

УДК 539.3

ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГИХ КОМПОЗИТНЫХ КОЛЕЦ ПРИ ВНУТРЕННЕМ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

В. М. Корнев, Г. Е. Макаров

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Анализируется экспериментально обнаруженное явление разрушения композитного кольца из однонаправленного стеклопластика при сжатии при начальном внутреннем импульсном (взрывном) нагружении. Разрушение происходит от изгиба в фазе сжатия вследствие потери устойчивости радиальной осесимметричной формы движения.

Введение. Существует большое количество работ [1–6], в которых теоретически и экспериментально исследуются процесс потери устойчивости радиальной осесимметричной формы колебаний цилиндрических оболочек или колец и переход к неосесимметричным изгибным формам движения, сопровождающимся экспоненциальным нарастанием амплитуд нормальных прогибов. Такая картина деформирования и разрушения наблюдается при внезапном нагружении тонкостенной оболочки или кольца внешним радиальным давлением [1, 3, 5, 6]. Однако для оболочек или колец из композиционных материалов такой механизм разрушения возможен и при внутреннем импульсном нагружении [7–10]. Это явление объясняется тем, что композиты, особенно однонаправленные, в отличие от металлов имеют существенно большие предельные упругие деформации при растяжении в направлении армирования (0,04–0,05 и 0,002–0,005 соответственно) при практически полном отсутствии пластических деформаций вплоть до разрушения [11]. При импульсном растяжении композитной оболочки или кольца в радиальном направлении это позволяет запасти количество упругой энергии, достаточное для разрушения материала от изгиба в фазе сжатия из-за потери устойчивости радиальных осесимметричных колебаний и перехода к неосесимметричным изгибным колебаниям. Одним из дополнительных факторов (наряду с начальными неправильностями и неоднородностью в приложении начальных нагрузок и распределении начальных скоростей), провоцирующих упругую оболочку или кольцо к потере устойчивости и разрушению такого типа, является низкая по сравнению с металлами сдвиговая жесткость пакета армирующих волокон в плоскости кольца.

В настоящей работе рассматривается упругое однородное (но не изотропное) цилиндрическое кольцо, моделирующее кольцо из однонаправленного композита, армированного нитью в окружном направлении с нулевым углом укладки арматуры. В этом случае материал композита можно считать трансверсально-изотропным, характеризующимся пятью независимыми упругими постоянными [12]. Поскольку кольцо деформируется в своей плоскости, используются только две из них: модули продольной упругости E в окружном направлении армирования и поперечного сдвига G в плоскости кольца.

1. Вывод уравнений движения упругого кольца с учетом деформаций поперечного сдвига. Преобразуем систему дифференциальных уравнений равновесия цилиндрической оболочки [13] в систему дифференциальных уравнений равновесия кольца радиуса R . Для этого исключим продольную координату α и соответствующее ей продольное смещение u , осевую и перерезывающую силы N_1 и Q_1 , моменты M_{12} и M_{21} , поверхностные силы X , а также переобозначим производную по координате $\partial/\partial\beta$ на $\partial/\partial\varphi$. Подставляя

в эту систему выражения для компонент поверхностных сил Y и Z и добавочных приведенных нагрузок, вызванных действием осевых сил N_1 и N_2 [14], и опуская индексы 2, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \varphi} + Q - Rm \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \quad -N + \frac{\partial Q}{\partial \varphi} - \frac{N}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + w \right) - Rm \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \\ -\frac{\partial M}{\partial \varphi} - RQ = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $m\partial^2 v/\partial t^2$ и $m\partial^2 w/\partial t^2$ — силы инерции.

Если используются гипотезы Кирхгофа — Лява, то из третьего уравнения системы (1) значение перерезывающей силы выражается через изгибающий момент, который в свою очередь выражается через упругие постоянные и перемещение w (прогиб). Однако при этом не учитывается влияние деформации сдвига. В отличие от металлов композиционные материалы обладают низкой сдвиговой жесткостью при сравнимой (а иногда и более высокой) жесткости на растяжение-сжатие, поэтому для композитной оболочки или кольца необходимо учитывать влияние деформации сдвига [15]. Для этого можно воспользоваться, например, гипотезой Тимошенко [16]. Тогда считаем, что $\theta = \psi + \gamma$, где θ — угол поворота нормали к изогнутой оси кольца; ψ — угол поворота прямолинейного элемента; γ — угол поворота прямолинейного элемента относительно нормали (угол поперечного сдвига). Из [16, 17] имеем следующие выражения для θ , M и Q :

$$\theta = \frac{1}{R} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right), \quad M = -\frac{Eh^3}{12R(1-\nu^2)} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad Q = kGh\gamma = kGh \left[\frac{1}{R} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) - \psi \right],$$

