

УДК 622.276.031

РЕЛАКСАЦИЯ ДАВЛЕНИЯ В ПОЛОСТИ, ОКРУЖЕННОЙ ПОРИСТОЙ И ПРОНИЦАЕМОЙ ПОРОДОЙ, ПРИ ЕЕ ОПРЕССОВКЕ ВВЕДЕНИЕМ ГАЗА

В. Ш. Шагапов, И. Г. Хусаинов*, Р. М. Хафизов*

Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450000 Уфа

* Стерлитамакский государственный педагогический институт, 453103 Стерлитамак

E-mails: tsur1@mail.ru, tsur1@rambler.ru, tsur1@yandex.ru

Рассмотрена задача об опрессовке полости, окруженной пористой и проницаемой породой, введением некоторого количества газа. Получено интегральное уравнение, описывающее релаксацию давления в полости, численные и аналитические решения которого описывают зависимость времени релаксации давления в полости от коллекторских характеристик окружающей пористой породы, а также от начального газосодержания и от начального перепада давления в полости.

Ключевые слова: релаксация давления, опрессовка полости, пористая среда, фильтрация жидкости, упругость.

Введение. Опрессовка является одним из общепринятых способов определения герметичности гидравлических систем. При этом в качестве главной критической меры герметичности систем обычно принимается выполнение некоторых допустимых норм (в зависимости от конкретных технологических условий) для темпов снижения давления в системе, определяемых интенсивностью утечек флюидов [1, 2]. Представляется, что этот способ может быть использован также для более тонкого анализа состояния прискважинных зон при гидродинамических испытаниях скважин. Темп релаксации давления в скважинах, окруженных пористыми породами, после их опрессовки зависит от коллекторских характеристик окружающей пористой породы. Отсюда по времени релаксации давления можно судить, например, об эффективном коэффициенте проницаемости породы вокруг скважины. Кроме того, добавляя газовую фазу при опрессовке и увеличивая тем самым упругость среды в скважине, можно добиваться, чтобы характерное время релаксации находилось в пределах, удобных с точки зрения технической реализации этого способа на практике.

1. Основные уравнения. Пусть в исходном состоянии ($t < 0$) давление жидкости во всем пористом пласте вокруг полости постоянно и равно p'_0 , а сама полость (трещина, цилиндрическая или сферическая области) заполнена жидкостью. В момент времени $t = 0$ давление в полости мгновенно увеличивается до значения p_0 , например, введением некоторого количества газа. Далее за счет фильтрации жидкости в окружающее пористое пространство давление в полости будет снижаться до значения p'_0 .

При описании этих процессов примем следующие допущения: внутри полости давление однородно, фазовые переходы и фильтрация газа через боковые поверхности полости

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-01-97919).

отсутствуют, т. е. масса газа внутри полости остается постоянной в течение всего процесса. Это предполагает, что при практическом использовании рассматриваемого метода газовая фаза должна находиться в специальном контейнере, исключающем ее попадание в окружающую полость пористую среду (введенный объем газа должен работать лишь как пружина, вытесняя из полости жидкость). Для плоской одномерной задачи считается, что стенки полости (трещины) плоскопараллельны и расстояние между ними много меньше линейных размеров стенок. Фильтрация жидкости происходит только через переднюю стенку, а остальные части поверхности полости непроницаемы. В случае радиальной задачи будем полагать, что длина цилиндрической полости значительно больше ее радиуса и торцы полости непроницаемы.

В рамках вышеизложенных допущений запишем уравнения сохранения массы жидкости внутри полости, а также уравнение пьезопроводности и закон Дарси для фильтрации жидкости [3] в виде

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{n+1}{a} \rho_l u \Big|_{r=a}; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = \varkappa \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial p'}{\partial r} \right), \quad u' = -\frac{k}{\mu_l} \frac{\partial p'}{\partial r}, \quad a < r < \infty. \quad (1.2)$$

