

УДК 532.5, 533, 623.5

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ ПРИ ОДНОСТУПЕНЧАТОМ РАЗГОНЕ ТЕЛ СЖАТЫМ ГАЗОМ

Н. В. Быков

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,  
105005 Москва, Россия  
E-mail: bykov@bmstu.ru

Исследуются предельные возможности и энергетическая эффективность процесса одноступенчатого разгона тел сжатым газом в трубе (баллистическая задача Лагранжа). Получено точное частное решение баллистической задачи Лагранжа в приближении однородной деформации. Проведено сравнение результатов расчета по различным методикам с экспериментальными данными и известными результатами расчетов. Показано, что использование коэффициента полезного действия в качестве критерия выбора оптимального решения не позволяет определить эффективные конфигурации баллистических установок.

**Ключевые слова:** газодинамический разгон, баллистическая задача Лагранжа, методы ускорения тел, однородная деформация, внутренняя баллистика, одноступенчатые баллистические установки, энергетическая эффективность.

DOI: 10.15372/PMTF20190303

**Введение.** Процесс разгона поршня в трубе сжатым газом лежит в основе наиболее простых схем метания, используемых при проведении лабораторных исследований процессов высокоскоростного соударения тел [1]. Лабораторные газодинамические ускорители макротел находят широкое применение при выполнении аэробаллистических исследований, моделировании взаимодействия космического мусора с обшивкой летательных аппаратов, изучении высокоскоростного соударения тел, испытаниях элементов приборов на перегрузки и т. д. [1, 2]. Пневматическая схема разгона применяется при создании спортивного, учебно-тренировочного (в том числе автоматического) оружия [3]. В работе [4] описан способ запуска ракет и снарядов с подвижного носителя, при этом отмечается необходимость обеспечения более низких скоростей для имитации движения таких носителей, как, например, вертолеты.

Способ ускорения тел сжатым газом обладает рядом преимуществ, одним из которых является относительная простота конструкции и невысокая стоимость метательной установки по сравнению с установками, требующими использования энергетических составов, реагирующих смесей или большой силы тока [5, 6]. Другое преимущество заключается в высокой степени воспроизводимости скоростей метания [7], что особенно важно при проведении лабораторных исследований. Кроме того, данный способ ускорения тел может

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 16-29-09596 офи-м).

© Быков Н. В., 2019

быть применен в тех случаях, когда по каким-либо причинам невозможно использовать взрывчатые вещества и порох.

Несмотря на то что получение больших скоростей поршня на выходе из ствола за счет разгона сжатым газом является сложной задачей, поскольку скорости метания существующих установок ограничены значениями  $400 \div 600$  м/с [3, 4], существуют теоретические исследования, в которых показана возможность достижения скоростей более 1500 м/с при метании тел небольшой массы (порядка 100 г) и использовании в качестве рабочего тела легких газов [8, 9]. Кроме того, в ряде приложений достаточно достижения скоростей метания в диапазоне  $100 \div 400$  м/с. Например, одноступенчатая газовая установка ТИТАН калибром 60 мм (производства фирмы Thiot Ingenierie) при длине разгонной трубы, равной 8 м, ускоряет тела до скоростей порядка 100 м/с [7].

При газодинамическом разгоне можно выделить два режима работы установок. В первом режиме масса разгоняемого тела  $m$  сравнима с массой сжатого газа  $M$  или превышает ее, поэтому достаточно быстро происходит установление давления, равномерного по длине пространства за поршнем, и влияние волновых эффектов на процесс разгона поршня в трубе незначительно. Во втором режиме ( $m < M$ ), наоборот, волновые явления оказывают существенное влияние на конечную скорость разгона поршня. Критерием, позволяющим разделить эти режимы, является отношение  $\mu = m/M$ .

В первом режиме, как правило, с удовлетворительной точностью описывается процесс разгона с использованием осредненных параметров [3]. В случае волнового режима возможны два способа описания нестационарного газодинамического процесса: одномерный (или квазиодномерный) [9] и осесимметричный [8, 10]. Сравнение результатов расчетов, выполненных по одномерным и двумерным моделям, с экспериментальными данными показывает, что все они хорошо согласуются [8]. Несмотря на то что часто ресиверы имеют сложную, не полную конструкцию (внутри них размещаются механизмы открытия диафрагм или клапанов), даже в двумерной постановке состояние газа в ресивере может описываться в квазистационарном приближении [10].

