ПМТФ, № 3, 1973

УДК 536.46

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГАСАНИЯ ПОРОХА В МОДЕЛИ ГОРЕНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. А. Фрост, В. Л. Юмашев

(Москва)

Приводятся результаты расчета скорости нестационарного горения пороха при спаде давления, полученные путем численного интегрирования уравнений теории нестационарного горения с учетом переменной температуры поверхности k-фазы. При быстрых и глубоких спадах давления наблюдается погасание, при этом не требуется введение особых условий погасания. Изменение скорости горения в процессе погасания носит плавный характер.

Из эксперимента известно, что при достаточно быстром и глубоком спаде давления порох гаснет [1]. Для исследования погасания пороха воспользуемся теорией нестационарного горения Я. Б. Зельдовича и Б. В. Новожилова [2-4]. Основные предположения этой теории следующие:

1) химические реакции в k-фазе происходят только в очень тонком слое на поверхности;

2) реакционный слой k-фазы и газовое пламя при изменении внешних условий перестраиваются практически мгновенно и все время находятся в квазистационарном состоянии;

3) нестационарность горения определяется только инерционностью прогретого слоя k-фазы. Перестройка прогретого слоя в системе координат, связанной с поверхностью k-фазы, описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - u \frac{\partial T}{\partial x} \qquad (-\infty < x \leqslant 0) \tag{0.1}$$

Здесь x — координата, нормальная к поверхности k-фазы, t — время, $u = u(t)$ — скорость горения, $T = T(x, t)$ — распределение температуры в k-фазе, $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности k-фазы.

Тепловой поток из зоны реакции в прогретый слой и температура поверхности k-фазы определяются процессами, происходящими в зоне разложения k-фазы и в газовом пламени, и в силу сделанных предположений зависят только от мгновенных значений давления и скорости горения [4]

$$(\partial T/\partial x)_{x=0} = \varphi(p, u) \tag{0.2}$$

$$T_{x=0} = T_s(p, u) \tag{0.3}$$

Соотношения (0.2) и (0.3) справедливы и в стационарном случае, поэтому они могут быть определены по экспериментальным зависимостям скорости стационарного горения и температуры поверхности от давления и начальной температуры пороха [4]. Уравнение (0.1) с граничными уравнениями (0.2) и (0.3) позволяет определить скорость горения, если заданы начальное распределение температуры и закон изменения давления во времени.

В случае постоянной температуры поверхности (T_s = const) погасание проявляется как невозможность согласовать мгновенное тепловое состояние k-фазы с условиями (0.2) и (0.3) [3, 5]. Однако в случае переменной температуры поверхности такое объяснение погасания встречает трудности. Возможность погасания вводится в теорию при помощи предположения, что на кривых $\varphi(u)$, изображающих зависимость (0.2) при $p = \mathrm{const}$, существуют предельные точки при конечных значениях скорости горения и градиента температуры, за которыми горение невозможно [6, 7]. Выход за эти точки в процессе нестационарного горения рассматривается как погасание. Как в случае $T_s = \mathrm{const}$, так и при наличии предельных точек погасание происходит скачком: непосредственно перед моментом погасания скорость горения еще довольно велика и по порядку величины близка к скорости стационарного горения.

В данной работе приведены результаты расчета скорости нестационарного горения при спаде давления с учетом переменной температуры поверхности k-фазы, полученные путем численного решения системы уравнений (0.1) — (0.3). Показано, что погасание происходит и при отсутствии предельных точек в зависимости (0.2). Изменение скорости горения во времени в процессе погасания носит плавный характер.