Здесь a — радиус полости; μ_l , $\rho = \rho_l(1 - \alpha_g)$ — вязкость и плотность жидкости; α_g — объемная доля газа в полости; $\varkappa = k\rho_{l0}C_l^2/(m\mu_l)$ — коэффициент пьезопроводности; m , k — коэффициенты пористости и проницаемости; C_l — скорость звука в жидкости; p' , u' — давление и скорость фильтрации вокруг полости; u — скорость фильтрации жидкости через стенки полости; индексы $n = 0, 1, 2$ соответствуют плоской одномерной, радиальной и сферической задачам. Сжимаемость жидкости, находящейся в полости и в пористой среде, будем учитывать в акустическом приближении, а для поведения газа примем политропический закон, тогда

$$p = p_0 + C_l^2(\rho_l - \rho_{l0}), \quad \alpha_g = \alpha_{g0}(p_0/p)^{1/\gamma}, \quad (1.3)$$

где γ — показатель политропы; p_0 — начальное давление в полости. Здесь и далее нижний индекс 0 соответствует начальному значению величины.

Начальное и граничное условия для уравнения (1.2) запишем в виде

$$p' = p'_0 \quad (t = 0, \quad r > a), \quad p' = p(t), \quad u' = u \quad (t > 0, \quad r = a). \quad (1.4)$$

В процессе опрессовки и в последующий период релаксации давления плотность жидкости меняется незначительно ($\rho_l - \rho_{l0} \ll \rho_l$), поэтому в правой части уравнения (1.1) этим изменением будем пренебрегать, полагая $\rho_l = \rho_{l0}$. Далее, интегрируя уравнение (1.1) по времени от 0 до t , имеем

$$\rho_l(1 - \alpha_g) - \rho_{l0}(1 - \alpha_{g0}) = -\frac{n+1}{a} \rho_{l0} \int_0^t u \Big|_{r=a} dt. \quad (1.5)$$

Подставляя в уравнение (1.5) величины ρ_l и α_g из (1.3), получим зависимость давления в полости от интенсивности фильтрации жидкости через ее стенки:

$$\alpha_{g0} \left(\left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} - 1 \right) - \frac{p - p_0}{\rho_{l0} C_l^2} \left(1 - \alpha_{g0} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} \right) = -\frac{n+1}{a} \frac{k}{\mu_l} \int_0^t \frac{\partial p'}{\partial r} \Big|_{r=a} dt. \quad (1.6)$$

В случае слабой опрессовки ($\Delta p_0 = p_0 - p'_0 \ll p_0$), выполняя линеаризацию, уравнение (1.6) можно привести к виду

$$\Delta P - 1 = \frac{(n+1)k\gamma p'_0}{\mu l a (\alpha_{g0} + \gamma\sigma(1 - \alpha_{g0}))} \int_0^t \frac{\partial \Delta P'}{\partial r} \Big|_{r=a} dt$$

$$\left(\Delta P = \frac{\Delta p}{\Delta p_0}, \quad \Delta P' = \frac{\Delta p'}{\Delta p_0}, \quad \Delta p = p - p'_0, \quad \Delta p_0 = p_0 - p'_0, \quad \Delta p' = p' - p'_0, \quad \sigma = \frac{p'_0}{\rho_{l0} C_l^2} \right).$$

2. Плоская одномерная задача ($n = 0, r = x$). С использованием принципа Дюгамеля [4–7] для уравнения (1.2) с переменным граничным условием (1.4) может быть получено следующее решение для распределения давления в пористом пласте вокруг полости:

$$p' - p'_0 = \int_0^t \frac{\partial U(x, t - t')}{\partial t} (p(t') - p'_0) dt', \quad (2.1)$$

$$U(x, t) = \Phi\left(\frac{x - a}{2\sqrt{\varkappa t}}\right), \quad \Phi(\xi) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi \exp(-\lambda^2) d\lambda \quad (x > a, t > 0).$$

Здесь функция $U(x, t)$ является решением уравнения пьезопроводности (1.2) с постоянным граничным и нулевым начальным условиями.