Наиболее простая постановка задачи разгона тел сжатым газом называется баллистической задачей Лагранжа. Попытки получения аналитических решений этой задачи предпринимались многократно (см., например, работы [1, 11, 12] и библиографию к ним), однако до сих пор такая зависимость не была найдена. В настоящей работе приводится частное аналитическое решение данной задачи.

Важной проблемой является увеличение эффективности процессов разгона тел в трубах, поскольку увеличение скорости метаемого тела на выходе из трубы приводит к существенному уменьшению значений коэффициента полезного действия (КПД). Любую баллистическую установку можно рассматривать как тепловую машину, которая превращает запасенную внутреннюю энергию газа в кинетическую энергию метаемого тела. Энергетическая эффективность системы разгона тел может быть оценена с помощью КПД, который в данной работе определяется по формуле [13]

$$\eta = \frac{k-1}{2} \frac{mv_p^2}{p_0 W_0} = \frac{k-1}{2} \frac{m_{mol} \mu v_p^2}{RT_0} = \frac{k-1}{2} k \mu \frac{v_p^2}{c_0^2},$$

где  $k$  — показатель адиабаты газа;  $v_p$  — скорость метаемого тела;  $p_0$  — начальное давление в камере;  $W_0$  — объем камеры с газом;  $m_{mol}$  — молекулярная масса газа;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T_0$  — начальная температура в камере;  $c_0$  — скорость звука в камере с газом. Из этой формулы, в частности, следует, что только в волновом режиме разгона скорость поршня может быть больше скорости звука в камере, так как в этом случае  $(k-1)k\mu/2 < 1$ .

**1. Методы исследования.** На рис. 1 представлена расчетная схема газодинамического разгона. Газ с плотностью  $\rho_0$  и давлением  $p_0$ , занимающий в начальный момент

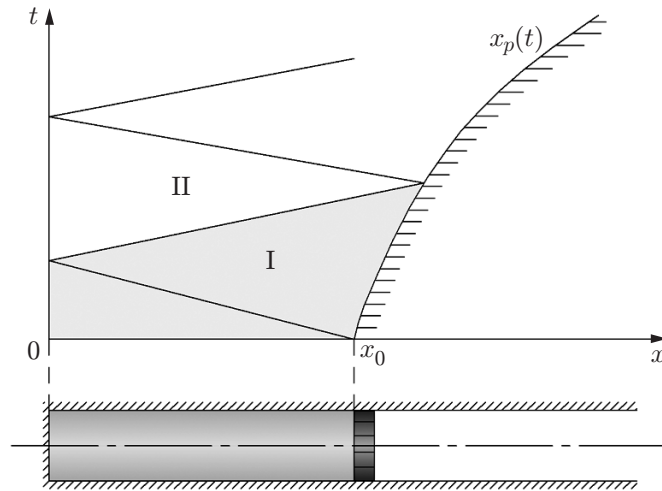


Рис. 1. Схема газодинамического разгона и система волн:  
 I — область простых волн; II — область отраженных волн;  $x_p(t)$  — зависимость длины пути метаемого тела от времени

в трубе с площадью поперечного сечения  $S$  область длиной  $x_0$  (или объем  $W_0 = x_0S$ ), разгоняет тело массой  $m$ . При движении тела в трубе возникает система волн, также показанная на рис. 1 [1].

В основе простейшей математической модели системы лежит условие баланса полной энергии системы газ — поршень. В приближении однородной деформации скорость газа вдоль оси канала трубы распределена по линейному закону. В этом случае, если в начальный момент времени масса газа равномерно распределена по длине камеры, то она будет равномерно распределена и в любой другой момент времени, а распределение давления по координате подчиняется квадратичному закону [13]. Тогда интеграл уравнения баланса имеет вид

$$\left(1 + \frac{1}{3\mu}\right) \frac{mv_p^2}{2} = \frac{p_0W_0}{k-1} - \frac{p_mW}{k-1}, \tag{1}$$

где  $p_m(t) = \frac{1}{x_p} \int_0^{x_p} p(x, t) dx$  — среднее давление в пространстве за поршнем;  $v_p$ ,  $x_p$  — скорость и координата поршня соответственно;  $p(x, t)$  — истинное давление в сечении с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $W = x_pS$  — текущий объем пространства за поршнем.

