

УДК 532;533

## Численные исследования эффекта гидродиода

А.А. Кураев, А.Б. Семёнов

Новосибирский государственный технический университет

E-mail: andrej.semyon@yandex.ru

Рассматривается полуэмпирическая модель гидродиода. В основу модели положено уравнение баланса расхода жидкости, протекающей через двухмембранный гидродиод. Проведены сравнения результатов численного исследования с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** гидродиод, коэффициент расхода жидкости, осцилляции, упругообъемный элемент, инерционный напор.

Известно [1], что коэффициент расхода  $\mu$  отверстия зависит от формы его образующей. При помещении мембраны, перфорированной отверстиями, конфигурация которых приведена на рис. 1, в осциллирующий вдоль оси отверстий поток, под действием инерционного напора [2] из-за разности коэффициентов расхода через отверстие в мембране начнется однонаправленное перетекание жидкости.

Цель настоящей статьи — численное исследование гидродиодного эффекта. Для оценки величины напора, развиваемого перфорированными мембранами, использовалась установка [3], представляющая собой вибростенд (рис. 2). Она состояла из корпуса 1 с установленными в нем мембранами 2, перфорированными коноидальными отверстиями. К внутренней поверхности корпуса установки прикреплялись упругообъемные элементы (сильфоны) 3, внутренняя полость которых находится под атмосферным давлением. К полостям корпуса перед мембранами подсоединен уравнивательный сосуд 4. Избыточный напор  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  в полости А корпуса измерялся высотой водяного столба в стеклянной трубке пьезометра  $d = 0,006$  м. Осцилляции жидкости в сосуде задавались приведением сосуда с жидкостью в колебательное движение кривошипно-шатунным механизмом от двигателя постоянного тока П-91 ( $N = 1$  кВт). При этом частота вращения вала двигателя измерялась лабораторным частотомером МУК-1М и регулировалась плавно с помощью реостата. Погрешность измерения  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  составляла  $\pm 0,001$  м, частоты — не более  $\pm 0,1$  Гц.

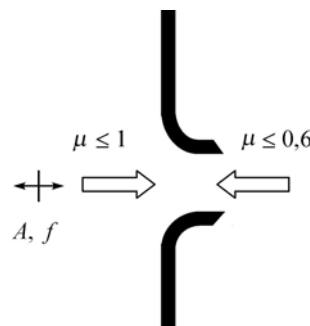


Рис. 1. Конфигурация отверстия в мембране.

$A$  — амплитуда колебаний,  $f$  — частота осцилляций потока.

В работах [3, 4] было показано, что величина избыточного напора  $\Delta h_{\text{пьез}}$ , развиваемого мембраной, тем больше, чем больше осредненное ускорение осцилляций жидкости в сосуде, также было показано, что существенное влияние на неё оказывает температура жидкости. При этом максимальная величина избыточного напора устанавливается при диаметре отверстия, равном 2 мм. В предлагаемом исследовании диаметр отверстия имел такую же величину. Корпус установки с установленными в нем мембранами (рис. 2), перфорированными коноидальными отверстиями и сильфонами, закрепленными на внутренней полости корпуса, работает в осциллирующем потоке как гидродиод.

Для расчета инерционного напора с учетом гармонического характера осцилляций потока используется формула [3, 4]

$$\Delta h_{\text{ин}} = \frac{j}{g} \Delta z = -\frac{\omega^2 A \cos(\omega t)}{g} \Delta z, \quad (1)$$