где E — модуль упругости материала на растяжение-сжатие в окружном направлении; h — толщина стенки кольца; G — модуль сдвига материала в поперечном направлении; k — постоянный коэффициент, зависящий от вида функции распределения касательных напряжений по толщине сечения. Для параболического закона распределения касательных напряжений значение коэффициента $k = 5/6$, а при равномерном распределении касательных напряжений по толщине оболочки или кольца $k = 1$ [18]. Подставляя выражения для M и Q в уравнения системы (1) и вводя обозначение $\delta = h^2/[12R^2(1-\nu^2)]^{-1}$, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \varphi} + kGh \left[\frac{1}{R} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) - \psi \right] - Rm \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \\ -N + kGh \left[\frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right] - \frac{N}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + w \right) - Rm \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \\ Eh\delta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} - kGh \left[\frac{1}{R} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) - \psi \right] = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В этом случае мы имеем систему из трех дифференциальных уравнений относительно трех независимых неизвестных функций (v — смещение по окружной координате, w — нормальный прогиб, ψ — угол поперечного сдвига). Системы уравнений движения подобного типа для тонкостенных оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига для изотропных материалов приведены в работе [18], а для композиционных — в работах [19, 20], последняя из которых содержит также наиболее полную библиографию по данному вопросу.

Далее, система (2) преобразуется так, чтобы она свелась к одному уравнению. Аналогично [2–4] предположим, что взаимодействие окружных напряжений осесимметричной формы движения с изгибом может вызвать сильный рост только таких изгибных деформаций, для которых срединная линия кольца оказывается нерастяжимой. Тогда из условия

равенства нулю окружной деформации $\varepsilon_\varphi = (1/R)(\partial v/\partial\varphi + w) = 0$ получим $\partial v/\partial\varphi = -w$ и $\partial^3 v/\partial\varphi^3 = -\partial^2 w/\partial\varphi^2$. С учетом этого система (2) после несложных преобразований приводится к одному уравнению относительно функции w :

$$\frac{D}{R^3} \left(\frac{\partial^6 w}{\partial\varphi^6} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial\varphi^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} \right) + \frac{N}{E} \left[\frac{E\delta}{G} \frac{\partial^6 w}{\partial\varphi^6} + \left(1 + \frac{E\delta}{G} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial\varphi^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} \right] + Rh\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{E\delta}{G} \frac{\partial^4 w}{\partial\varphi^4} + \left(1 - \frac{E\delta}{G} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} - w \right] = 0, \quad (3)$$

где $D = Eh^3/(12(1-\nu^2))$ — цилиндрическая жесткость; $\delta = h^2/(12R^2(1-\nu^2))$; $m = \rho h$.

В результате мы получили дифференциальное уравнение изгибных колебаний кругового кольца в своей плоскости с учетом деформаций поперечного сдвига без учета инерции вращения поперечного сечения. Члены разрешающего уравнения (3), содержащие множители $E\delta/G$, могут оказывать существенное влияние на результаты решения как статических, так и динамических задач. Для случая, когда сдвиг не учитывается, можно сделать предельный переход, полагая $G \rightarrow \infty$. При этом уравнение (3) переходит в уравнение изгибных колебаний кольца в своей плоскости, совпадающее с уравнениями, приведенными в работах [4, 21].

Ниже проведен анализ уравнения (3) в двух случаях:

— осевое сжимающее усилие порождается внешним мгновенно приложенным гидростатическим давлением, остающимся постоянным по времени деформирования;

— осевое усилие является переменной от времени гармонической функцией, а начальная осесимметричная деформация кольца создается либо мгновенно приложенной в начальный момент времени скоростью, либо мгновенно снятыми ранее наложенными связями.

2. Выпучивание кольца при импульсном нагружении. Исследуем устойчивость изгибных движений кольца под действием мгновенно приложенного внешнего давления p , превышающего критическое значение. Принимая во внимание периодичность функции нормального прогиба $w(\varphi)$ по окружной координате в случае изгибных колебаний и учитывая, что $N = -pR$, решение ищем в виде

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \sin(n\varphi), \quad (4)$$

где $q_n(t)$ — функции времени для амплитуд соответствующих движений. Подставляя выражение (4) в уравнение (3), для функции $q_n(t)$ получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 q_n}{\partial t^2} \left[\frac{E\delta}{G} n^4 + \left(1 + \frac{E\delta}{G} \right) n^2 + 1 \right] + q_n \left\{ \frac{D}{R^4 h \rho} [-n^6 + 2n^4 - n^2] + \frac{p}{Rh\rho} \left[\frac{E\delta}{G} n^6 + \left(1 - \frac{E\delta}{G} \right) n^4 - n^2 \right] \right\} = 0. \quad (5)$$