1. Рассмотрим горение пороха при переменном давлении. Предположим, что до момента $t = 0$ происходит стационарное горение пороха. Удобно перейти к безразмерным переменным

$$t' = \frac{(u^\circ)^2 t}{\varkappa}, \quad x' = \frac{u^\circ x}{\varkappa}, \quad p' = \frac{p}{p^\circ}$$

$$u' = \frac{u}{u^\circ}, \quad \varphi' = \frac{\varphi}{\varphi^\circ}, \quad T' = \frac{T - T_0}{T_s^\circ - T_0}$$

Здесь T_0 — начальная температура пороха, градусом отмечены параметры исходного стационарного режима, а штрихом — безразмерные переменные. В дальнейшем штрих опускается, поскольку размерные переменные больше не будут использоваться. Исходные стационарные значения безразмерных давления, скорости горения, температуры поверхности и градиента температуры равны единице. Уравнение теплопроводности в безразмерных переменных

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - u\frac{\partial T}{\partial x} \qquad (-\infty < x \leqslant 0) \tag{1.1}$$

Предположим, что температура и градиент температуры на поверхности k-фазы определяются соотношениями

$$u = p^{0.69} \exp k\,(T_s - \varphi / u) \tag{1.2}$$

$$u = e^{m(T_s - 1)} \tag{1.3}$$

Здесь k и m — постоянные величины, совпадающие с определением [6] ($m = k / r$). Выбор зависимостей (1.2) и (1.3) означает выбор определенной модели горения пороха. Формула (1.2) соответствует постоянному коэффициенту температурной чувствительности скорости стационарного горения $\beta = (\partial \ln u^\circ / \partial T_0)_p$. Формула (1.3) аппроксимирует закон пиролиза k-фазы. Разрешим (1.2) и (1.3) относительно T_s и φ

$$T_s = 1 + m^{-1} \ln u \tag{1.4}$$

$$\varphi = u\,[1 + (1 / m - 1 / k) \ln u + 0.69\, k^{-1} \ln p] \tag{1.5}$$

Изобары зависимости (1.5) изображены на фиг. 1 для случая $k = 1.4$, $m = 10$. При любом давлении соотношения (1.4) и (1.5) допускают единственный режим стационарного горения с параметрами

$$u = p^{0.69}, \quad T_s = 1 + 0.69\, m^{-1} \ln p, \quad \varphi = p^{0.69}\,(1 + 0.69\, m^{-1} \ln p) \tag{1.6}$$

(кривая C на фиг. 1).

В момент времени $t = 0$ начинается спад давления, происходящий по экспоненциальному закону

$$p(t) = p_k + (1 - p_k)\, e^{-t/\Delta t} \tag{1.7}$$

Здесь Δt — характерное время спада давления, p_k — уровень давления после спада.

В начальный момент времени температура в k-фазе распределена по закону

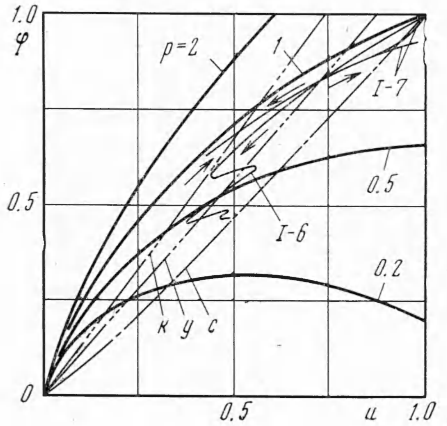
$$T(x, 0) = e^x \quad (-\infty < x \leqslant 0) \tag{1.8}$$

На бесконечном удалении от поверхности сохраняется начальная температура пороха

$$T(-\infty, t) = 0 \tag{1.9}$$

Определение скорости горения сводится к решению уравнения (1.1) при условиях (1.4), (1.5), (1.7) — (1.9).

Для численного решения полученной системы интервал $(-\infty < x \leqslant \leqslant 0)$ отображается на единичный отрезок $(0 \leqslant y \leqslant 1)$ при помощи преобразования координат $y = 1 - e^{\alpha x}$. Здесь α — параметр преобразования, выбираемый из соображения наибольшей точности численного метода и, вообще говоря, переменный во времени. Вводится конечно-разностная аппроксимация дифференциального уравнения и граничных условий на прямоугольной пространственно-временной сетке (в данном случае сетка содержала 32 интервала по координате, а шаг по времени составлял 0.02 и менее). Возникающая в результате аппроксимации нелинейная алгебраическая система решается итерационным способом. Скорость горения определяется в последовательные, дискретно расположенные моменты времени; одновременно рассчитывается распределение температуры в k-фазе.



