

лебания температуры свидетельствуют о наличии энтропийных волн, фаза этих колебаний постоянна по всему поперечному сечению камеры.

Экспериментально (оптическим методом) установлены фазовые соотношения между колебаниями температуры и давления газа в выходном сечении камеры. В условиях опытов фазовые соотношения таковы, что генерация колебаний по механизму, обусловленному воздействием температурных волн на течение вблизи критического выходного сечения камеры, либо отсутствует, либо незначительна, т. е. взаимодействие колебаний давления и температуры не может быть единственным механизмом, поддерживающим режим неустойчивого горения. Тем не менее наличие интенсивных неизоэнтропических колебаний температуры (колебаний энтропии) может существенно изменить граничное условие (определяющее частоту колебаний и вынос акустической энергии) в выходном сечении камеры сгорания.

Поступила в редакцию 25/VIII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Раушенбах. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961.
2. Б. Ф. Гликман. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1974.
3. А. П. Успенский.— В сб.: Приборы для газодинамических исследований. Тр. ЦАГИ, вып. 912, 1967.
4. Н. П. Соболев, Т. Н. Щетинин. ЖЭТФ, 1950, 20, 4.
5. А. П. Гордов. Основы прометрии. М.: Металлургия, 1964.

УДК 532.5 : 536.46

О СТАЦИОНАРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЕЩЕСТВАХ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ РЕАКЦИЯМИ

И. С. Любченко, Д. М. Пучков, Г. Н. Марченко
(Казань)

Режимы стационарного распространения зоны горения в системах с двумя параллельными реакциями исследовались в работах [1—7]. Наиболее интересные теоретические результаты, утверждающие явление неединственности, получены в [2—4], где приближенными методами и с помощью итераций вычисляются основные характеристики волны горения: массовая скорость и термодинамически неравновесная температура горения. Экспериментальное подтверждение факта неединственности при горении конденсированных систем обнаружено в [8], а ранее отмечалось и при стационарном горении газовых смесей в [9]. Теоретическое исследование рассматриваемой задачи впервые проводилось в [1] с применением асимптотических и итерационных методов. Однако авторы этой работы выделили лишь области по одному из определяющих параметров конкурирующих между собой реакций, а два других параметра оставлены ими без внимания. В результате, как отмечалось в [2], это привело к некоторой неопределенности полученных результатов, а области неединственности обнаружить не удалось.

В работах [5, 6], в отличие от работ [1—4], предложен иной асимптотический метод с указанием возможных трехмерных областей существования решения, а также указан подход к построению единственных в этих областях асимптотик. Неучет пересечения областей в [5, 6], естественно, не позволил выделить области неединственности, но дал аналитический

аппарат (без итерационного процесса) для расчета характеристик стационарной волны горения. Цель настоящего исследования — дальнейшее развитие асимптотической теории горения конденсированных веществ с конкурирующими реакциями, анализ параметрических областей существования асимптотик и исследование структуры областей неединственности.

Постановка задачи.

Анализ и классификация областей существования асимптотик

Приближенная теория стационарного распространения плоского фронта двухстадийной параллельной экзотермической реакции $A_1 \leftarrow A_0 \rightarrow A_2$ в конденсированной среде может быть описана задачей [1]

$$\begin{aligned} k \cdot d^2T/dx^2 - u\rho c \cdot dT/dx + [h_1\Phi_1(T) + h_2\Phi_2(T)]a_0\rho &= 0, \\ u\rho \cdot da_1/dx = a_0\rho\Phi_1(T), \quad u\rho \cdot da_2/dx = a_0\rho\Phi_2(T), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u\rho \cdot da_0/dx + a_0\rho[\Phi_1(T) + \Phi_2(T)] &= 0, \quad \Phi_i(T) = B_i \exp[-E_i/RT], \quad i = 1, 2, \\ x = -\infty: T = T_0, a_0 = 1, a_1 = a_2 = 0; \quad x = \infty: T_x = 0, a_0 = 0. \end{aligned}$$

Здесь a_0, a_1, a_2 — массовые доли веществ A_0, A_1, A_2 ; $u\rho$ — массовая скорость горения; T_0, T — начальная и текущая температуры; x — пространственная координата; k, c, ρ — коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность вещества A_0 ; E_i, B_i, h_i — энергия активации, предэкспонент и тепловой эффект реакции $A_0 \rightarrow A_i$; R — универсальная газовая постоянная. Задача (1) заключается в определении массовой скорости горения $u\rho$, температуры горения $T_m = T(+\infty)$ и структуры волны горения, т. е. функций $a_i(x), i = 0, 1, 2, T(x)$ и $Q(x) = a_0\rho[h_1\Phi_1(x) + h_2\Phi_2(x)]$.