С учетом отношения масс из уравнения (1) можно получить оценку предельной скорости, достигаемой в бесконечно длинной трубе [1, 12]:

$$v_p^{\max} = \sqrt{\frac{2}{k-1} \frac{p_0W_0}{m(1 + 1/(3\mu))}}.$$

Однако можно осуществить еще один предельный переход и получить оценку предельной скорости метания, достигаемой в бесконечно длинной трубе при бесконечной массе газа, не зависящую от отношения  $m/M$ :

$$v_p^{\max} = \sqrt{\frac{6RT_0}{k-1}} = \sqrt{\frac{6}{k(k-1)}} c_0.$$

Для холодных газов скорость  $v_p^{\max}$  составляет: для  $\text{CO}_2$  — 1064 м/с, для воздуха — 1136 м/с, для He — 2363 м/с, для  $\text{H}_2$  — 4308 м/с. Несмотря на то что эти значения являются теоретическим пределом и на практике недостижимы, они позволяют быстро оценить, возможно ли достижение требуемых скоростей для выбранного газа.

1.1. *Точное решение в приближении однородной деформации.* Движение газа между подвижным поршнем и неподвижной стенкой трубы будем описывать системой безразмерных уравнений сохранения массы и импульса в массовых лагранжевых координатах

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0, \quad (3)$$

которая замыкается уравнениями адиабатичности течения и движения поршня

$$\varphi = \varphi_0(r/r_0)^k; \quad (4)$$

$$\frac{du_p}{d\tau} = \varphi_p. \quad (5)$$

В (2)–(5) использованы безразмерные переменные

$$\tau = \frac{t}{x_0} \sqrt{\frac{p_0 W_0}{m}}, \quad u = v \sqrt{\frac{m}{p_0 W_0}}, \quad \varphi = \frac{p}{p_0(x_0)}, \quad \theta = \frac{S}{m} q, \quad r = \frac{W_0}{m} \rho,$$

$$u_p = v_p \sqrt{\frac{m}{p_0 W_0}}, \quad \varphi_0(x) = \frac{p_0(x)}{p_0(x_0)}, \quad \varphi_p = \varphi(t, x_p),$$

$\theta$  — безразмерная массовая лагранжева координата:

$$\theta = \int_0^\chi r(\chi, 0) d\chi = \int_0^\xi r(\xi, \tau) d\xi,$$

$\xi = x/x_0$  — безразмерная пространственная координата;  $\chi$  — пространственная лагранжева координата ( $\chi = (x/x_0)|_{t=0}$  — положение точки в начальный момент времени ( $\xi|_{\tau=0} = \chi$ ,  $0 \leq \chi \leq 1$ ));  $q$  — массовая лагранжева координата.

В данной постановке трение поршня о стенки канала может быть учтено путем фиктивного увеличения его массы [13, 14].

Анализ задачи (2)–(5) показывает, что распределение скоростей вдоль оси трубы достаточно быстро становится линейным. Это позволяет использовать приближение однородной деформации [12, 13]

$$\xi = a(\tau)\chi, \quad u = \dot{a}(\tau)\chi,$$

где  $a(\tau)$  — некоторая функция времени; точка обозначает дифференцирование по  $\tau$ . В этом случае решение системы (2)–(5) имеет вид [13]

$$r(\chi, \tau) = r_0(\chi)/a(\tau); \quad (6)$$

$$\varphi(\chi, \tau) = \varphi_0(\chi)/a^k(\tau); \quad (7)$$

$$\ddot{a}(\tau)a^k(\tau) = \lambda > 0; \quad (8)$$

$$\varphi'_0(\chi) + \lambda\chi r_0(\chi) = 0. \quad (9)$$

Из уравнений (5), (8) находим  $\lambda = 1$ .