Используя решение (2.1) и закон Дарси, из уравнения (1.6) после несложных преобразований получим следующее интегральное уравнение, описывающее релаксацию давления в полости:

$$\alpha_{g0} \left(\left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} - 1 \right) - \frac{p - p_0}{\rho_{l0} C_l^2} \left(1 - \alpha_{g0} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} \right) = \frac{k}{a\mu l \sqrt{\pi \varkappa}} \int_0^t \frac{p(t') - p'_0}{\sqrt{t - t'}} dt'. \quad (2.2)$$

В случае слабой опрессовки отсюда следует

$$1 - \Delta P = \int_0^t \frac{\Delta P(t')}{\sqrt{\pi(t - t')\tilde{t}}} dt', \quad \tilde{t} = \beta^2 t_a, \quad t_a = \frac{a^2}{\varkappa}, \quad \beta = \frac{\alpha_{g0} + \gamma\sigma(1 - \alpha_{g0})}{\gamma m \sigma}. \quad (2.3)$$

Здесь t_a — характерное время, за которое возмущение давления в окрестности полости распространяется по пористой среде на расстояние порядка полуширины полости a (радиуса в радиальном и сферическом случаях).

Уравнение (2.3) имеет аналитическое решение. Действительно, применяя преобразование Лапласа, нетрудно получить изображение

$$\Delta \hat{P} = \frac{1}{q + \sqrt{q/\tilde{t}}}, \quad \Delta \hat{P} = \int_0^\infty \exp(-qt) \Delta P(t) dt.$$

Данное изображение является табличным [8], и для решения интегрального уравнения (2.3) можно записать

$$\Delta P = \exp(\tau) \Phi(\sqrt{\tau}) \quad (\tau = t/\tilde{t}). \quad (2.4)$$

Это решение совпадает с решением задачи об остывании идеального проводника тепла в другой среде [9].

Можно получить более простые зависимости для динамики релаксации давления в начальной ($\tau \ll 1$) и конечной ($\tau \gg 1$) стадиях:

$$\Delta P = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\tau} + \tau + O(\tau), \quad \Delta P = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \left(1 - \frac{1}{\tau} + O\left(\frac{1}{\tau}\right) \right). \quad (2.5)$$

Численный анализ показывает, что первая формула в (2.5) неплохо описывает релаксацию давления в полости в начальный период вплоть до $\tau \approx 10^{-1}$, а вторая — при $\tau \geq 10$. Используя вторую формулу из (2.5), можно получить достаточно простую оценку для времени полной релаксации давления в полости t_r . Согласно полученным решениям релаксация давления, вообще говоря, происходит за бесконечный промежуток времени ($t_r \rightarrow \infty$). Поэтому здесь и в дальнейшем за характерный период полной релаксации давления примем время, за которое значение безразмерного перепада давления ΔP в полости уменьшается до $\Delta P = 10^{-2}$. Тогда на основе (2.5) имеем следующее значение безразмерного времени релаксации: $\tau_r \approx 3200$. По этому значению τ_r легко получить зависимость размерного времени релаксации t_r от параметров системы:

$$t_r = \tau_r \beta^2 t_a = \tau_r \frac{m \mu_l a^2}{k \rho_{l0} C_l^2} \left[\frac{\alpha_{g0} + \gamma \sigma (1 - \alpha_{g0})}{\gamma m \sigma} \right]^2. \quad (2.6)$$

Отметим, что согласно (2.6) во всех случаях время релаксации находится в обратно пропорциональной зависимости от коэффициента проницаемости.

Приведем некоторые численные оценки для случая, когда в полости находится система вода — воздух ($\rho_{l0} = 10^3$ кг/м³, $C_l = 1,5 \cdot 10^3$ м/с, $\gamma \approx 1 \div 1,4$) при $p'_0 = 1$ МПа. Безразмерный параметр $\sigma \approx 0,4 \cdot 10^{-3}$. Следовательно, при введении незначительного объема газа (в данном случае при $\alpha_{g0} \geq 10^{-3}$) упругость полости полностью определяется упругостью газовой фазы. При низких объемных содержаниях газа, удовлетворяющих условию $\alpha_{g0} \ll \sigma$, наличие газа никакого влияния на процесс релаксации давления в полости не оказывает. В этом случае из (2.6) имеем