Интегрируя (1) по x от $-\infty$ до текущего значения x , получим два первых интеграла

$$k(dT/dx) = u\rho c(T - T_0) - u\rho(h_1a_1 + h_2a_2), \quad a_0 + a_1 + a_2 = 1,$$

откуда при $x \rightarrow +\infty$ имеем соотношения $T_m = T_0 + c^{-1}(h_1a_{1m} + h_2a_{2m})$, $a_{1m} + a_{2m} = 1$. Введем безразмерные переменные по формулам

$$\begin{aligned} T_* = T_0 + c^{-1}(h_1 + h_2), \quad z = (T_* - T)/(T_* - T_0), \quad \kappa = (E_1 + E_2)/RT_*, \\ \lambda = 1 - (T_0/T_*), \quad \sigma_h = h_1/(h_1 + h_2), \quad \sigma_E = E_1/(E_1 + E_2), \quad a_{1m} = \alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_B = \Phi_1(T_*)/[\Phi_1(T_*) + \Phi_2(T_*)], \quad m = u\rho \{ce^{\kappa}/k\rho [\Phi_1(T_*) + \Phi_2(T_*)]\}^{1/2}, \\ y = km[u\rho c(T_* - T_0)]^{-1} \cdot (dT/dx), \quad m^2 = \mu, \quad \beta = (T_* - T_m)/(T_* - T_0) \end{aligned}$$

и преобразуем задачу (1) к виду

$$\begin{aligned} \mu \cdot da_1/dz - \sigma_B f(a_1, a_2, z) \exp[\kappa - \kappa\lambda z\sigma_E(1 - \lambda z)^{-1}], \\ \mu \cdot da_2/dz = -(1 - \sigma_B)f(a_1, a_2, z) \exp[\kappa - \kappa\lambda z(1 - \sigma_E)(1 - \lambda z)^{-1}], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} y = m[1 - z - \sigma_h a_1 - (1 - \sigma_h)a_2], \quad f(a_1, a_2, z) = (1 - a_1 - a_2)my^{-1}, \\ z = \beta : a_1 = \alpha, a_2 = 1 - \alpha, \quad z = l : a_1 = a_2 = 0, \quad l \rightarrow 1, \end{aligned}$$

где l ($l < 1$) — параметр срезки функции $\Phi_i(T)$ ($i = 1, 2$), а скорости реакций $\Phi_i(T)$ следует считать равными нулю при $l \leq z \leq 1$. Без этого формального условия задача (3) решения не имеет [10]. При $\sigma_h = 0,5$ параметры α и β связаны одним из соотношений

$$\alpha = (\beta - \sigma_h)/(1 - 2\sigma_h), \quad 1 - \alpha = (1 - \beta - \sigma_h)/(1 - 2\sigma_h), \quad (4)$$

а при $\sigma_h = 0,5$ $\beta = 0,5$. Введем дополнительно обозначения

$$g = (B_2/B_1) \exp[-\kappa(1 - 2\sigma_E)], \quad \sigma_B = (1 + g)^{-1}, \quad 1 - \sigma_B = g(1 + g)^{-1},$$

$$\tau = (z - \beta)/\varepsilon, \quad \varepsilon = (\kappa\lambda)^{-1}, \quad \bar{\mu} = \varepsilon\bar{\mu} \exp[\kappa - \kappa\lambda\beta\sigma_E(1 - \lambda\beta)^{-1}], \quad (5)$$

$$a_1 = \alpha b_1, \quad a_2 = (1 - \alpha)b_2$$

и учтем, что в невырожденных режимах горения $\kappa \gg 1$, $\kappa\lambda \gg 1$ [10]. Задача (3) с заменой (5) имеет вид

$$\bar{\mu} A_1 \frac{db_1}{d\tau} = -\sigma_B A_0 f(b_1, b_2, \varepsilon\tau) \exp[-\sigma_E \tau (1 - \lambda\beta)^{-1} (1 - \lambda\beta - \varepsilon\lambda\tau)^{-1}],$$

$$\bar{\mu} A_2 \frac{db_2}{d\tau} = -(1 - \sigma_B) A_0 f(b_1, b_2, \varepsilon\tau) \varphi \exp[-(1 - \sigma_E) \tau (1 - \lambda\beta)^{-1} (1 - \lambda\beta - \varepsilon\lambda\tau)^{-1}], \quad (6)$$

$$\tau = 0: \quad \dot{b}_1 = b_2 = 1, \quad \tau = (l - \beta)/\varepsilon: \quad \dot{b}_1 = \dot{b}_2 = 0,$$

где

$$A_0 = 1 - 2\sigma_h; \quad A_1 = \bar{\rho} - \sigma_h; \quad A_2 = 1 - \sigma_h - \beta;$$

$$\varphi = \exp[-\kappa\lambda\beta(1 - 2\sigma_E)(1 - \lambda\beta)^{-1}]; \quad (7)$$

$$f = \frac{A_0 - A_1 b_1 - A_2 b_2}{A_0(1 - \beta) - \sigma_h A_1 b_1 - (1 - \sigma_h) A_2 b_2 - A_0 \varepsilon \tau}.$$

В задаче (6) искомыми являются параметры $\bar{\mu}$, β и функции $b_i(\tau)$, $i = 1, 2$. Определив их, найдем параметр α из (4), параметр μ и переменные z и $a_i(\tau)$ из (5), а температуру горения T_m и массовую скорость m из (2). Из анализа задачи (6) при $\varepsilon \rightarrow 0$ следует, что ее решение определяется точкой в 3-мерном параметрическом пространстве реакций $\{\sigma_E, \sigma_h, B_2/B_1\}$. Поскольку малые окрестности нуля и единицы для σ_E, σ_h не представляют интереса, будем рассматривать решение (6) на квадрате $0,15 \leq \sigma_E, \sigma_h \leq 0,85$.