Фиг. 1

В таблице приведены значения параметров k, m, Δt, p_k в расчетах, результаты которых рассматриваются далее. В соответствии с таблицей варианты модели пороха (параметры k и m) будут обозначаться в тексте и на фигурах римскими цифрами, а варианты спада давления (параметры Δt и p_k) — дополнительно арабскими цифрами.

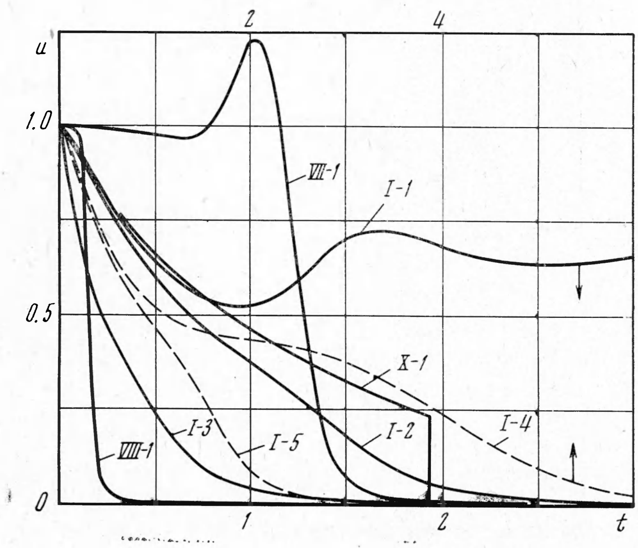
2. Результаты расчетов показали, что существуют два различных режима нестационарного горения пороха при спаде давления. На фиг. 2 показано изменение скорости горения во времени для ряда рассчитанных режимов.

В варианте I — 1 скорость горения с течением времени выходит на новый стационарный уровень $u \approx 0.7$, соответствующий значению $p_k = 0.6$. Этот процесс сопровождается колебаниями скорости горения, которые возникают во время быстрого изменения давления и затухают по мере выхода на стационарный режим в соответствии с [6].

В варианте I — 2, незначительно отличающемся от I — 1 только временем спада, скорость горения монотонно убывает с течением времени, достигая величины $\sim 10^{-3}$, и становится практически постоянной. Нуль

Модель пороха			Спад давления		
№ варианта	k	m	№ варианта	Δt	p_k
			1	1.1	0.6
			2	1.0	0.6
			3	0.02	0.85
I	1.4	10	4	2.5	0.26
			5	2.5	0.23
			6	2.0	0.37
			7	0.02	0.87
II	1.6	10			
III	1.4	15			
IV	1.4	7			
V	0.6	10			
VI	0.4	10			
VII	2	10	1	10	0.99
VIII	2	15	1	10	0.99
IX	0.5				
X	0.5	100	1	1.0	0.18

не достигается из-за вида соотношения (1.3), согласно которому даже при температуре поверхности, равной начальной температуре пороха ($T_s = 0$), скорость горения равна $e^{-m} > 0$ (при $m = 10$ это составляет $\sim 10^{-4}$).