$$t_r = \tau_r \mu_l a^2 / (m k \rho_{l0} C_l^2).$$

Для случая сильной опрессовки ($\Delta p_0 \geq p'_0$) были проведены расчеты на основе интегрального уравнения (2.2). Алгоритм расчета тестировался по аналитическому решению (2.4). На рис. 1 сплошными линиями представлены результаты численных расчетов, иллюстрирующие процесс релаксации давления при различных начальных давлениях в полости. Значения параметров полости, пористой среды, жидкости и газа следующие: $a = 10^{-2}$ м, $m = 0,1$, $k = 10^{-12}$ м², $p'_0 = 1$ МПа, $\rho_{l0} = 10^3$ кг/м³, $C_l = 1,5 \cdot 10^3$ м/с, $\mu_l = 0,001$ Па·с, $\gamma = 1,4$. Если специально не оговорено, то и в последующих численных примерах для параметров системы полость — пористая среда будут использованы эти же значения. Для начального объемного содержания газа во всех вариантах принято значение $\alpha_{g0} = 10^{-1}$. Штриховые линии на рис. 1 соответствуют аналитическому решению (2.4). Видно, что в случае слабой опрессовки ($\Delta p_0 = 1$ МПа, линии 1) аналитическое решение (2.4) хорошо согласуется с численным решением (2.2). Однако с ростом Δp_0 рассогласование между этими решениями увеличивается. В частности, при $\Delta p_0 = 9$ МПа, как это следует из поведения линий 3, на завершающем этапе релаксации решение линейризованного уравнения значительно завышает время релаксации. Здесь отметим, что в случае опрессовки без введения газа ($\alpha_{g0} = 0$) процесс релаксации при всех начальных перепадах давления Δp_0 описывается аналитическим решением (2.4). Таким образом, опрессовка с введением газа приводит к существенному увеличению времени релаксации за счет как непосредственного роста упругости полости при введении газа, так и нелинейной зависимости средней плотности газожидкостной системы, находящейся в полости, от давления.

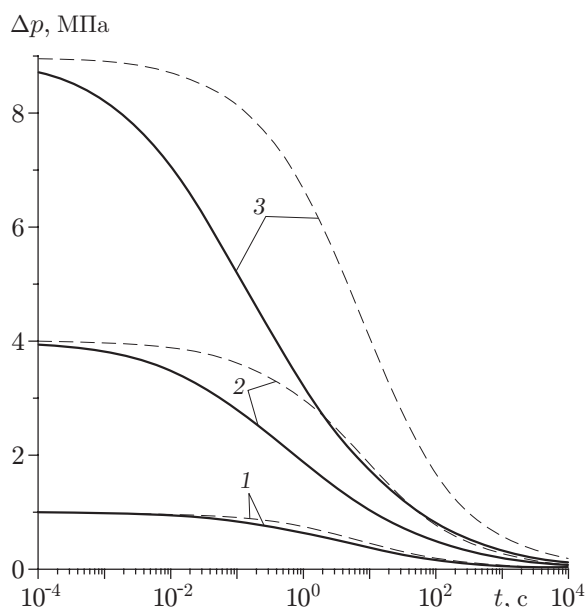


Рис. 1

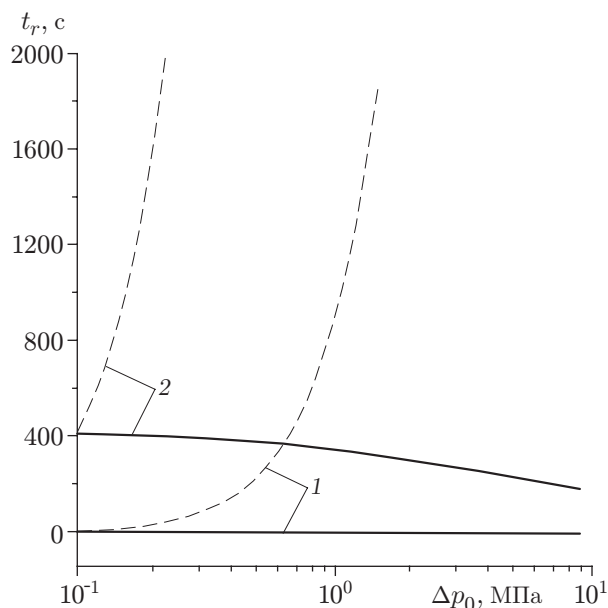


Рис. 2

Рис. 1. Эволюция давления в полости с плоскопараллельными стенками: сплошные линии — численное решение (2.2); штриховые — аналитическое решение (2.4); $p_0 = 2$ (1), 5 (2) и 10 МПа (3)