Легко заметить, что при $\sigma_h(0,4; 0,6)$ и $\varepsilon \rightarrow 0$ существует 11 областей, в которых могут быть построены единственные асимптотики: $g = 0(1)$: 1) $\sigma_E = 0,5 \pm \nu_0$, $\nu_0 \ll 1$, $\chi = \nu_0/\varepsilon$, 2) $\varphi_0 \ll 1$, $\beta_0 = 1 - \sigma_h$, 3) $\varphi_0 \gg 1$, $\beta_0 = \sigma_h$; $g \ll 1$: 4) $\varphi_0 = 0(1)$, $g\varphi_0 \ll 1$, $\beta_0 = 1 - \sigma_h$, 5) $\varphi_0 \gg 1$, $g\varphi_0 \ll 1$, $\beta_0 = 1 - \sigma_h$, 6) $\varphi_0 \gg 1$, $g\varphi_0 \gg 1$, $\beta_0 = \sigma_h$; 7) $\varphi_0 \ll 1$, $g\varphi_0 \ll 1$, $\beta_0 = 1 - \sigma_h$; $g \gg 1$: 8) $\varphi_0 = 0(1)$, $g\varphi_0 \gg 1$, $\beta_0 = \sigma_h$, 9) $\varphi_0 \ll 1$, $g\varphi_0 \gg 1$, $\beta_0 = \sigma_h$, 10) $\varphi_0 \ll 1$, $g\varphi_0 \ll 1$, $\beta_0 = 1 - \sigma_h$, 11) $\varphi_0 \gg 1$, $g\varphi_0 \gg 1$, $\beta_0 = \sigma_h$. Принято обозначение $\varphi_0 = \varphi(\beta_0)$, и равенство $g = 0(1)$ понимается как $0,15 \leq g \leq 7$. При $\sigma_h(0,4; 0,6)$ и $\varepsilon \rightarrow 0$ также существует 11 областей, где $\beta_0 = 0,5$ и возможно построение единственных асимптотик. Следует заметить, что совместное решение неравенств для каждой из областей позволяет определить с помощью выражений для g и φ области существования соответствующих асимптотик.

Асимптотические приближения при $\delta_E, \delta_h(0,4; 0,6)$

Имеется 5 областей, где $g\varphi_0 \ll 1$ и $\beta_0 = 1 - \sigma_h$ (области 2, 4, 5, 7, 10), и 5 областей, где $g\varphi_0 \gg 1$ и $\beta_0 = \sigma_h$ (области 3, 6, 8, 9, 11). Тогда, вводя малый параметр $\nu = g\varphi_0$ в первом случае и $\nu = (g\varphi_0)^{-1}$ — во втором, можно искать асимптотическое приближение к решению задачи (6) при $\varepsilon \rightarrow 0$, $\nu \rightarrow 0$ в виде

$$b_i = b_{i0}(\tau) + \nu b_{i1}(\tau) + \varepsilon b_{i2}(\tau), \quad i = 1, 2, \quad \beta = \beta_0 + \nu(\beta_1 + \nu\beta_2 + \varepsilon\beta_3), \quad (8)$$

$$\bar{\mu} = \mu_0 + \nu\mu_1 + \varepsilon\mu_2 \quad \text{при } g\varphi_0 \ll 1, \quad \bar{\mu} = \varphi(\mu_0 + \nu\mu_1 + \varepsilon\mu_2) \quad \text{при } g\varphi_0 \gg 1.$$

Раскладывая левые и правые части уравнений (6) в ряды по параметрам и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях малых параметров, получаем системы дифференциальных уравнений, решение которых дает величины b_{i0}, β_i, μ_i .

а) Области с $g\varphi_0 \ll 1$

$$\begin{aligned}\beta_0 &= 1 - \sigma_h, \quad \mu_0 = \sigma_B (c_0 \sigma_h)^{-1}, \quad \beta_1 = -R_1 (d_0 \mu_0)^{-1}, \quad R_1 = \sigma_B \sigma_h^{-1} (1 - 2\sigma_h), \\ c_0 &= \sigma_E (1 - \lambda \beta_0)^{-2}, \quad d_0 = (1 - \sigma_E) (1 - \lambda \beta_0)^{-2}, \quad b_{10} = e^{-c_0 \tau}, \quad b_{20} = e^{-d_0 \tau}, \\ c_1 &= 2\lambda \beta_1 \sigma_E (1 - \lambda \beta_0)^{-3}, \quad \mu_1 = \mu_0 [-\beta_1 (1 - 2\sigma_h)^{-1} - (c_1 c_0^{-1}) + \beta_1 \sigma_h^{-1} I_0(\infty)], \\ \mu_2 &= \mu_0 \{ \sigma_E^{-1} (1 - \lambda \beta_0) [\sigma_h^{-1} (1 - \lambda \beta_0) (\pi^2/6) - 2\lambda] \}, \\ I_0(\infty) &= \int_0^\infty \frac{e^{-s} - e^{-s/\sigma_E}}{1 - e^{-s}} ds, \quad (9)\end{aligned}$$

$$\beta_2 = \beta_1 \{ -\mu_1 \mu_0^{-1} - R_1 \sigma_h^{-1} I_1(\infty) + \lambda R_1 \sigma_E \sigma_h [\sigma_B (1 - \sigma_E) (1 - \lambda \beta_0)]^{-1} \times \\ \times [2 - \kappa (1 - 2\sigma_E) (1 - \lambda \beta_0)^{-1}] \},$$

$$I_1(\infty) = \int_0^\infty \frac{\exp \left[-\frac{1 - \sigma_E s}{\sigma_E} \right] - \exp \left[-2 \frac{1 - \sigma_E s}{\sigma_E} \right]}{1 - e^{-s}} ds,$$

$$I_2(\infty) = \int_0^\infty \frac{s \exp \left[-\frac{1 - \sigma_E s}{\sigma_E} \right]}{1 - e^{-s}} ds,$$

$$\beta_3 = \beta_1 \{ -\mu_2 \mu_0^{-1} - 2\lambda (1 - \lambda \beta_0) (1 - \sigma_E)^{-1} + (1 - \lambda \beta_0)^2 (\sigma_E^2 \sigma_h)^{-1} \times \\ \times (1 - \sigma_E) I_2(\infty) \}.$$

Из-за ограниченности объема статьи здесь не приводятся функции b_{11} , b_{21} , b_{12} , b_{22} от переменной τ , но они и не потребуются для дальнейших расчетов.

