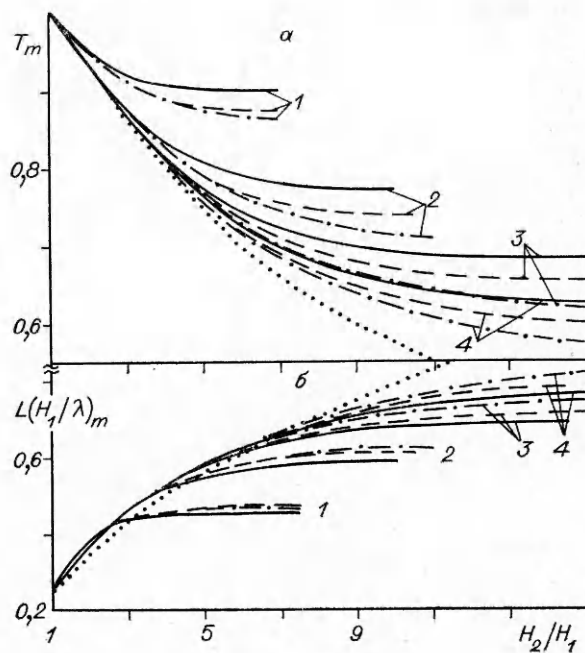
$$\sqrt{1 + \left[\frac{2(H_2 - H_1)Lk_1^2}{2k_1 H_1 + \text{sh } 2k_1 H_1} \right]^2}.$$

Здесь не выполняется закон сохранения энергии (1.7), который для рассматриваемого течения имеет вид $R^2 + T^2 = 1$. Как показано в [12] на примере задач генерации поверхностных волн в жидкости с неровным дном, приближение малой неровности применимо лишь при $H_2/H_1 \leq 1,2$.

Зависимость коэффициентов прохождения и отражения от длины набегающей волны для обычной траншеи подробно исследована в [2, 7, 8]. Интересная особенность этих зависимостей — существование так называемых окон прозрачности, т. е. дискретных значений λ , при которых коэффициент отражения становится очень малым, а коэффициент прохождения близок к единице. Для длинноволнового приближения (2.3) это

$$\text{имеет место при } \lambda = \frac{2L}{n} \sqrt{\frac{H_1}{H_2}} \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Результаты численных расчетов коэффициента прохождения для траншеи с диафрагмой представлены на рис. 3 при $H_2 = L = 15H_1$, $N = 20$, $M = 40$; кривые 1—3 соответствуют следующим случаям: 1) $l_1 = l_2 = 0$; 2) $l_1 = 0$, $l_2 = 10H_1$; 3) $l_1 = l_2 = 10H_1$. При $l_1 = 10H_1$, $l_2 = 0$ значения T полностью совпали с линией 2. Кривая 4 показывает приближенное решение (2.2). При наличии водных полостей S_4 и S_5 локальные минимумы коэффициента отражения уменьшаются по сравнению со случаем



Р и с. 4

обычной траншеи и положение экстремумов линий 2 и 3 очень слабо сдвигается в сторону более высоких частот. Это можно объяснить на основе результатов [13], где показано, что собственные частоты любой прямоугольной области с одним и тем же отверстием L на верхней крышке незначительно превышают собственные частоты прямоугольной области ширины L с полностью открытой верхней границей.

На рис. 4 представлены изменения минимума коэффициента прохождения T_m (а) и его положения $(H_1/\lambda)_m$ (б) в зависимости от глубины траншеи H_2 для различных значений L, l_1, l_2 . Группы кривых 1—4 отвечают $L/H_1 = 5, 10, 15, 20$. В каждой группе сплошная кривая дана для $l_1 = l_2 = 0$, штриховая — $l_1 = l_2 = H_1$, штрихпунктирная — $l_1 = l_2 = 5H_1$. Пунктирная линия соответствует длинноволновому приближению (2.3), для которого

$$(2.4) \quad T_m = 2\sqrt{H_1 H_2} / (H_1 + H_2), \quad (H_1/\lambda)_m = \sqrt{H_1 H_2} / 4L.$$

Видно, что одним из определяющих параметров при распространении волн над траншеей является длина ее открытой части и чем больше эта длина, тем для большего диапазона значений H_2 удовлетворительно выполняется (2.4). Начиная с некоторого H_2 (увеличивающегося с ростом L), дальнейшее углубление траншеи практически не меняет характеристики волнового движения. Влияние водных полостей слабо сказывается при относительно малых L ($L/H_1 \leq 5$) и несколько растет с увеличением L . Максимальное уменьшение T_m при этом не очень значительно и достигается уже при $l_1, l_2 \approx 5H_1$. Дальнейшее увеличение l_1, l_2 мало влияет на волновое движение. Нулевой коэффициент прохождения достигается в пределе при $L, H_2 \rightarrow \infty$, что соответствует бесконечному уступу [6].

Изменение удельной кинетической энергии, захваченной в траншее, представлено на рис. 5 для тех же значений, что и на рис. 3. Кривые 1—3 аналогичны рис. 3, кривая 4 отвечает $l_1 = 10H_1, l_2 = 0$. Отметим, что распределение E незначительно зависит от параметров l_1 и l_2 . Как отмечено в [8], локальные максимумы функции E находятся вблизи окон прозрачности. Появление этих максимумов свидетельствует о резонансном отклике траншеи на набегание волн определенной длины.

Автор благодарит С. В. Сухина за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ермаков В. С., Нуднер И. С., Нуднер Л. С. Воздействие волн на погруженную в жидкость прямоугольную преграду // Вод. ресурсы.— 1978.— № 4.
2. Kirby J. T., Dalrymple B. A. Propagation of obliquely incident water waves over a trench // J. Fluid Mech.— 1983.— V. 133.
3. Ting F. C. K., Raichlen F. Wave interaction with rectangular trench in density-stratified fluid // J. Waterway Port Coast. and Ocean Engng.— 1988.— V. 114, N 5.
4. Симаков Г. В., Нуднер И. С., Белов В. В. Исследования распространения волн над подводными преградами // Гидротехнические сооружения: Межвуз. сб.— Владивосток: ДВПИ, 1985.
5. Wehausen J. V., Laitone E. V. Surface waves // Handbuch der Physik.— Berlin, 1960.— Bd 9. Strömungsmechanik III.
6. Newman J. N. Propagation of water waves over an infinite step // J. Fluid Mech.— 1965.— V. 23, pt 2.
7. Lee J.-J., Ayer R. M. Wave propagation over a rectangular trench // J. Fluid Mech.— 1981.— V. 110.
8. Ting F. C. K., Raichlen F. Wave interaction with a rectangular trench // J. Waterway Port Coast. and Ocean Engng.— 1986.— V. 112, N 3.
9. Бабий М. В., Черкесов Л. В. Влияние подводного препятствия на деформацию длинных волн // Мор. гидрофиз. исслед./АН УССР, Мор. гидрофиз. ин-т.— 1973.— № 2.
10. Miles J. W. On surface-wave diffraction by a trench // J. Fluid Mech.— 1982.— V. 115.
11. Mei C. C. Weak reflection of water waves by bottom obstacles // Proc. ASCE. J. Engng Mech. Div.— 1969.— V. 95, N 1.
12. Протопопов Б. Е., Стурова И. В. Генерация плоских поверхностных волн при наличии малой неровности дна // ПМТФ.— 1989.— № 1.
13. Fox D. W., Kuttler J. R. Sloshing frequencies // ZAMP.— 1983.— V. 34, N 5.

г. Новосибирск

Поступила 6/II 1990 г.,

в окончательном варианте — 19/VI 1990 г.