Рис. 2. Зависимости времени релаксации от начального перепада давления для полости с плоскопараллельными стенками при $\alpha_{g0} = 10^{-3}$ (линии 1) и 10^{-2} (2)

На рис. 2 представлены зависимости времени релаксации от начального перепада давления Δp_0 ($\Delta p_0 = p_0 - p'_0$) при различных начальных объемных содержаниях газа. Видно, что чем больше α_{g0} , тем зависимость времени релаксации t_r от перепада давления Δp_0 имеет более выраженный характер. Здесь и в дальнейшем при построении сплошных линий время релаксации t_r соответствует периоду, за который величина ΔP снижается до значения 10^{-2} , для штриховых линий принят “физический критерий”, согласно которому независимо от начального перепада давления Δp_0 за время релаксации принимается период, за который перепад Δp снижается до значения $\Delta p_* = 1$ кПа. Таким образом, как следует из рис. 2, по этим двум критериям меняется не только количественный, но и качественный характер поведения зависимости времени релаксации от начального перепада давления. Если для первого критерия эта зависимость монотонно убывающая, то для второго критерия она возрастающая. Такое различие поведения связано с проявлением нелинейного характера процесса релаксации с ростом начального перепада давления Δp_0 .

3. Радиальная задача ($n = 1$). Для радиальной задачи решение уравнения (1.2) при условиях (1.4) можно записать также аналогично выражениям (2.1). При этом функция U имеет вид

$$U(r, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\exp(\lambda t) K_0(\sqrt{\lambda/\kappa} r)}{K_0(\sqrt{\lambda/\kappa} a)} \frac{d\lambda}{\lambda}, \tag{3.1}$$

где $K_0(w)$ — функция Макдональда нулевого порядка. Как известно [9], функцию (3.1), в

свою очередь, можно привести к виду

$$U(r, t) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{z^2 t}{t_a}\right) \frac{J_0(zr/a)Y_0(z) - J_0(z)Y_0(zr/a)}{J_0^2(z) + Y_0^2(z)} \frac{dz}{z},$$

где $J_0(v)$ и $Y_0(v)$ — функции Бесселя и Неймана нулевого порядка. Тогда уравнение, описывающее эволюцию давления в цилиндрической полости, будет иметь следующий вид:

$$\alpha_{g0} \left(\left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} - 1 \right) - \frac{p - p_0}{\rho_{l0} C_l^2} \left(1 - \alpha_{g0} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} \right) = \frac{k}{a^2 \mu_l} \int_0^t \varphi\left(\frac{t-t'}{t_a}\right) (p(t') - p'_0) dt',$$

$$\varphi(S) = \frac{8}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-Sz^2)}{J_0^2(z) + Y_0^2(z)} \frac{dz}{z}. \quad (3.2)$$

В случае слабой опрессовки ($\Delta p_0 = p_0 - p'_0 \ll p_0$) из уравнения (3.2) имеем

$$1 - \Delta P = \frac{1}{\beta t_a} \int_0^t \varphi\left(\frac{t-t'}{t_a}\right) \Delta P(t') dt'. \quad (3.3)$$

Применяя преобразование Лапласа к уравнению (3.3), получим

$$\Delta P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\phi \sin \xi t - \psi \cos \xi t}{\xi(\phi^2 + \psi^2)} d\xi,$$

где

$$\phi = 1 + \frac{8}{\pi^2 \beta} \int_0^{\infty} \frac{v dv}{(\xi^2 t_a^2 + v^4)(J_0^2(v) + Y_0^2(v))}, \quad \psi = \frac{8 \xi t_a}{\pi^2 \beta} \int_0^{\infty} \frac{dv}{v(\xi^2 t_a^2 + v^4)(J_0^2(v) + Y_0^2(v))}.$$

Решение этого уравнения связано с громоздкими вычислениями, но при этом принципиальных затруднений нет.