Решение системы (6)–(9) зависит от начального распределения  $r_0(\chi)$ . При постоянном распределении  $r_0(\chi)$ , которое имеет место в большей части практических задач, из уравнения (9) следует, что распределение давления по координате имеет квадратичный характер:

$$\varphi_0(\chi) = 1 + r_0(1 - \chi^2)/2.$$

Уравнение (8) имеет интеграл

$$u_p(\tau) = \dot{a}(\tau) = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left(1 - \frac{1}{a^{k-1}(\tau)}\right)}. \quad (10)$$

Общий интеграл полученного для  $a(\tau)$  уравнения имеет вид

$$a(\tau) F_h\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{k-1}, 1 - \frac{1}{k-1}, \frac{1}{a^{k-1}(\tau)}\right) = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(1 - 1/(k-1))}{\Gamma(1/2 - 1/(k-1))} + \sqrt{\frac{2}{k-1}} \tau, \quad (11)$$

где  $\Gamma(y)$  — гамма-функция Эйлера;  $F_h(a, b, c, y)$  — гипергеометрическая функция:

$$F(\alpha, \beta, \gamma, y) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left( \prod_{m=0}^{n-1} \frac{(m+\alpha)(m+\beta)}{m+\gamma} \right) y^n.$$

Особенность данного разложения заключается в том, что при  $m+\gamma = m+1-1/(k-1) = m + (k-2)/(k-1)$  существуют значения  $k = (m+2)/(m+1)$ , при которых знаменатель в выражении для функции  $F_h$  обращается в нуль:  $k = 1,50; 1,33; 1,25; 1,20$  и т. д. В этом случае решение уравнения (11) выражается более простыми зависимостями.

Исключая с помощью (7) функцию  $a(\tau)$  в решении (11), получаем

$$\begin{aligned} \left(\frac{\varphi_0(\chi)}{\varphi(\chi, \tau)}\right)^{1/k} F_h\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{k-1}, 1 - \frac{1}{k-1}, \left(\frac{\varphi(\chi, \tau)}{\varphi_0(\chi)}\right)^{(k-1)/k}\right) = \\ = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(1 - 1/(k-1))}{\Gamma(1/2 - 1/(k-1))} + \sqrt{\frac{2}{k-1}} \tau. \end{aligned}$$

Положению поршня соответствует координата  $\chi = 1$ , для которой

$$\frac{1}{\varphi_p^{1/k}} F_h\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{k-1}, 1 - \frac{1}{k-1}, \varphi_p^{(k-1)/k}\right) = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(1 - 1/(k-1))}{\Gamma(1/2 - 1/(k-1))} + \sqrt{\frac{2}{k-1}} \tau. \quad (12)$$

Решения задачи в виде (11), (12) представляют собой семейства однопараметрических кривых с параметром  $k$  (рис. 2).

1.2. *Численный метод решения.* В случае учета волновых движений газа рассматриваемая задача описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (ru) &= 0, & \frac{\partial}{\partial \tau} (ru) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\varphi + ru^2) &= 0, \\ \frac{\partial r}{\partial \tau} \left(r \left(\varepsilon + \frac{u^2}{2}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(ru \left(\varepsilon + \frac{u^2}{2}\right) + \varphi u\right) &= 0, & (13) \\ \varphi &= (k-1)r\varepsilon, & \frac{du_p}{d\tau} &= \varphi_p, \end{aligned}$$

где  $\varepsilon = em/(p_0 W_0)$  — безразмерная удельная внутренняя энергия;  $e$  — удельная внутренняя энергия газа.

На левой границе  $\xi = 0$  (дно трубы) ставится граничное условие непротекания, на правой границе  $\xi = 1$  (подвижный поршень) — условие равенства скоростей газа и поршня.