где  $t$  — время,  $j$  — ускорение жидкости, обусловленное осцилляциями,  $\Delta z$  — конструктивная высота сосуда (в эксперименте составляла 1,2 м),  $A$  — амплитуда колебаний,  $\omega$  — циклическая частота осцилляций,  $g$  — ускорение свободного падения. Величину осредненного за полупериод ускорения, вызванного осцилляциями, учитывая приведенные в работах [5, 6] данные, можно записать как

$$j_{\text{ср}} = \frac{2}{T} \int_{-T/4}^{T/4} j dt = 8\pi f^2 A.$$

Тогда элементарный секундный проток жидкости в полость А через отверстия в мембранах за полупериод осцилляции будет иметь вид:  $dQ = \Delta\mu S_0 u$ , где  $u$  — скорость потока жидкости через отверстие в мембране, обусловленная инерционным напором осцилляций и начальным напором  $H_0$  в системе, — находится по формуле Торричелли:  $u = \sqrt{2g(H_0 + \Delta h_{\text{ин}})}$ . Здесь  $H_0$  — начальный напор в полостях перед мембранами, в настоящем исследовании  $H_0$  принят равным нулю;  $S_0$  — минимальная площадь сечения отверстия в мембранах (диаметр отверстия равен 2 мм);  $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2$  — разность коэффициентов расхода, где  $\mu_1 \leq 1$  — коэффициент расхода жидкости при втекании в отверстие

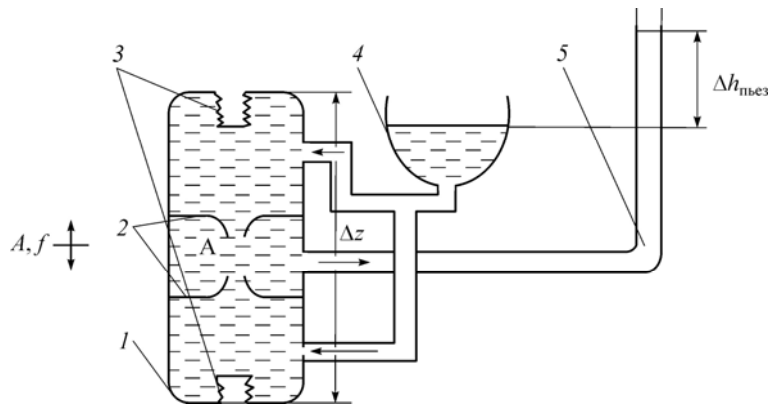


Рис. 2. Экспериментальная установка с двумя мембранами.  
1 — корпус, 2 — мембраны, 3 — сильфоны, 4 — уравнительный сосуд, 5 — пьезометр.

в направлении слева направо (вход-выход), а  $\mu_2 \leq 0,6$  — коэффициент расхода жидкости при втекании со стороны заостренных краев отверстия (рис. 1). В результате подстановки получим:

$$dQ = \Delta\mu S_0 \sqrt{2g \left( \frac{8\pi f^2 A}{g} \Delta z + H_0 \right)}, \quad (2)$$

где  $f$  — частота осцилляций,  $\Delta\mu$  в рассматриваемой схеме с отверстиями равна 0,4.

Величина  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  в пьезометре выйдет на предельный уровень тогда, когда расход, развиваемый мембранами в осциллирующем потоке, уравнивается расходом в пьезометре (второй член в уравнении (3)). В этом случае приток жидкости из полости А уравнивается величиной ее оттока из пьезометра. Таким образом, уравнение баланса расхода жидкости для полости А будет иметь вид:

$$dQ = \Delta\mu S_0 \sqrt{2g \left( \frac{8\pi f^2 A}{g} \Delta z + H_0 \right)} - 2\mu_2 S_0 \sqrt{2g \Delta h_{\text{пьеэ}}} = 0. \quad (3)$$

Второй член в (3) необходимо умножить на 2, так как из полости А жидкость вытекает через два отверстия (рис. 2). Из уравнения (3) для расхода можно выразить величину предельного напора  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  (рис. 2), который устанавливается в пьезометрической трубке при заданных значениях амплитуды и частоты осцилляций потока жидкости ( $H_0$  положим равным 0):