б) Области с $g\varphi_0 \gg 1$

$$\beta_0 = \sigma_h, \quad \mu_0 = (1 - \sigma_B) (1 - \lambda \beta_0)^2 [(1 - \sigma_E) (1 - \sigma_h)]^{-1},$$

$$\beta_1 = (1 - \sigma_E) (1 - 2\sigma_h) \sigma_E^{-1},$$

$$R_2 = (1 - \sigma_B) (1 - 2\sigma_h) (1 - \sigma_h)^{-1}, \quad n_0 = \kappa \lambda \beta_0 (1 - 2\sigma_E) (1 - \lambda \beta_0)^{-1},$$

$$n_1 = \beta_1 \beta_0^{-1} (1 - \lambda \beta_0)^{-1},$$

$$\mu_1 = \mu_0 [\beta_1 (1 - 2\sigma_h)^{-1} - 2\lambda \beta_1 (1 - \sigma_E) \sigma_E^{-1} (1 - \lambda \beta_0)^{-1} + \\ + (1 - 2\sigma_h) (1 - \sigma_E)^2 \sigma_h^{-1} \sigma_E^{-2} I_1(\infty)],$$

$$\beta_2 = \beta_1 [-n_0 n_1 - \mu_1 \mu_0^{-1} + R_2 I_0(\infty) (\mu_0 c_0 \sigma_h)^{-1} - 2\lambda \beta_1 (1 - \lambda \beta_0)^{-1}], \quad (10)$$

$$\mu_2 = \mu_0 [-2\lambda (1 - \lambda \beta_0) (1 - \sigma_E)^{-1} + (\pi^2/6) (1 - \sigma_B)^{-1}],$$

$$\beta_3 = \beta_1 \{ -\mu_2 \mu_0^{-1} - 2\lambda (1 - \lambda \beta_0) \sigma_E^{-1} + \sigma_E (1 - \lambda \beta_0)^2 [(1 - \sigma_h) \times \\ \times (1 - \sigma_E)^2]^{-1} I_3(\infty) \},$$

$$I_3(\infty) = \int_0^\infty \frac{s \exp \left(-\frac{\sigma_E s}{1 - \sigma_E} \right)}{1 - e^{-s}} ds, \quad b_{10} = e^{-c_0 \tau}, \quad b_{20} = e^{-d_0 \tau}.$$

Как показано выше, возврат к старым переменным проводится с учетом (8)–(10) по формулам

$$\begin{aligned}z &= \varepsilon \tau + \beta, \quad \alpha = (\beta - \sigma_h) (1 - 2\sigma_h)^{-1}, \quad a_1 = \alpha b_1, \quad a_2 = (1 - \alpha) b_2, \\ a_0 &= 1 - a_1 - a_2, \quad T = T_* (1 - \lambda z), \quad T_m = T_* (1 - \lambda \beta), \quad (11) \\ m^2 &= \bar{\mu} \varepsilon \exp [\kappa - \kappa \lambda \beta \sigma_E (1 - \lambda \beta)^{-1}].\end{aligned}$$

Асимптотические приближения δ_h (0,4; 0,6)

Исключая область 1, заметим, как и выше, что существует две группы областей: первая с условием $g\varphi_0 \ll 1$ и вторая с условием $g\varphi_0 \gg 1$. В первой группе вводим малый параметр $\eta = g\varphi_0$, а во второй $\eta = (g\varphi_0)^{-1}$, $\eta \ll 1$. Полагая далее $\sigma_h = 0,5 + \nu$, $|\nu| \ll 1$, $\beta = 0,5 + \nu(1 - 2\alpha)$, преобразуем систему (6) к виду

$$\bar{\mu}(da_1/d\tau) = -\sigma_B f \exp[-\sigma_E M^{-1}\tau], \quad \bar{\mu}(da_2/d\tau) = -(1 - \sigma_B) f \varphi \exp[-(1 - \sigma_E)M^{-1}\tau], \quad (12)$$

$$\tau = 0: a_1 = \alpha, a_2 = 1 - \alpha; \quad \tau = \infty: a_1 = a_2 = 0,$$

где

$$f = 2(1 - a_1 - a_2)[1 - a_1 - a_2 - 2\nu(1 - 2\alpha + a_1 - a_2) - 2\varepsilon\tau]^{-1};$$

$$\varphi = \exp\{-\kappa(1 - 2\sigma_E)[0,5\lambda + \nu\lambda(1 - 2\alpha)][1 - 0,5\lambda - \nu\lambda(1 - 2\alpha)]^{-1}\}; \quad (13)$$

$$M = [1 - 0,5\lambda - \nu\lambda(1 - 2\alpha)][1 - 0,5\lambda - \nu\lambda(1 - 2\alpha) - \varepsilon\lambda\tau].$$