Для случая статического внешнего давления p величина критического внешнего давления будет следующей:

$$p^* = \frac{D}{R^3} \frac{n^6 - 2n^4 + n^2}{(E\delta/G)n^6 + (1 - (E\delta/G))n^4 - n^2} = \frac{D}{R^3} \frac{n^2 - 1}{1 + (E\delta/G)n^2}.$$

Наименьшая нагрузка Эйлера (при $n = 2$) с учетом поперечного сдвига есть

$$p_e^* = \frac{D}{R^3} \frac{3}{1 + 4E\delta/G}.$$

Это значение наименьшей критической нагрузки совпадает с выражением критической нагрузки для круговой арки с углом раскрытия 180° с учетом влияния действия перерезывающей силы (сдвига), приведенным в работе [22]. Согласно подходу Лаврентьева — Ишлинского, изложенному в работе [1], явление потери устойчивости радиальной осесимметричной формы движения и переход к неосесимметричным изгибным формам движения трактуется ими как смена типа решения дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 q_n}{\partial t^2} + \frac{D}{R^4 h \rho} \frac{n^2(n^2 - 1)(n^2 - \eta^2)}{n^2 + 1} q_n - \frac{f_n}{R h \rho (n^2 + 1)}, \quad \eta^2 = \frac{n R^3}{D} + 1,$$

которое возникает после подстановки выражения (4) в уравнение малых изгибных колебаний кольца, сжатого равномерным внешним давлением p в своей плоскости:

$$R h \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} - w \right) + \frac{D}{R^3} \left(\frac{\partial^6 w}{\partial \varphi^6} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) + p \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) = f(\varphi),$$

где $f(\varphi)$ — функция, определяемая начальными геометрическими неправильностями. В случае положительного значения коэффициента при q_n решение является суммой гармонических функций и описывает колебания системы, а в случае отрицательного решение представляет собой сумму двух экспонент, одна из которых затухает и стремится к нулю, а вторая неограниченно растет. Это означает экспоненциальный рост амплитуд нормальных прогибов q_n и понимается как явление потери устойчивости системы. В нашем случае мы рассматриваем уравнение (5) с нулевой правой частью $f(\varphi) = 0$. Критические нагрузки статической задачи без учета сдвига определяются формулой $p^0 = D/R^3(n^2 - 1)$, $k = 2, 3, 4, \dots, n$; наименьшая из них при $n = 2$ (нагрузка Эйлера) есть $p_e^0 = 3D/R^3$ (решение Мориса Леви).

Таким образом, коэффициенты α без учета сдвига [1] и α^* с учетом сдвига, характеризующие быстроту потери устойчивости по динамической форме с номером n , т. е. коэффициенты при показателях экспонент, определяются следующими формулами:

$$\alpha = \sqrt{\frac{D}{R^4 h \rho} \frac{n^2(n^2 - 1)}{n^2 + 1} \left(3 \frac{p}{p_e} + 1 - n^2 \right)},$$

$$\alpha^* = \sqrt{\frac{D}{R^4 h \rho} \frac{n^2(n^2 - 1)}{(E\delta/G)n^4 + (1 + E\delta/G)n^2 + 1}} \times$$

$$\times \sqrt{\left[\frac{3}{1 + 4E\delta/G} \frac{p}{p_e} + 1 - n^2 \left(1 - \frac{E\delta}{G} \frac{3}{1 + 4E\delta/G} \frac{p}{p_e} \right) \right]}.$$

Сравнивая выражения для коэффициента α без учета и с учетом сдвига, можно видеть, что в последнем случае его величина зависит не только от жесткостных и геометрических характеристик, но и от величины отношения $E\delta/G$. От нее также зависит величина отношения критической нагрузки p^* к соответствующей (с учетом сдвига) нагрузке Эйлера p_e^* при динамических нагрузках, равных последовательным значениям критических нагрузок статической задачи. При этом наибольшие значения коэффициента α будут у гармоники с номером $n = n^*$, определяемым как ближайшее целое число к значению n как к параметру, при котором функция $\alpha(n)$ достигает максимального значения, а номер n^* является номером (в нашем случае числом изгибных волн по окружности кольца) наиболее быстро возрастающей формы потери устойчивости. В табл. 1 приведены результаты расчетов величин отношений критической нагрузки p^* к нагрузке Эйлера p_e^* и n^* при динамических нагрузках, равных последовательным возрастающим значениям n критических нагрузок статической задачи (т. е. нагрузок, при которых в статике образовывалось бы n волн по