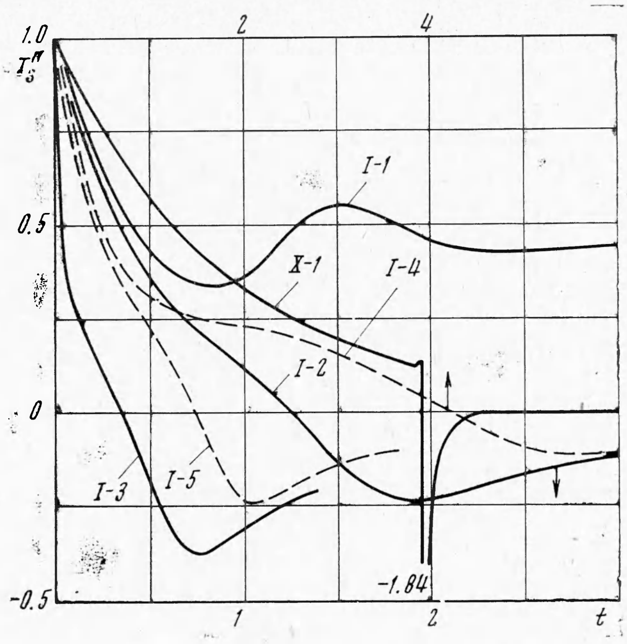
Фиг. 2

Однако по сравнению со стационарной скоростью горения новый уровень означает практически отсутствие горения, поэтому можно считать, что произошло погасание.

Достигнутый режим горения с малой скоростью, несмотря на ее постоянство, не является стационарным ввиду (1.6). Следовательно, при постоянной скорости горения продолжается перестройка прогретого слоя, и в конце концов должны произойти увеличение скорости горения (повторная вспышка) и выход на стационарный режим. Однако при столь малой скорости горения характерное время перестройки прогретого слоя ($\sim 1\ /\ u^2$) чрезвычайно велико, поэтому выход из состояния погасания произойдет в необозримо отдаленные времена ($\sim 10^6$).

Будем называть погасанием режимы нестационарного горения при сбросе давления, в которых скорость горения не выходит на стационарное значение, соответствующее новому уровню давления, а асимптотически убывает до нуля или до очень малой величины. Остальные режимы удобно назвать режимами перехода к новому стационарному состоянию, или кратко — режимами перехода.

3. Полученные при расчетах режимы погасания характеризуются тем, что горение в этих режимах прекращается не скачком, а постепенно, в результате плавного и непрерывного уменьшения скорости горения.



Фиг. 3

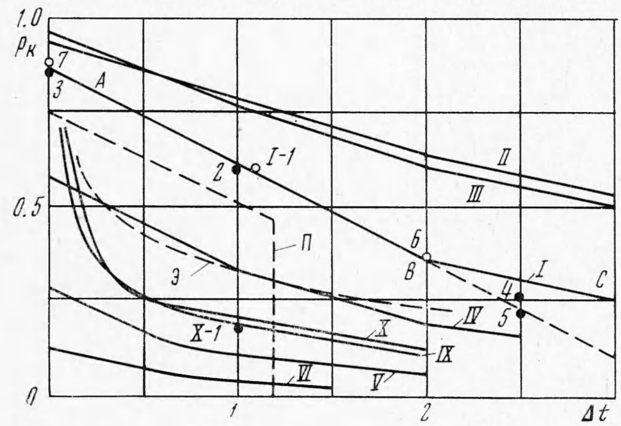
Погасание происходит таким образом даже при очень быстром спаде давления — в этом случае оно наступает спустя заметное время после завершения сброса давления (см. кривую *I — 3* на фиг. 2). Изменение скорости горения и в режиме погасания, и в режиме перехода при близких характеристиках сброса давления начинается одинаково (кривые *I — 1* и *I — 2* на фиг. 2); расхождение между этими режимами плавно увеличивается с течением времени.

При анализе распределений температуры в k-фазе, полученных в ходе расчетов, было замечено, что всегда при погасании вторая производная от температуры по координате у поверхности k-фазы T_s'' становится отрицательной. На профиле температуры появляется точка перегиба, которая с течением времени смещается в глубь k-фазы. Если погасание не происходит, то величина T_s'' все время остается положительной, и профиль температуры не имеет точки перегиба. На фиг. 3 показано изменение T_s'' во времени для ряда режимов погасания и перехода.