Из анализа задачи (12), (13) видно, что функции a_1 , a_2 и параметр α надо искать в виде рядов

$$x = x_0 + \eta(x_1 + \nu x_2 + \varepsilon x_3) + \eta^2(x_4 + \nu x_5 + \varepsilon x_6) + \dots, \quad (14)$$

а параметр $\bar{\mu}$ в зависимости от величины $g\varphi_0$

$$\bar{\mu} = \mu_0 + \eta(\mu_1 + \nu\mu_2 + \varepsilon\mu_3) \quad \text{при } g\varphi_0 \ll 1, \quad (15)$$

$$\bar{\mu} = \varphi[\mu_0 + \eta(\mu_1 + \nu\mu_2 + \varepsilon\mu_3)] \quad \text{при } g\varphi_0 \gg 1.$$

Применяя известную процедуру разложения левых и правых частей уравнений (12) в ряды и используя асимптотические приближения (14), (15), найдем коэффициенты в этих разложениях в зависимости от величины $g\varphi_0$.

а) Области с $g\varphi_0 \ll 1$

$$\alpha_0 = 1, \quad \mu_0 = 2\sigma_B c_0^{-1}, \quad \alpha_1 = \sigma_E(1 - \sigma_E)^{-1}, \quad \mu_1 = 2\sigma_B(1 - 0,5\lambda)^2(1 - \sigma_E)^{-1},$$

$$\alpha_2 = \kappa\lambda\alpha_1(1 - 2\sigma_E)(1 - 0,5\lambda)^{-2}, \quad \alpha_3 = \alpha_1 2\sigma_B [I_4(\infty) \cdot \mu_0^{-1} - I_5(\infty) \mu_1^{-1}],$$

$$\alpha_4 = \alpha_1^2, \quad \mu_2 = \mu_0 \{4\alpha_1 [1 + (1 - 0,5\lambda)^{-1}] - \kappa\lambda\alpha_1(1 - 2\sigma_E)(1 - 0,5\lambda)^{-2}\},$$

$$\mu_3 = \mu_0 \alpha_3, \quad c_0 = \sigma_E(1 - 0,5\lambda)^{-2}, \quad d_0 = (1 - \sigma_E)(1 - 0,5\lambda)^{-2}, \quad (16)$$

$$a_{20} = 0, \quad a_{10} = e^{-c_0\tau}, \quad a_{21} = -\alpha_1 e^{-d_0\tau}, \quad a_{11} = \alpha_1(2 - a_{10}),$$

$$I_4(\infty) = \int_0^\infty \frac{\tau(2 - e^{-c_0\tau} - e^{-d_0\tau})e^{-c_0\tau}}{(1 - e^{-c_0\tau})^2} d\tau, \quad I_5(\infty) = \int_0^\infty \frac{\tau(2 - e^{-c_0\tau} - e^{-d_0\tau})e^{-d_0\tau}}{(1 - e^{-c_0\tau})^2} d\tau.$$

б) Области с $g\varphi_0 \gg 1$

$$\alpha_0 = 0, \quad \mu_0 = 2d_0^{-1}(1 - \sigma_B), \quad \alpha_1 = \sigma_E^{-1}(1 - \sigma_E), \quad \mu_1 = \alpha_1\mu_0, \quad \alpha_4 = -\alpha_1^2,$$

$$\alpha_2 = -\kappa\lambda\alpha_1(1 - 2\sigma_E)(1 - 0,5\lambda)^{-2}, \quad \alpha_3 = 2\alpha_1(1 - \sigma_B) \times$$

$$\times [I_7(\infty) \mu_0^{-1} - I_6(\infty) \mu_1^{-1}],$$

$$\mu_2 = \mu_0 [4\alpha_1(1,5\lambda - 1)(1 - 0,5\lambda)^{-1} - \kappa\lambda\alpha_1(1 - 2\sigma_E)(1 - 0,5\lambda)^{-2}],$$

$$\mu_3 = \mu_0 \alpha_3,$$

$$a_{10} = 0, \quad a_{20} = e^{-d_0\tau}, \quad a_{11} = \alpha_1 e^{-c_0\tau}, \quad a_{21} = \alpha_1 e^{-d_0\tau}, \quad (17)$$

$$I_6(\infty) = \int_0^\infty \frac{\tau(e^{-c_0\tau} - e^{-d_0\tau})e^{-c_0\tau}}{(1 - e^{-d_0\tau})^2} d\tau, \quad I_7(\infty) = \int_0^\infty \frac{\tau(e^{-c_0\tau} - e^{-d_0\tau})e^{-d_0\tau}}{(1 - e^{-d_0\tau})^2} d\tau.$$

Вычисление функций $T(\tau)$, $z(\tau)$ и параметров T_m , t проводится по формулам (11), где $\beta = 0,5 + \nu(1 - 2\alpha)$. Однако из-за ограничений объема статьи в (16) и (17) не выписан явный вид некоторых функций $a_{ij}(\tau)$.