Таблица 1

n	p^0/p_e^0 (I)	p^*/p_e^* (II)	p^*/p_e^* (III)	p^*/p_e^* (IV)	n^*
3	2,7	2,5	2,4	2,6	2
4	5,0	4,5	4,1	4,9	3
5	8,0	6,7	5,9	7,7	4
6	11,7	9,1	7,5	11,1	4
7	16,0	11,5	9,1	15,1	5
8	21,0	13,7	10,4	19,3	6
9	26,7	15,8	11,5	24,0	6
10	33,0	17,8	12,5	29,0	7
11	40,0	19,6	13,3	34,1	8
12	47,7	21,3	14,1	39,6	9
13	56,0	22,8	14,7	45,2	9
14	65,0	24,0	15,1	50,8	10
15	74,7	25,3	15,7	56,5	11

Примечание. I — без учета сдвига; II — $E/G = 10$, $R/h = 10$; III — $E/G = 20$, $R/h = 10$; IV — $E/G = 10$, $R/h = 25$.

Таблица 2

n^*	ε_{pe} , %
2	0,73
3	1,37
4	2,19
5	3,12
6	4,37
7	5,60
8	—
9	—

Примечание. $R/h = 10$.

окружности кольца) для различных величин соотношения E/G (от 10 до 20), которые соответствуют реальным значениям прочностных характеристик высокопрочных однонаправленных композитов [23].

Из анализа результатов, приведенных в табл. 1, следует, что учет деформаций поперечного сдвига при изгибных движениях композитных колец в динамике приводит к существенному снижению отношения критической сжимающей нагрузки к статической нагрузке Эйлера для высших форм потери устойчивости. Характерно, что при этом число волн, образующихся при потере устойчивости по высшим формам (величина n^*), не изменяется и совпадает с величинами, приведенными в работе [1], вычисленными без учета влияния сдвига, а снижается лишь величина критической нагрузки (величина перегрузки по сравнению со статической нагрузкой), при которой происходит динамическая потеря устойчивости по данной форме. Для тонкостенного кольца, нагруженного внутренним или внешним гидростатическим давлением, справедливы следующие зависимости:

$$\sigma = p \frac{R}{h}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad p^* = \frac{D}{R^3} \frac{n^2 - 1}{1 + (E\delta/G)n^2} \rightarrow \varepsilon = \frac{h^2(n^2 - 1)}{12R^2(1 - \nu^2)[1 + (E\delta/G)n^2]}.$$

Таким образом, для накопления при растяжении упругой энергии, достаточной для разрушения при сжатии, кольцо должно достигнуть при растяжении значения упругой деформации, определяемого указанным выше выражением. В табл. 2 приведены значения окружных деформаций, соответствующие величине приложенного внешнего распределенного давления, при котором при статических условиях нагружения кольцо потеряло бы устойчивость по более высоким формам с образованием числа изгибных волн по окружности более двух (без учета сдвига). Отсюда следует, что кольцо с данными геометрическими параметрами, изготовленное из металла или композиционного материала с предельными упругими деформациями менее 1%, не может разрушиться по такому механизму, так как до этого момента разрушится от растяжения. В то же время образование более чем семи изгибных волн по окружности даже для кольца из однонаправленного стеклопластика нереально из-за превышения предельной разрушающей деформации стекловолокна.

3. Параметрические колебания кольца. Для невозмущенной осесимметричной формы колебаний кольца дифференциальное уравнение движения получается из системы (2), в которой остается единственное перемещение — нормальный прогиб w , не зависящий от угла φ .

Исследуем устойчивость изгибных движений кольца под действием изменяющегося во времени по периодическому закону осевого усилия N :

$$Rh\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{E\delta}{G} \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \left(1 - \frac{E\delta}{G} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} - w \right] + \frac{D}{R^3} \left(\frac{\partial^6 w}{\partial \varphi^6} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{Eh\varepsilon_{\varphi 0} \cos \tau}{R(1-\nu^2)} \left[\frac{E\delta}{G} \frac{\partial^6 w}{\partial \varphi^6} + \left(1 + \frac{E\delta}{G} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right] = 0. \quad (6)$$

Разделим все члены уравнения (6) на $Rh\rho$, введем безразмерное время $\tau = tc/R$, где $c^2 = E/[\rho(1-\nu^2)]$, и сократим общий множитель. Как и в п. 3, решение ищем в виде (4)

$$\frac{\partial^2 q_n}{\partial \tau^2} \left[1 + \left(1 - \frac{E\delta}{G} \right) n^2 - \frac{E\delta}{G} n^4 \right] + \left[\alpha(n^6 - 2n^4 + n^2) - \varepsilon_{\varphi 0} \cos \tau \left(\left(1 + \frac{E\delta}{G} \right) n^4 - \frac{E\delta}{G} n^6 - n^2 \right) \right] q_n = 0.$$