Условие $T_s'' \leqslant 0$ является, таким образом, существенным признаком погасания. Однако выполнение этого условия не означает с необходимостью последующего погасания пороха. В частности, при мгновенном сбросе давления в случае модели пороха с переменной температурой поверхности градиент температуры φ уменьшается скачком, при этом T_s'' обращается в $-\infty$ и затем некоторое время остается отрицательной. Тем не менее погасание при небольших глубинах сброса не наступает.

Физический смысл рассмотренного условия заключается согласно (1.1) в том, что в области, где вторая производная от температуры по координате отрицательна, отсутствует нагрев частиц пороха при их продвижении к поверхности.

4. В результате расчетов нестационарного горения при спаде давления с различными значениями p_k и Δt для вариантов модели пороха из таблицы были найдены «линии погасания», то есть границы, выше которых в координатах (Δt, p_k) расположена область, где погасание не наблюдается, а ниже — область, где спад давления приводит к погасанию.



Фиг. 4

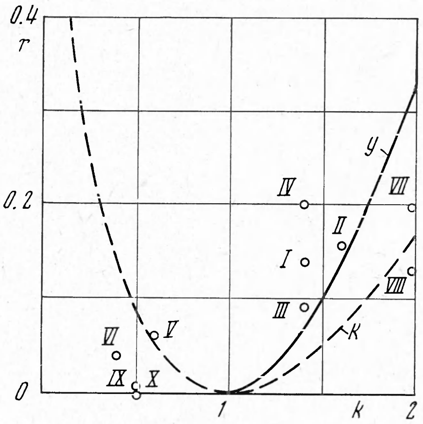
Линии погасания изображены на фиг. 4, там же точками отмечены варианты спада давления из таблицы: темными — в режимах погасания, светлыми — в режимах перехода. Существование линий погасания для реального пороха подтверждено экспериментально [1]. Как и при экспериментальном определении подобных линий, значения p_k и Δt, лежащие вблизи границы перехода, определяются подбором.

Рассмотрим линию погасания I. В координатах (Δt, p_k) она состоит из отрезков прямых. Линия погасания не проходит через точку ($\Delta t = 0$, $p_k = 1$): существует конечная глубина спада давления, при которой даже после мгновенного спада порох продолжает гореть. Для модели пороха I критическая глубина мгновенного спада оказалась равной ~ 0.15 ($p_k \approx$ ≈ 0.85), т. е. значительно меньшей, чем следует из выводов работы [8], в которой погасание рассматривается как срыв газового пламени за счет интенсивной газификации k-фазы.

При $\Delta t = 2$ линия погасания претерпевает излом, после которого, оставаясь прямолинейной, она идет более полого. Одновременно изменяется характер зависимости скорости горения от времени при погасании (кривая I—4 на фиг. 2). Сначала скорость горения падает, как обычно. Но затем ее падение замедляется и почти прекращается; в отдельных режимах наблюдается даже рост скорости горения. Создается впечатление, что процесс горения выходит на стационарный режим. Однако спад давления продолжается, и следует новое падение скорости горения, приводящее к погасанию. Процесс погасания в этом случае развивается в два этапа и является более длительным. Только на заключительном этапе погасание определяется окончательно; тогда же появляется существенный признак погасания: $T''_s < 0$ (фиг. 3).

Излом линии погасания можно объяснить тем, что погасание может происходить на первом или втором периоде колебаний скорости горения, и что для каждого способа погасания существует своя критическая линия: прямая AB — в первом случае и прямая BC — во втором. Погасание на втором периоде колебаний происходит тогда, когда соответствующая критическая линия оказывается выше, т. е. после пересечения линий в точке B. Если продолжить прямую AB за пересечение (на фиг. 4 показано пунктиром), то ниже этой линии погасание по-прежнему происходит по первому способу (кривая I — 5 на фиг. 2).

С ростом Δt линия погасания претерпевает дальнейшее искривление, соответствующее переходу к еще более затянутым процессам погасания.