Замечания об асимптотиках в области 1

При $\sigma_h(0,4; 0,6)$ вводится малый параметр $\nu_0 = 0,5 - \sigma_E$, где $|\nu_0| \ll 1$, $\chi = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{|\nu_0|}{\varepsilon}$, $0 \leq \chi \leq 0(1)$, а асимптотическое приближение к решению задачи (6) ищется в виде

$$b_i = b_{i0} + \varepsilon b_{i1} + \nu_0 b_{i2}, \quad i = 1, 2, \quad \bar{\mu} = \mu_0 + \varepsilon \mu_1 + \nu_0 \mu_2, \quad \beta = \beta_0 + \varepsilon \beta_1 + \nu_0 \beta_2. \quad (18)$$

Не приводя явного вида коэффициентов в разложениях (18), заметим, что величина β_0 вычисляется из уравнения

$$\exp[-2\chi\beta_0(1 - \lambda\beta_0)^{-1}] = \sigma_B(1 - \sigma_B)^{-1}[\beta_0 - (1 - \sigma_h)](\sigma_h - \beta_0)^{-1}. \quad (19)$$

Решение уравнения (19) всегда единственно и корень β_0 заключен между σ_h и $(1 - \sigma_h)$. Случай $\chi \rightarrow 0$ рассмотрен ранее в [5]. Если $\sigma_h(0,4; 0,6)$, то для построения асимптотики необходимо ввести еще один малый параметр $\nu_1 = 0,5 - \sigma_h$, $|\nu_1| \ll 1$ и искать решение задачи (12), (13) в виде

$$a_i = a_{i0} + \varepsilon a_{i1} + \nu_0 a_{i2} + \nu_1 a_{i3}, \quad i = 1, 2, \quad \alpha = \alpha_0 + \varepsilon \alpha_1 + \nu_0 \alpha_2 + \nu_1 \alpha_3, \quad (20)$$

$$\bar{\mu} = \mu_0 + \varepsilon \mu_1 + \nu_0 \mu_2 + \nu_1 \mu_3.$$

Опуская явный вид коэффициентов в (20), заметим, что их вычисление всегда единственно и достаточно элементарно.

Области существования единственных асимптотик и структура областей неединственности

Как показано выше, асимптотики искомых решений во всех областях строятся единственным образом. Исследуем эти трехмерные области и рассмотрим возможности их пересечений, полагая вначале $\sigma_E, \sigma_h(0,4; 0,6)$. Пусть для малого параметра справедлива оценка $x \leq 0,1$. Тогда, вводя для удобства обозначения

$$\omega_1 = \exp[x(1 - 2\sigma_E)], \quad \omega_2 = \exp\left[\frac{x(1 - 2\sigma_E)}{1 - \lambda(1 - \sigma_h)}\right], \quad \omega_3 = \exp\left[\frac{x(1 - 2\sigma_E)}{1 - \lambda\sigma_h}\right],$$

$$f_1 = 1 - a\lambda^{-1}[x|1 - 2\sigma_E| + a]^{-1}, \quad f_2 = a\lambda^{-1}[x|1 - 2\sigma_E| + a]^{-1}, \\ a = \text{const},$$

Т а б л и ц а 1

Область	σ_E	σ_h	B_2/B_1
2	[0,15; 0,4]	$\leq f_1(\sigma_E), a=2,5$	$[1/7\omega_1; 7\omega_1]$
3	(0,6; 0,85]	$\geq f_2(\sigma_E), a=2,5$	$[1/7\omega_1; 7\omega_1]$
4а	[0,15; 0,4]	$\geq f_1(\sigma_E), a=2$	$\leq 0,1\omega_1$
4б	(0,6; 0,85]	$\geq f_3(\sigma_E), a=2$	$\leq 0,1\omega_2$
5	(0,6; 0,85]	$\leq f_1(\sigma_E), a=2,5$	$\leq 0,1\omega_2$
6	(0,6; 0,85]	$f_3(\sigma_E, \sigma_h) \geq 0$	$[10\omega_3; 0,1\omega_1]$
7	[0,15; 0,4]	$\leq f_1(\sigma_E), a=2,5$	$\leq 0,1\omega_1$
8а	[0,15; 0,4]	$\leq f_2(\sigma_E), a=2$	$\geq 10\omega_3$
8б	(0,6; 0,85]	$\leq f_2(\sigma_E), a=2$	$\geq 10\omega_1$
9	[0,15; 0,4]	$\geq f_2(\sigma_E), a=2,5$	$\geq 10\omega_3$
10	[0,15; 0,4]	$f_3(\sigma_E, \sigma_h) \geq 0$	$[10\omega_3; 0,1\omega_1]$
11	(0,6; 0,85]	$\geq f_2(\sigma_E), a=2,5$	$\geq 10\omega_1$

Таблица 2

Область	Координаты { $\sigma_E, \sigma_h, B_2/B_1$ }	T_m, K	m	Область	Координаты { $\sigma_E, \sigma_h, B_2/B_1$ }	T_m, K	m
2	0,15; 0,35; 10^3	825	105,8	7	0,2; 0,45; 1	1049	110,8
3	0,85; 0,65; 10^{-4}	825	48,0	8а*	0,25; 0,25; 10^4	1006	19,1
4а	0,35; 0,65; 1	1282	252,8	8б	0,7; 0,2; 1	1500	155,5
4б**	0,85; 0,85; 10^{-6}	1575	77,4	9	0,25; 0,7; 10^{12}	750	0,22
5	0,7; 0,2; 10^{-12}	600	0,023	10*	0,25; 0,25; 10^4	600	2,49
6**	0,85; 0,85; 10^{-6}	525	10	11	0,85; 0,7; 1	750	7,62
7	0,25; 0,25; 1	675	13,6	11	0,8; 0,55; 1	1049	106,6

* Первая область неединственности.