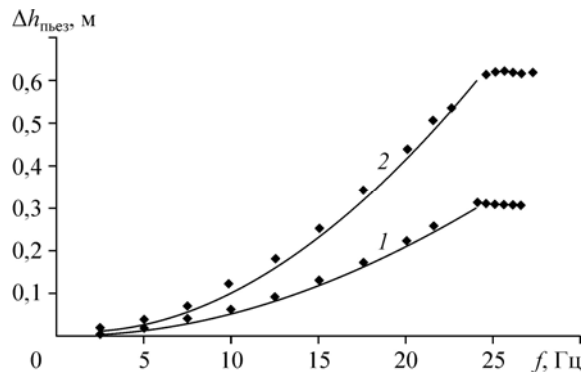
$$\Delta h_{\text{пьеэ}} = \frac{\Delta\mu^2}{4\mu_2^2} \left( \frac{8\pi f^2 A}{g} \Delta z + H_0 \right). \quad (4)$$

На рис. 3 приведены зависимости  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  от амплитудно-частотных характеристик осцилляций потока, полученные экспериментально [3] и по формуле (4). При этом расчеты по формуле (4) справедливы только до частоты насыщения, равной 25 Гц (рис. 3). Различия в напорах насыщения для разных амплитуд осцилляций (0,23 м — для 1,5 мм и 0,6 м — для 3 мм) на рис. 3 обусловлены сильфонами разной жесткости.

Характер зависимости величины напора от количества полупериодов осцилляции может быть определен из уравнения баланса расхода жидкости применительно к полости А. Рассмотрим  $n$ -й полупериод. Поскольку баланс расходов жидкости еще не наступил, расход жидкости, втекающей в отверстия мембран, не равен потоку жидкости, вытекающей из пьезометрической трубки, и уравнение (3) должно быть преобразовано:

$$\begin{aligned} \Delta\mu S_0 \sqrt{2g \left( \frac{8\pi f^2 A}{g} \Delta z - \Delta h_{\text{пьеэ}} \right)} &= \\ &= S_{\text{пьеэ}} \frac{d\Delta h_{\text{пьеэ}}}{dt}, \end{aligned} \quad (5)$$

Рис. 3. Напор, создаваемый мембранами в осциллирующем потоке, в соответствии с (4).  $A = 1,5$  (1), 3 (2) мм; сплошная линия — результаты, полученные расчетным путем, символы — экспериментальные результаты.



здесь  $S_{\text{пьеэ}}$  — площадь пьезометрической трубки. В правой части стоит расход жидкости через поперечное сечение пьезометрической трубки за 1 сек. Следует иметь в виду, что  $dt$  можно представить как  $dt = (T/2)dn$ , где  $dn$  — число полупериодов осцилляций, отсчитываемое с момента включения двигателя на вибростенде, изображенном на рис. 2,  $T$  — время периода осцилляций потока. Тогда выражение (5) можно переписать:

$$\Delta\mu \frac{S_0}{S_{\text{пьеэ}}} \sqrt{2g \left( \frac{8\pi f^2 A}{g} \Delta z - \Delta h_{\text{пьеэ}} \right)} = \frac{2}{T} \cdot \frac{d\Delta h_{\text{пьеэ}}}{dn}. \quad (6)$$

Выполним преобразования в (6):

$$\frac{2}{T} \cdot \frac{d\Delta h_{\text{пьеэ}}}{dn} = k \sqrt{a - \Delta h_{\text{пьеэ}}}, \quad a = \frac{8\pi f^2 A}{g} \Delta z, \quad k = \Delta\mu \frac{S_0}{S_{\text{пьеэ}}} \sqrt{2g}.$$

После разделения переменных получим:

$$\frac{d\Delta h_{\text{пьеэ}}}{\sqrt{a - \Delta h_{\text{пьеэ}}}} = \frac{T}{2} k dn. \quad (7)$$

Проведем замену переменных:  $a - \Delta h_{\text{пьеэ}} = h$ , тогда  $\sqrt{a - \Delta h_{\text{пьеэ}}} = \sqrt{h}$ ,  $d\Delta h_{\text{пьеэ}} = dh$ .