Фиг. 5

5. Рассмотрим влияние параметров k и m на процесс погасания. Согласно теории Б. В. Новожилова [9] параметры k и m определяют устойчивость горения пороха в исходном стационарном режиме. На фиг. 5 в координатах (k, $r = k / m$) показаны границы области устойчивости (линия $У$) и области существования у пороха собственных колебаний (линия K). Модели пороха из таблицы отмечены на фиг. 5 точками.

Линии погасания II и III (фиг. 4) имеют такой же характер, как и линия погасания I, однако расположены выше нее, что означает погасание при менее глубоких спадах давления. Это согласуется с тем, что точки II и III на фиг. 5 расположены ближе к границе устойчивости, чем точка I. Напротив, по мере удаления пороха от границы устойчивости линии погасания идут ниже (варианты IV, V, VI).

На фиг. 4 приведена экспериментальная линия погасания (линия $Э$) для пороха H, взятая из работы [1] (случай $p_н = 40$ *кг/см*^{2}). Между этой линией и результатами расчетов наблюдается качественное согласие, особенно для варианта IV. Получение полного количественного совпадения при использовании модельных зависимостей (1.4) и (1.5) вряд ли возможно.

Было рассмотрено нестационарное горение порохов в случае, когда исходный стационарный режим лежит в области неустойчивости (варианты VII и $VIII$). В расчетах задавалось малое изменение давления (см. таблицу). Результаты расчетов приведены на фиг. 2. В режиме VII — 1

наблюдаются колебания скорости горения с резко возрастающей амплитудой, в результате чего уже на втором периоде колебаний происходит погасание. В режиме *VIII — 1* скорость горения с самого начала монотонно убывает со все большей скоростью, пока не наступает погасание. Это отличие объясняется тем, что точки *VII* и *VIII* на фиг. 5 расположены в областях колебательной и монотонной потери устойчивости соответственно.

При неограниченном увеличении параметра m наступает переход к случаю T_s = const, рассмотренному Я. Б. Зельдовичем [3]. Для реализации этого случая в расчетах полагалось $m^{-1} = 0$ (вариант IX). Был рассмотрен также промежуточный вариант X, в котором $m = 100$. Линии погасания в этих вариантах, представленные на фиг. 4, довольно близки.

В случае T_s = const существует отчетливо выраженный момент погасания, до которого удается провести расчет скорости горения. В этот момент решение исходной системы уравнений исчезает, и итерационный процесс расчета перестает сходиться. Согласно результатам расчета, скорость горения монотонно убывает, но к моменту погасания она все еще довольно велика: горение прекращается скачком.

В случае $m = 100$ скорость горения сначала плавно уменьшается (кривая *X — 1* на фиг. 2), как и в режимах перехода. Однако в некоторый момент времени (в данном примере $t = 1.94$) наблюдается резкое падение скорости горения до величины $\sim 10^{-6}$, т. е. наступает погасание. Хотя скорость горения изменяется во времени непрерывно, как и в рассмотренных выше случаях умеренных m, характер погасания весьма близок к скачкообразному. Таким образом, переход к случаю T_s = const происходит непрерывно как по форме линии погасания, так и по характеру изменения скорости горения во времени.

В работе [5] тоже рассматривалось погасание на основе теории [2] для модели пороха с постоянной температурой поверхности и постоянным коэффициентом температурной чувствительности скорости стационарного горения $(\partial \ln u° / \partial T_0)_p$. В отличие от настоящей работы, система уравнений, описывающая нестационарное горение пороха, решалась методом интегральных соотношений, для чего задавался вид распределения температуры в k-фазе. Кроме того, рассматривался несколько иной закон изменения давления во времени. На фиг. 4 приведена линия погасания, полученная в работе [5] для случая, совпадающего с вариантом IX, пересчитанная в координатах p_k и Δt (линия *П*). Она идет заметно выше, чем линии IX и X, и обрывается при $\Delta t = 1.19$ (согласно [5] при бо́льших значениях Δt погасание не происходит). Такое отличие связано, скорее всего, с использованием различных методов решения исходных уравнений; различие законов изменения давления играет второстепенную роль.