** Вторая область неединственности.

$$f_3 = \sigma_h^2 - \sigma_h \left[\frac{1 + \kappa(1 - 2\sigma_E)}{4,6 \cdot \lambda} \right] + \frac{\kappa(1 - 2\sigma_E)}{4,6 \cdot \lambda} + \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda^2},$$

и решая совместно неравенства (1)–(11), получим описание областей в пространстве $\{\sigma_E, \sigma_h, B_2/B_1\}$ (табл. 1). Анализ табл. 1 показывает, что существуют пересечения трехмерных областей 4б, 5, 6 и областей 8а, 9, 10, что дает две области неединственности, определяемые неравенствами

$$f_3(\sigma_E, \sigma_h) \geq 0, 10 \cdot \omega_3(\sigma_E, \sigma_h) \leq (B_2/B_1) \leq 0,1 \cdot \omega_2(\sigma_E, \sigma_h). \quad (21)$$

Условия (21) являются необходимыми и достаточными для существования двух областей неединственности. В работах [2–4] указана лишь одна область неединственности, хотя при замене константы 4, 6 на 4 в f_3 условие $f_3 \geq 0$ совпадает с аналогичным в [4]. Следует отметить, что между проекциями областей 2, 4а, 7, а также 9, 8а на плоскость $\{\sigma_E, \sigma_h\}$ существуют зазоры, обусловленные границами параметра $0(1)$ ($0,15 \leq x \leq 7$) и малого параметра $x \leq 0,1$. Однако в этих областях асимптотики совпадают, а следовательно, по непрерывности их можно распространить и на зазоры между этими областями.

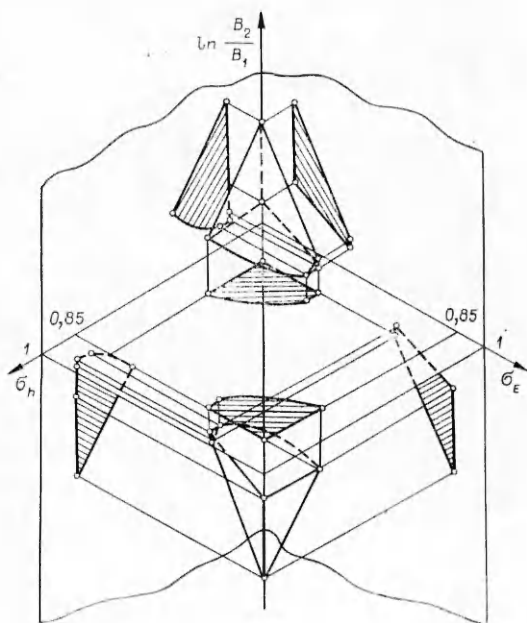


Рис. 1.

Точно так же можно продолжить решение и за зазоры между областями 4б и 5, а также между областями 3, 11 и 8б. В областях неединственности, представленных в трехмерном пространстве (рис. 1) с соответствующими проекциями, строятся два решения по формулам (8), (9) при $g\varphi_0 \ll 1$ и (8), (10) при $g\varphi_0 \gg 1$. Во всех остальных областях по этим формулам вычисляются единственные решения. Если $\sigma_h(0,4; 0,6)$, то, проводя аналогичный анализ, нетрудно заметить, что пересечения областей не происходит и всегда строятся единственные решения.

Для иллюстрации предлагаемой методики примем следующие исходные данные: $T_0 = 300 K$, $c = 1047,5 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$,

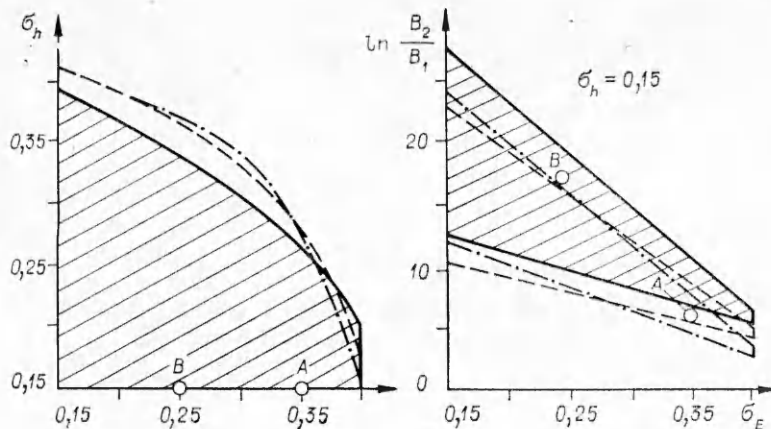


Рис. 2.

$h_1 + h_2 = 1571,25$ кДж/кг, $E_1 + E_2 = 188,55$ кДж/моль ($T_* = 1800$ К, $\kappa = 12,5$, $\lambda = 5/6$) и проведем расчет характеристик горения в различных областях. В табл. 2 приведены результаты вычисления температуры T_m и массовой скорости горения m по указанным выше формулам.

Для сравнения структуры области неединственности, полученной в [2—4] и настоящей работе, проведем сопоставление их проекций на плоскости $\{\sigma_E, \sigma_h\}$ и $\{\sigma_E, B_2/B_1\}$. На рис. 2 сплошные линии описывают границы области (21), штриховые — область из [2, 3], штрихпунктирные — область из [4]. Несмотря на небольшое различие в проекциях, следует заметить, что методы [2—4] не дают достаточно точного описания области неединственности, что иллюстрируется следующими примерами. В точке А при $\sigma_E = 0,35$, $\sigma_h = 0,15$, $B_2/B_1 = 250$ вычисляется единственное решение $\alpha \rightarrow 1(-)$, $T_m = 525$ К, $m = 0,38$, в то время как в этой точке в [2—4] имеет место неединственность. В точке В при $\sigma_E = 0,25$, $\sigma_h = 0,15$, $B_2/B_1 = 10^7$ вычисляются два решения: 1) $\alpha \rightarrow 1(-)$, $T_m = 525$ К, $m = 0,4$; 2) $\alpha \rightarrow (+)$, $T_m = 1575$ К, $m = 73$, в то время как в [2—4] в этой точке решение единственно.