После замены переменных выражение (7) примет вид:  $dh/\sqrt{h} = (T/2)kdn$ . После интегрирования имеем  $2\sqrt{h} = (T/2)kn + C$ , но при  $n = 0$  получим  $C = 2\sqrt{h_0}$ , где  $n$  — число полупериодов, прошедшее с начала процесса установления осциллирующего движения жидкости, а потому  $h_0 = 0$ . В результате

$$h = (Tkn/4)^2. \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что в режиме выхода напора на стационарное значение (при заданном ускорении осцилляций) уровень жидкости в пьезометрической трубке растет нелинейно. При этом предельная величина напора, устанавливающегося приблизительно после 40 полупериодов, может быть рассчитана по формуле (8).

На рис. 4 нанесен процесс выхода напора  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  на предельный уровень при фиксированной частоте  $f = 16$  Гц и амплитуде  $A = 1,5$  мм.

Для оценки зависимости уровня напора в пьезометрической трубке  $\Delta h_{\text{пьеэ}}$  от объема деформируемой части сильфона  $\Delta W_{\text{сильф}}$  следует также написать условие баланса расхода за полупериод осцилляций в полости А (рис. 2). При этом необходимо учесть, что из верхней полости за один полупериод через отверстие мембраны вытекает тот объем жидкости, который вытесняется из нее вследствие деформации сильфона ( $\Delta W_{\text{сильф}}$ ). При этом в установившемся режиме, когда рост напора в пьезометрической трубке прекращается и суммарный расход втекающей и вытекающей жидкости из полости А за полупериод осцилляции становится равен 0, уравнение (3) может быть преобразовано следующим образом.

Умножим уравнение (3) на  $T/2$  и получим

$$dQ = \Delta\mu S_0 \sqrt{(16\pi f^2 A + 2gH_0)} - 2\mu_2 S_0 \sqrt{2g\Delta h_{\text{пьеэ}}} = 0; \quad (9)$$

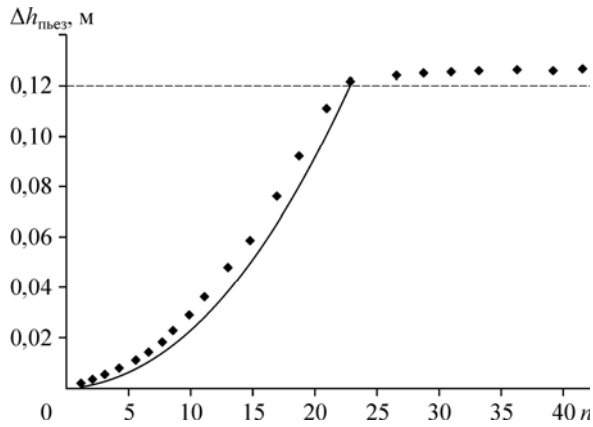


Рис. 4. Процесс установления  $\Delta h_{\text{пъез}}$  на предельный уровень при фиксированных характеристиках осцилляций.

Линии: штриховая — предельный уровень жидкости в пьезометрической трубке, сплошная — результаты, полученные расчетным путем, символы — экспериментальные результаты.

заменяв в последнем выражении  $S_0 \sqrt{(16\pi f^2 A + 2gH_0)} T/2$  на объем деформируемой части упругообъемного элемента, преобразуем выражение (9) следующим образом ( $\Delta\mu = 0,4$ ):

$$0,4\Delta W_{\text{сильф}} - 2\mu_2 S_0 \sqrt{2g\Delta h_{\text{пъез}}} \cdot T/2 = 0. \quad (10)$$

Выражение (10) позволяет оценить величину избыточного напора, возникающего в пьезометрической трубке при изменении объема сильфона:

$$\Delta h_{\text{пъез}} = \frac{0,16\Delta W_{\text{сильф}}^2}{2g(\mu_2 S_0 T)^2}. \quad (11)$$

Таким образом, зависимость  $\Delta h_{\text{пъез}}$  от  $\Delta W_{\text{сильф}}$  в формуле (11) носит нелинейный характер, график зависимости избыточного напора в пьезометрической трубке от величины объема деформируемой части сильфона, построенный по формуле (11), размещен на рис. 5.