Ядро интегрального уравнения (3.2) при небольших значениях аргумента имеет следующее разложение [9]:

$$\varphi(S) = \frac{2}{\sqrt{\pi S}} + 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\pi}} + \frac{S}{4} + \dots$$

При больших значениях аргумента справедлива формула

$$\varphi(S) = 4/\ln(4S/\Gamma), \quad \Gamma = \exp(2C), \quad C = 0,57722\dots,$$

где C — постоянная Эйлера.

Согласно [10] в интервале времени $0 < t \leq 10t_a$ для ядра можно использовать следующее приближение:

$$\varphi(S) = 2/\sqrt{\pi S} + 1.$$

В этом случае интегральное уравнение (3.3) примет вид

$$1 - \Delta P = \frac{1}{\beta t_a} \int_0^t \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi(t-t')/t_a}} \right) \Delta P(t') dt'. \quad (3.4)$$

Решение уравнения (3.4) может быть записано так:

$$\Delta P = \operatorname{Re} \{ [\beta_+ \exp(\beta_+^2 \tau) \Phi(\beta_+ \sqrt{\tau}) - \beta_- \exp(\beta_-^2 \tau) \Phi(\beta_- \sqrt{\tau})] / (\beta_+ - \beta_-) \},$$

$$\beta_- = 1 - \sqrt{1 - \beta}, \quad \beta_+ = 1 + \sqrt{1 - \beta}. \quad (3.5)$$

Решение (3.5) описывает динамику начальной стадии релаксации давления в полости. Если время релаксации t_r удовлетворяет условию $t_r \leq 10t_a$, то в течение всего периода релаксации можно пользоваться этим решением. При этом для конечной стадии релаксации $\tau_r \approx 1/\beta$ или $t_r \approx \beta t_a$.

Таким образом, решением (3.5) можно пользоваться в течение всего периода релаксации при условии $\beta \leq 10$. Из анализа формулы (2.3) для β следует, что условие $\beta \leq 10$ достигается в случае опрессовки без введения газа. При $\alpha_{g0} = 0$ имеем $\beta = 1/m$, поэтому для пористой среды получим $m \geq 10^{-1}$.

Для завершающей стадии релаксации давления можно построить несколько иное приближенное аналитическое решение. Положим, что на этом этапе, начиная с некоторого момента времени t_* ($t > t_*$), текущий перепад давления в полости и расход жидкости через стенки полости удовлетворяют выражению

$$u|_{r=a} = \frac{2(p - p'_0)k}{\mu_l a \ln(4t/(\Gamma t_a))}, \quad (3.6)$$

следующему из известного автомодельного решения [11] при $t \gg t_a$. Тогда, подставляя (3.6) в (1.1) при $n = 1$, получим решение в виде следующей квадратуры для завершающей стадии релаксации давления:

$$\int_{p_*}^p \frac{(1 - \alpha_g)/C_l^2 + \rho_l \alpha_g / (\gamma p)}{p - p'_0} dp = - \frac{4k\rho_{l0}}{a^2 \mu_l} \int_{t_*}^t \frac{dt'}{\ln(4t'/(\Gamma t_a))}. \quad (3.7)$$

Здесь p_* — давление в полости в момент $t = t_*$; α_g , ρ_l — функции давления из (1.3). В случае слабой опрессовки из (3.7) имеем

$$\Delta p = \Delta p_* \exp\left(-\frac{4}{\beta t_a} \int_{t_*}^t \frac{dt'}{\ln(4t'/(\Gamma t_a))}\right), \quad \Delta p_* = p_* - p'_0.$$

На рис. 3 показана динамика процесса релаксации давления в цилиндрической полости радиуса $a = 10^{-1}$ м при $\alpha_{g0} = 10^{-1}$ и различных значениях начального давления. Видно, что в случае цилиндрической полости решение линеаризованного уравнения (3.3) занижает время релаксации по сравнению с численным решением общего нелинейного уравнения (3.2), причем это различие увеличивается с ростом p_0 .