В этом случае для функций $q_n(\tau)$ получаем дифференциальное уравнение Матье с действительными коэффициентами [24], которое имеет следующий вид:

$$\ddot{q}_n + (\lambda_n - \mu_n \cos \tau) q_n = 0,$$

где в нашем случае

$$\lambda_n = \alpha \frac{n^6 - 2n^4 + n^2}{1 + (1 - E\delta/G)n^2 - (E\delta/G)n^4}, \quad \mu_n = \varepsilon_{\varphi 0} \frac{(1 + E\delta/G)n^4 - (E\delta/G)n^6 - n^2}{1 + (1 - E\delta/G)n^2 - (E\delta/G)n^4}. \quad (7)$$

Из решения уравнения Матье следует, что амплитуды $q_n(\tau)$ могут неограниченно возрастать, если точка с координатами (λ_n, μ_n) находится в области неустойчивости диаграммы Матье [24], общий вид которой представлен на рис. 1,а, где заштрихованные области являются областями устойчивости. На рис. 1,б сплошными линиями приведена диаграмма Матье в области для малых значений (λ_n, μ_n) . Для того чтобы определить форму с номером n , которая попадает в область неустойчивости, на диаграмму Матье необходимо

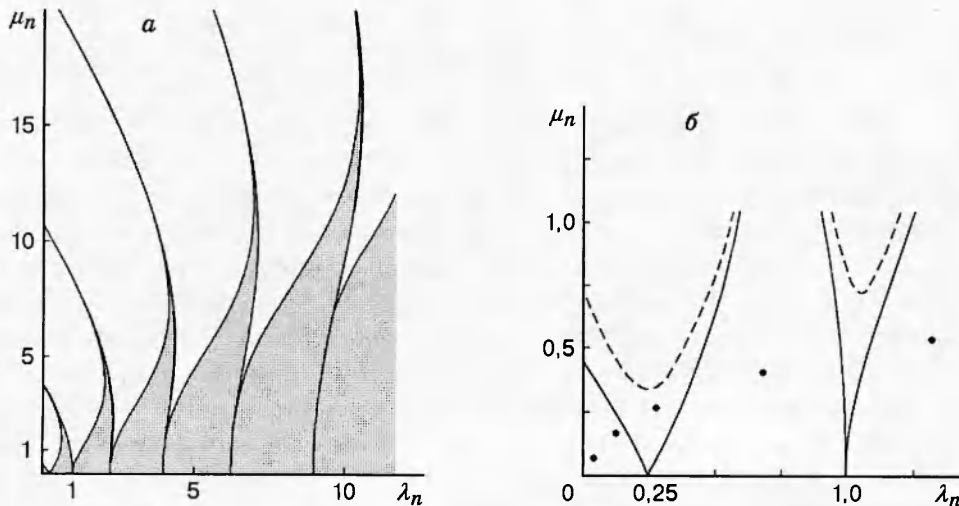


Рис. 1

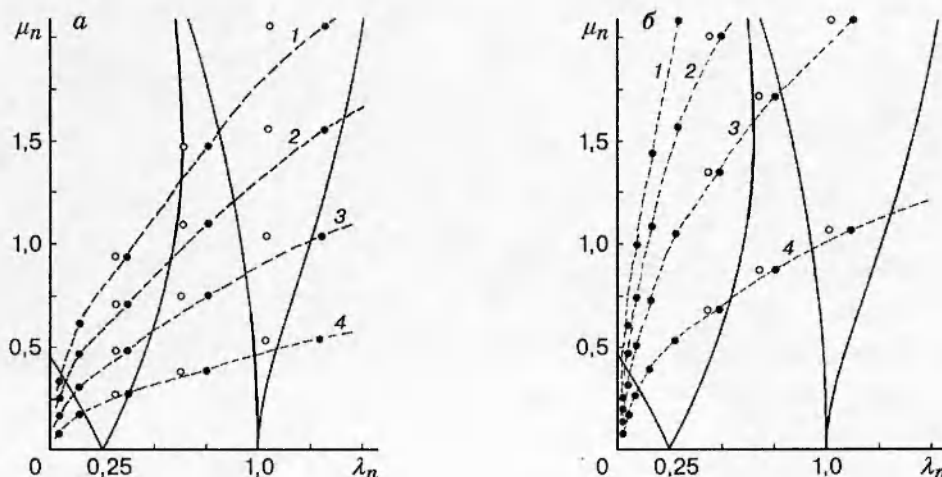


Рис. 2

нанести точки, координаты которых вычисляются по формулам (7) при целых значениях n ($n = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$). При этом

$$\mu_n = \varepsilon_{\varphi 0} \frac{(1 + E\delta/G)n^4 - (E\delta/G)n^6 - n^2}{1 + (1 - E\delta/G)n^2 - (E\delta/G)n^4} = \varepsilon_{\varphi 0} \frac{n^4 - n^2}{n^2 + 1}.$$