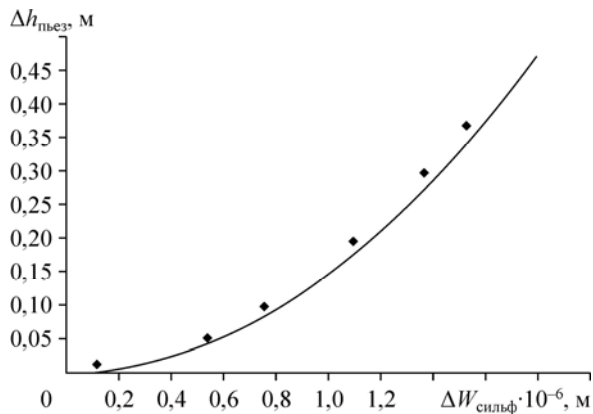


Рис. 5. Зависимость напора от объема  $\Delta W_{\text{сильф}}$ .

$f = 16$  Гц,  $A = 1,5$  мм; сплошная линия — результаты, полученные расчетным путем, символы — экспериментальные данные.

Экспериментально время выхода напора на устойчивую величину измерялось путем фиксации промежутка времени между сигналами, поступавшими со светодиодов, установленных вдоль пьезометрической трубки, при пересечении лазерного луча мениском жидкости. Таким образом, время установления  $\Delta h_{\text{пвез}}$  при фиксированном ускорении определялось экспериментально по пересечению мениска уровня жидкости в пьезометрической трубке с лучом лазера с погрешностью не больше 0,1 с. Погрешность определения предельного напора в проведенных измерениях была не больше 0,005 м.

В результате проведенных исследований предложена и проверена численная модель работы гидродиода при известных амплитудно-частотных характеристиках осцилляции потока. Сделана оценка времени выхода напора, развиваемого гидродиодом, на предельный уровень при фиксированной амплитуде и частоте осциллирующего движения жидкости через отверстия мембраны. Исследовано влияние объема сильфонов на избыточный напор гидродиода. Предложенная методика численного расчета напорной характеристики гидродиода может быть использована при создании промышленного образца гидродиода [7].

### Список литературы

1. Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. М.: Наука, 1970. 216 с.
2. Кураев А.А. Гипотезы, постулаты, парадоксы, эффекты в истории механики жидкости, газа и аэромеханики: уч. пособие. Новосибирск, 2006. 28 с.
3. Кураев А.А., Семёнов А.Б. Исследование напорных характеристик перфорированной мембраны в осциллирующем потоке жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т.20, № 3. С. 335–339.
4. Семёнов А.Б., Кураев А.А. Расходно-напорные характеристики перфорированной мембраны в осциллирующем потоке жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 2. С. 273–276.
5. Денисов В.А., Иванов П.Н. Общая электротехника с основами электроники. М.: Высшая школа, 2000. С. 86–88.
6. Корн Г., Корн Т. Теория потенциала // Справочник по математике. М.: Наука, 1982. С. 485–486.
7. Пат. 2456466 РФ. МПК<sup>51</sup> F02F11/00. Прокладка под головку блока цилиндров двигателя внутреннего сгорания / Кураев А.А., Семёнов А.Б.; заявитель и патентообладатель Новосибирский гос. техн. университет. № 2010132607/06; заявл. 03.08.2010; опубл. 20.07.2012.

*Статья поступила в редакцию 15 января 2014 г.,  
после переработки — 9 сентября 2014 г.*