6. Предположение о предельных точках в зависимости $\varphi(p, u)$, которое используется в работах [6,7] для объяснения погасания, связано со способом определения этой функции по экспериментальной зависимости скорости стационарного горения от давления и начальной температуры. Экспериментальные данные позволяют построить функцию $\varphi(p, u)$ только в ограниченной области изменения параметров, поскольку за ее пределами не удается получить режимов стационарного горения. Это может объясняться неустойчивостью стационарного горения в области за предельными точками, что не исключает возможность горения в нестационарном режиме (см., например, [10]).

Исследуем устойчивость горения пороха в модели, определяемой зависимостями (1.4) и (1.5), которые использованы в настоящей работе. Любой паре значений φ, u $(u > e^{-m})$ соответствует режим стационарного горения при определенных давлении и начальной температуре. Устойчивость этого режима определяется локальными значениями k' и r' (не смешивать с k и $r = k / m$ — параметрами зависимостей (1.4) (и (1.5)). Согласно определению [9] локальные параметры связаны с производными функций (1.4) и (1.5)

$$\frac{k'+r'-1}{k'} = \left(\frac{\partial \ln \varphi}{\partial \ln u}\right)_p, \qquad \frac{r'}{k'} = \frac{u}{p}\left(\frac{\partial T_s}{\partial \ln u}\right)_p$$

Выражая отсюда k' и r' и подставляя их в критерий устойчивости [9], получим уравнение границы устойчивости в координатах (u, φ)

$$\left(\frac{\varphi}{u}\right)_У = \frac{2m+k+\sqrt{8mk+k^2}}{2mk}$$

Граница устойчивости для случая $k = 1.4$, $m = 10$ показана на фиг. 1 (линия $У$). Область неустойчивости стационарного горения расположена левее этой линии. При экспериментальном определении зависимость (1.4) могла бы быть построена только справа от границы устойчивости, а граница устойчивости выступала бы в качестве предельной линии.

Из [9] также следует уравнение границы существования у пороха собственных колебаний скорости горения (линия K на фиг. 1).

$$\left(\frac{\varphi}{u}\right)_K = \frac{m+k+2\sqrt{mk}}{mk}$$

Результаты расчетов показывают, что выход процесса нестационарного горения за границу устойчивости не означает погасание. Это иллюстрируют траектории режимов перехода *1 — 6* и *1 — 7* в координатах (u, φ), изображенные на фиг. 1. Траектория *1 — 6* дважды пересекает границу устойчивости, а траектория *1 — 7* пересекает даже границу существования собственных колебаний.

Поступила 16 XI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Маршаков В. Н., Лейпунский О. И. Горение и потухание пороха при быстром спаде давления. Физика горения и взрыва, 1967, № 2.
2. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. ЖЭТФ, 1942, т. 12, № 11, 12.
3. Зельдович Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.
4. Новожилов Б. В. Теория нестационарного горения гомогенных порохов. Физика горения и взрыва, 1968, № 4.
5. Истратов А. Г., Либрович В. Б., Новожилов Б. В. О приближенном методе в теории нестационарной скорости горения пороха. ПМТФ, 1964, № 3.
6. Новожилов Б. В. Нестационарное горение порохов, имеющих переменную температуру поверхности. ПМТФ, 1967, № 1.
7. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Анализ условий прекращения горения пороха. ПМТФ, 1969, № 2.
8. Фрост В. А. О погасании пороха при изменении давления. ПМТФ, 1972, № 5.
9. Новожилов Б. В. Критерий устойчивости стационарного режима горения пороха. ПМТФ, 1965, № 4.
10. Либрович В. Б., Новожилов, Б. В. Автомодельные решения в теории нестационарной скорости горения пороха. ПМТФ, 1971, № 4.