Таким образом, величина μ_n зависит не от величины отношения $E\delta/G$, а только от величины начальной заданной упругой деформации (или мгновенно приложенной начальной скорости).

Для реальных высокопрочных однонаправленных композитов (в том числе и стеклопластиков) отношение упругих постоянных E/G может быть достаточно велико: 10–20 и более [23], поэтому в каждом конкретном случае возможно попадание системы как в область динамической неустойчивости, так и в область динамической устойчивости. На рис. 2 показаны расчетные точки, соответствующие номерам $n = 3, 4, \dots, 10$ для различных геометрических и жесткостных соотношений упругого кольца при $R/h = 10$ (рис. 2, а) и $R/h = 25$ (рис. 2, б). Темные точки соответствуют $E/G = 10$, светлые — $E/G = 20$. Уровень начальной деформации ограничивался величиной 0,04, штриховые кривые 1–4 соответствуют величинам начальных деформаций растяжения $\varepsilon_{\varphi 0} = 4, 3, 2, 1\%$. Формы колебаний с n более 10 не рассматривались, так как при увеличении параметра λ_n зоны динамической устойчивости на диаграмме Матье сливаются (см. рис. 1, а) и вероятность попадания системы между ними в очень узкие зоны динамической неустойчивости чрезвычайно мала. Видно, что отдельные формы изгибных колебаний при некотором уровне начальных деформаций, который определяет величину μ_n , попадают в область динамической неустойчивости. Хотя проследить в динамике такой процесс довольно трудно, можно ожидать, что разрушение произойдет именно по этой форме. Следует отметить, что с уменьшением толщины кольца влияние соотношения жесткостей E/G становится пренебрежимо мало (рис. 2, б) и для тонких колец и оболочек с отношением $R/h > 100$ его можно вообще не учитывать. При малых (для композитов) величинах начальной деформации (порядка 0,001–0,005) развития явления динамической неустойчивости не происходит даже в случае многих десятков периодов колебаний, так как при этом величина μ_n мала и кривая, на которой лежат точки с номерами форм, располагается близко к оси абсцисс. В этом случае из-за неизбежного наличия в системе внутреннего демпфирования реальная диаграмма устойчивости Матье проходит несколько выше, не касаясь горизонтальной оси [14] (штриховые кривые на рис. 1, б), и ни одна из форм движения не может попасть в