На рис. 4 представлена зависимость времени релаксации от начального перепада давления при различных начальных объемных газосодержаниях. Видно, что в случае цилиндрической полости время релаксации также сильно зависит от начального газосодержания. В отличие от плоского случая эта зависимость монотонно возрастающая как для первого, так и для второго критерия.

4. Сферическая задача ($n = 2$). Аналогично предыдущим двум случаям решение для сферической полости можно записать также в виде (2.1), при этом

$$U(r, t) = \frac{a}{r} \Phi\left(\frac{r - a}{2\sqrt{\lambda t}}\right). \quad (4.1)$$

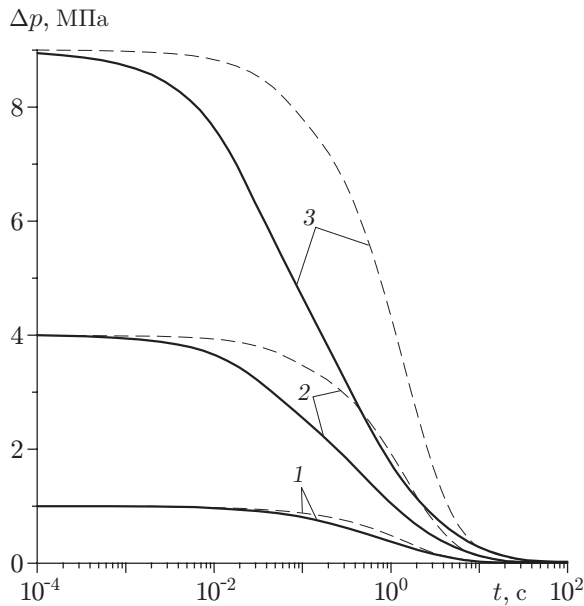


Рис. 3

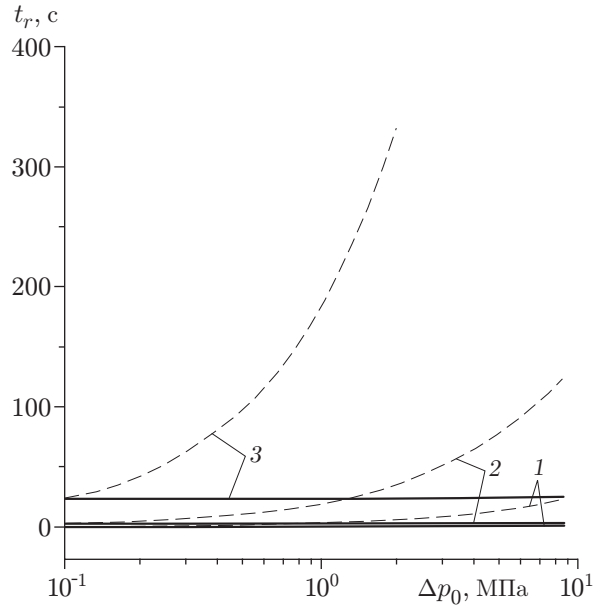


Рис. 4

Рис. 3. Влияние начального давления в цилиндрической полости на динамику релаксации давления:

сплошные линии — численное решение уравнения (3.2); штриховые — численное решение (3.3); $p_0 = 2$ (1), 5 (2) и 10 МПа (3)

Рис. 4. Зависимости времени релаксации в цилиндрической полости от начального перепада давления при $\alpha_{g0} = 10^{-3}$ (линии 1), 10^{-2} (2) и 10^{-1} (3)

С учетом (4.1) получим следующее интегральное уравнение, описывающее релаксацию давления внутри сферической полости:

$$\alpha_{g0} \left(\left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} - 1 \right) - \frac{p - p_0}{\rho_{l0} C_l^2} \left(1 - \alpha_{g0} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} \right) = \frac{3k}{a^2 \mu_l} \int_0^t \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\pi(t-t')/t_a}} \right) (p(t') - p'_0) dt'. \quad (4.2)$$

В случае слабой опрессовки ($\Delta p_0 = p_0 - p'_0 \ll p_0$) имеем

$$1 - \Delta P = \frac{3}{\beta t_a} \int_0^t \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\pi(t-t')/t_a}} \right) \Delta P(t') dt'. \quad (4.3)$$

Пренебрегая единицей по сравнению со вторым слагаемым ядра интегрального уравнения (4.3), получим аналогичное с (2.3) уравнение, описывающее начальную стадию релаксации давления ($t \ll t_a$). При этом значение коэффициента в правой части в данном случае равно трем. Следовательно, в сферической полости интенсивность релаксации давления в начальной стадии будет выше, чем в двух предыдущих случаях.