На основании проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

1. При протекании конкурирующих реакций в конденсированной среде предложен строгий асимптотический метод для вычисления основных характеристик стационарной волны горения.

2. В параметрическом пространстве конкурирующих реакций получены две трехмерные области неединственности, где в зависимости от условий зажигания может быть реализовано одно из двух решений.

3. Проведенное сопоставление одной из областей неединственности настоящей работы и соответствующей области из [2—4] указывает на их небольшое различие.

4. В отличие от [1—4] расчет характеристик горения проводится во всех параметрических областях по асимптотическим формулам без применения итераций.

Поступила в редакцию 24/II 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев. ПММ, 1975, 39, 2, 306.
2. Б. И. Хайкин, С. И. Худяев. О неединственности стационарного распространения зоны горения при протекании параллельных реакций. Препринт. Черногоровка, 1978.
3. Б. И. Хайкин, С. И. Худяев. Докл. АН СССР, 1979, 245, 1, 155.
4. А. П. Алдушин, С. Г. Каспарян. Устойчивость стационарных волн горения с параллельными реакциями. Препринт. Черногоровка, 1980.
5. И. С. Любченко, Г. Н. Марченко. Докл. АН СССР, 1978, 242, 1, 146.

6. П. С. Любченко, Г. Н. Марченко. Докл. АН СССР, 1979, 249, 6, 1389.
7. Б. П. Хайкин, С. И. Худяев, Л. А. Жукова.— В сб.: Горение конденсированных и гетерогенных систем. Черноголовка, изд. ИХФ АН СССР, 1980.
8. A. G. Merzhanov. Arch. Comb., 1980, 1.
9. A. R. Hall, H. G. Wolfhard. VI-th Symp. (International) on Comb., N. Y., 1957.
10. Я. Б. Зельдович. ЖФХ, 1948, 22, 1, 27.

УДК 536.46

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ВЫГОРАНИЯ ГОМОГЕННЫХ СМЕСЕЙ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

И. Б. Самойлов, В. И. Богословский
(Москва)

Механизм турбулентного горения продолжает оставаться объектом дискуссий как в теоретическом, так и в экспериментальном отношении [1, 2]. При этом, однако, проблемы, связанные со скоростью турбулентного горения, потеряли, по-видимому, свою прежнюю актуальность, поскольку на практике с помощью полуэмпирических методов обеспечивают эффективное сжигание топлива при достаточно высоком теплонапряжении объема и сечения камеры сгорания. В данной работе экспериментально исследована зона горения в турбулентном потоке предварительно перемешанных пропан-воздушных смесей.

В качестве камеры сгорания (рис. 1) использован открытый с одного конца канал, имеющий прямоугольное сечение 10×20 и длину 150 мм. Две стенки камеры изготовлены из кварцевых пластинок. Скорость потока исходной смеси во всех опытах составляла 10 м/с, что соответствует числу $Re = 7 \cdot 10^3$. Пламя в этих условиях стабилизировалось с помощью небольших выступов на боковых стенках камеры сгорания.

Оценки показывают, что, за исключением области вблизи стабилизаторов, указанные выше параметры обеспечивают выполнение условия $t_L \sim t_r$, где t_L — лагранжев микропериод турбулентности, а t_r — характерное время реакции [3]. При этом условии не представляется возможным сделать определенный выбор в пользу объемного или поверхностного механизма горения, согласно известным критериям [3].

В данной работе процесс турбулентного горения изучался с помощью оптической спектроскопии и специально разработанной методики регистрации пульсаций плотности в турбулентном потоке. Оптическая спектроскопия зоны горения проводилась монохроматором с дифракционной решеткой МДР-3. После фотоэлектродного преобразования сигнал усиливался усилителем У5-6 и записывался на ленте потенциометра. Регистрировались также пульсации свечения небольших участков зоны горения. В этом случае вместо монохроматора использовался узкополосный светофильтр с диапазоном пропускания вблизи 436 нм.

Пульсации плотности в потоке измерялись двумя способами. Один из них основан на проецировании шпирей-картины потока на катод фотоумножителя. При этом, как и в случае регистрации пульсаций свечения, с помощью диафрагмы вырезался участок диаметром 1 мм. Шпирей-изображение получали с помощью установки ТЕ-19.

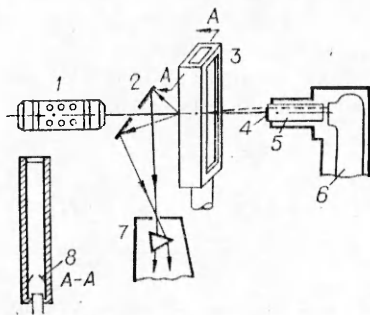


Рис. 1. Схема установки.

1 — квантовый генератор ЛГ-56; 2 — зеркало; 3 — камера сгорания; 4 — диск; 5 — светопровод; 6 — ФЭУ; 7 — монохроматор; 8 — стабилизаторы пламени.