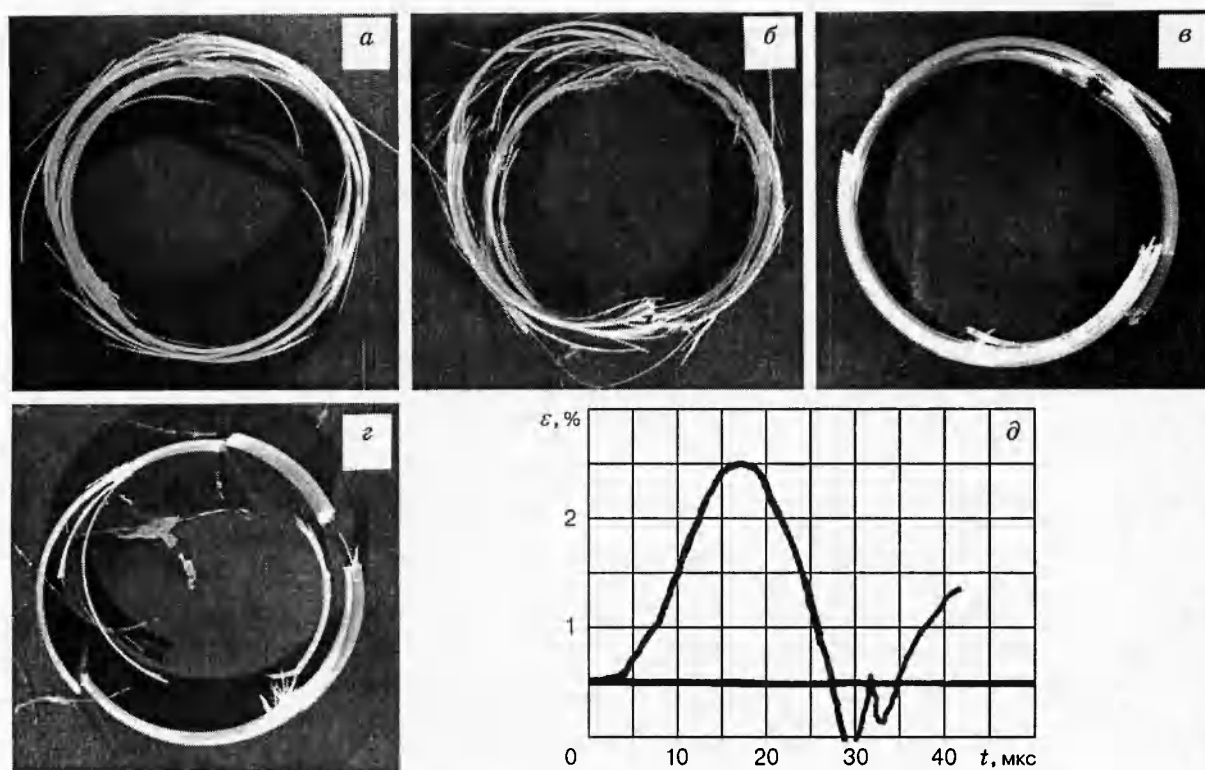


Рис. 3

область неустойчивости. Экспериментально это подтверждено для некоторых типов композитов и металлов в работах [25, 26].

В том случае, если в область неустойчивости попадает более одной формы изгибных колебаний при заданных геометрических и жесткостных параметрах, предсказать, какая из них будет преобладать, на основе данного анализа невозможно. Необходимо применение численных методов решения системы уравнений движения упругого кольца или оболочки, аналогичных рассмотренным в работах [27, 28].

4. Сравнение с экспериментальными результатами. Внутреннее импульсное нагружение стеклопластиковых колец (армирующие волокна — стекловолокно ВМ, эпоксидная матрица ЭДТ-10) с толщиной стенки от 1 до 5 мм осуществлялось по схеме, показанной на рис. 1 из работы [26], однако в этом случае цилиндрический заряд взрывчатого вещества представлял собой литой стержень диаметром от 8 до 12 мм из сплава тротила с гексогеном в соотношении 50/50. На рис. 3, а–с представлен внешний вид кольцевых стеклопластиковых образцов, разрушение которых произошло от изгиба при сжатии при начальном внутреннем импульсном нагружении, и типичная осциллограмма деформирования и разрушения трубчатого образца из этого же материала (рис. 3, д). Разрушение кольцевых и трубчатых образцов происходило в фазе сжатия по достижении первого максимума растягивающей окружной деформации. Тот факт, что образцы не разрушались от растяжения, устанавливался по осциллограммам деформирования, из которых следовало, что предельные разрушающие деформации материала при растяжении не достигались. При внешнем осмотре образцов после нагружения обнаружено: 1) разрушение начиналось с внутренней стороны кольца или оболочки; 2) внешние волокна материала в тех же местах не разорваны. В зависимости от толщины стенки кольцевого образца или оболочки и величины приложенного импульса (диаметра заряда взрывчатого вещества) наблюдалось

различное (от трех до шести) число трещин, периодически расположенных по периметру стенки образца. Так, на рис. 3,а,б показаны образцы с тремя трещинами, на рис. 3,в — с четырьмя, на рис. 3,г — с пятью трещинами по окружности. Примечательно, что подобный механизм разрушения наблюдался только для стеклопластиковых колец и оболочек [7–10] и не наблюдался для органопластика, обладающего меньшей предельной упругой разрушающей деформацией и существенно более высокой демпфирующей способностью [23].

5. Выводы. Получено и исследовано дифференциальное уравнение изгибных движений упругого кольца с учетом действия перерезывающей силы, т. е. с учетом деформаций поперечного сдвига. Это уравнение описывает поведение упругого кольца из высокопрочного композита с высоким отношением продольного модуля упругости к модулю поперечного сдвига, которое обусловлено низкой общей сдвиговой жесткостью пакета армирующих волокон композита в плоскости кольца из-за низкой жесткости на сдвиг эпоксидного связующего.

Анализ решения уравнения изгибных движений упругого кольца показал, что учет деформаций поперечного сдвига при изгибных движениях композитных колец в динамике приводит к существенному снижению отношения критической сжимающей нагрузки к статической нагрузке потери устойчивости для высших изгибных форм.

На основе анализа параметрических изгибных колебаний кольца с учетом сдвига показана также возможность потери устойчивости радиальной осесимметричной формы движения и нарастания амплитуд неосесимметричных изгибных форм. Установлено, что величина отношения упругих постоянных композита влияет на возможность попадания системы в область динамической неустойчивости.