Уравнение (4.3) имеет точное аналитическое решение, совпадающее по виду с (3.5), при этом для безразмерных параметров имеем

$$\beta_- = (3/2)(1 - \sqrt{1 - 4\beta/3}), \quad \beta_+ = (3/2)(1 + \sqrt{1 - 4\beta/3}). \quad (4.4)$$

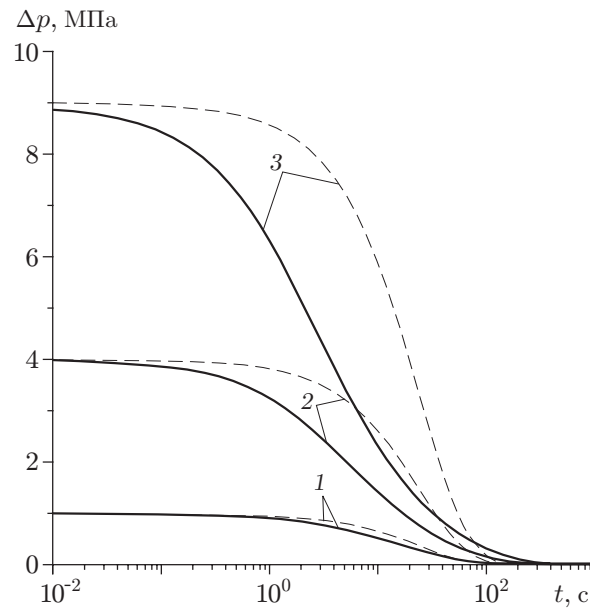


Рис. 5. Релаксация давления в сферической полости при $p_0 = 2$ (линии 1), 5 (2) и 10 МПа (3):

сплошные линии — численное решение (4.2); штриховые — аналитическое решение (3.5) с безразмерными параметрами (4.4)

На рис. 5 представлены кривые, иллюстрирующие динамику процесса релаксации давления в сферической полости радиуса $a = 1$ м при начальном объемном содержании газа $\alpha_{g0} = 10^{-1}$. Отметим, что приведенные данные качественно совпадают с результатами, полученными для случая цилиндрической полости.

Заключение. Опрессовка полости введением некоторого количества газа увеличивает ее упругоемость, что, в свою очередь, приводит к росту характерного времени релаксации давления. Причем с ростом начального перепада давления Δp_0 проявляется нелинейный характер процесса релаксации. Поэтому при гидродинамических испытаниях открытых скважин опрессовкой (например, с целью определения коэффициента проницаемости) введение газа, а также изменение начального перепада давления Δp_0 дают возможность управлять характерным временем релаксации давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Йогансен К. В.** Спутник буровика: Справ. М.: Недра, 1990.
2. **Карнаухов М. Л., Рязанцев Н. Ф.** Справочник по испытанию скважин. М.: Недра, 1984.
3. **Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М.** Подземная гидродинамика. М.: Недра, 1993.
4. **Маскет М.** Течение однородных жидкостей в пористой среде. М.; Л.: Гостоптехиздат, 1949.
5. **Коллинз Р.** Течение жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964.
6. **Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.** Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М.: Недра, 1973.
7. **Пирвердян А. М.** Физика и гидравлика нефтяного пласта. М.: Недра, 1982.
8. **Диткин В. А., Прудников А. П.** Справочник по операционному исчислению. М.: Высш. шк., 1965.

9. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.
10. Шагапов В. Ш., Хусаинова Г. Я., Хусаинов И. Г., Хафизов Р. М. Релаксация давления в полости, окруженной пористой и проницаемой горной породой // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 3. С. 106–112.
11. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.

*Поступила в редакцию 6/IV 2004 г.,
в окончательном варианте — 3/III 2005 г.*