Авторы выражают благодарность В. М. Ермоленко за ряд ценных замечаний и предложений, а также за плодотворное обсуждение при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А., Ишлинский А. Ю. Динамические формы потери устойчивости упругих систем // Докл. АН СССР. 1949. Т. 64, вып. 6. С. 779–782.
2. Goodier J. N., McIvor I. K. The elastic cylindrical shell under nearly uniform radial impulse // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1964. V. 31, N 2. P. 259–266.
3. Lindberg H. E. Buckling of a very thin cylindrical shell due to an impulsive pressure // Ibid. P. 267–272.
4. Болотин В. В., Макаров Б. П., Мишенков Г. В. и др. Некоторые задачи динамической устойчивости упругих колец при внезапном нагружении // Изв. вузов. Машиностроение. 1965. № 6. С. 76–82.
5. Минеев В. Е. Исследование устойчивости замкнутых цилиндрических оболочек при динамическом воздействии всестороннего сжатия // Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1970. Вып. 6/7. С. 596–623.
6. Линдберг Г. Повышение напряжений в кольце при динамической потере устойчивости // Нестационарные процессы в твердых телах. М.: Мир, 1976. С. 25–50.
7. Цыпкин В. И., Русак В. Н., Шитов А. Т., Иванов А. Г. Деформация и разрушение цилиндрических оболочек из стеклоэпоксида при внутреннем импульсном нагружении // Механика композит. материалов. 1981. № 2. С. 249–255.
8. Федоренко А. Г., Цыпкин В. И., Иванов А. Г. и др. Особенности динамического деформирования и разрушения цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Механика композит. материалов. 1983. № 1. С. 90–94.

9. Асеев А. В., Макаров Г. Е., Степаненко С. В. Экспериментальное исследование динамического поведения трубчатых образцов из волокнистых композиционных материалов на пределе несущей способности // ПМТФ. 1992. № 3. С. 140–147.
10. Makarov G. E., Stepanenko S. V., Aseyev A. V. Peculiarities of dynamical deformation and fracture of fibre-reinforced composite cylinders // Dynamic Material J. 1995. V. 2, N 1. P. 39–45.
11. Асеев А. В., Горшков Н. Н., Демешкин А. Г. и др. Экспериментальное исследование деформативности стекло- и органопластика в зависимости от скорости деформирования // Механика композит. материалов. 1992. № 2. С. 177–195.
12. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974.
13. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. М.: Гостехтеоретиздат, 1949.
14. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гостехтеоретиздат, 1956.
15. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988.
16. Тимошенко С. П. К учету сдвига в дифференциальном уравнении поперечных колебаний призматических стержней // Статические и динамические проблемы теории упругости. Киев: Наук. думка, 1975.
17. Sanders J. L. Nonlinear theories for thin shells // Quart. Appl. Math. 1963. V. 21, N 1. P. 21–36.
18. Перцев А. К., Платонов Э. Г. Динамика пластин и оболочек (нестационарные задачи). Л.: Судостроение, 1987.
19. Рикардс Р. Б., Тетерс Г. А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. Рига: Зинатне, 1974.
20. Богданович А. Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. Рига: Зинатне, 1987.
21. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний. М.: Высш. шк., 1972.
22. Динник А. Н. Устойчивость арок. М.: Гостехтеоретиздат, 1946.
23. Композиционные материалы: Справ. / В. В. Васильев, В. Д. Протасов, В. В. Болотин и др. М.: Машиностроение, 1990.
24. Мак-Лахлан Н. В. Теория и приложения функций Матъе. М.: Изд-во иностр. лит., 1953.
25. Makarov G. E. Experimental investigation of the vibrations of composite ring specimens under internal impulse loading // Proc. of the 10th Intern. conf. composite materials. Whistler (Canada), 1995. V. 5. P. 203–207.
26. Макаров Г. Е. Экспериментальное исследование колебаний кольцевых образцов при внутреннем взрывном нагружении // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 125–129.
27. Гордиенко Б. А., Гордиенко Е. П. Реакция упругого кольца на динамическую нагрузку // Тр. XVI Междунар. конф. по теории оболочек и пластин. Н. Новгород, 1994. Т. 1. С. 66–71.
28. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Елесин А. В. Численный анализ динамического деформирования и потери устойчивости композитных оболочек вращения при импульсном нагружении // Механика композит. материалов. 1995. № 1. С. 65–71.

*Поступила в редакцию 20/XI 1997 г.,
в окончательном варианте — 10/II 1998 г.*