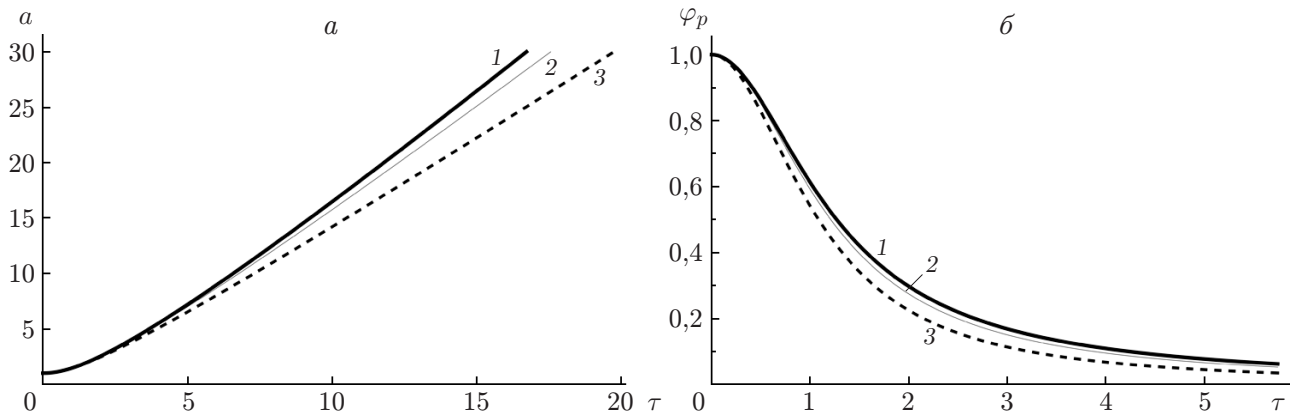


Рис. 2. Зависимости  $a(\tau)$  (а) и  $\varphi_p(\tau)$  (б), полученные при решении задачи о газодинамическом разгоне тела для различных газов:  
 1 —  $\text{CO}_2$  ( $k = 1,3$ ), 2 — воздух,  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{CO}$  ( $k = 1,4$ ), 3 —  $\text{He}$  ( $k = 1,67$ )

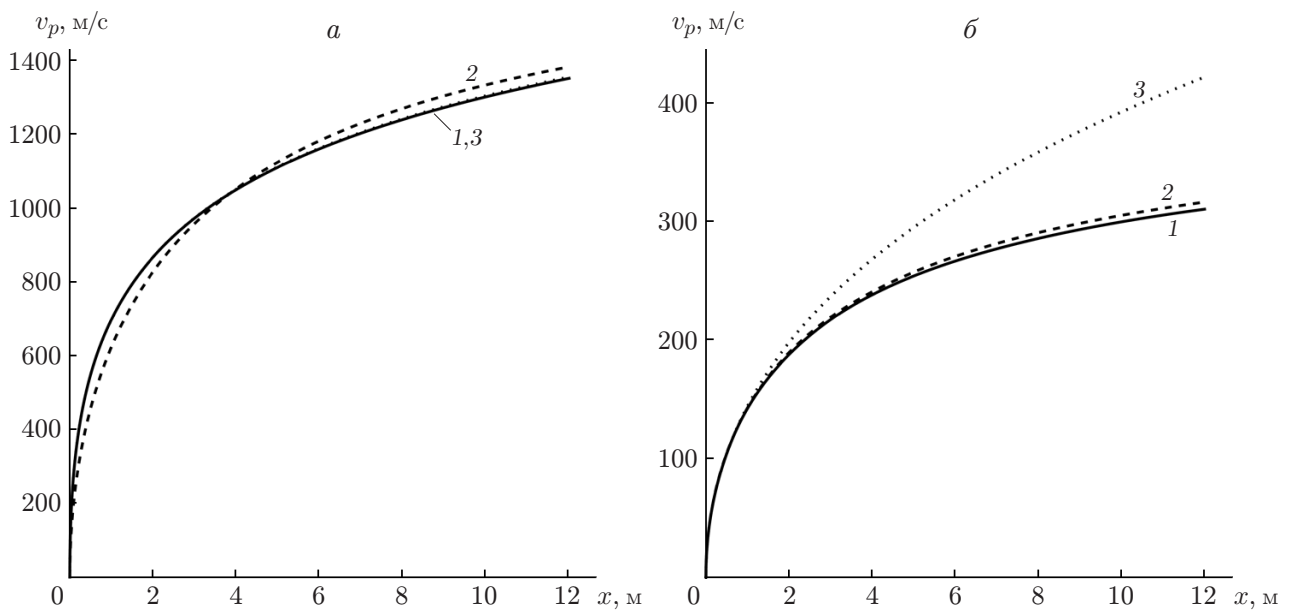


Рис. 3. Распределения скорости поршня по длине канала, полученные различными методами:  
 а —  $m = 0,1$  кг ( $\mu = 0,2$ ,  $\eta = 21,3\%$ ); б —  $m = 4,81$  кг ( $\mu = 10$ ,  $\eta = 45\%$ ); 1 — численный метод, 2 — расчет по формуле (10), 3 — расчет без учета отраженной волны

Система (13) решается численно с помощью двухшаговой схемы предиктор-корректор на подвижной сетке. При этом задача о распаде разрыва решается с использованием процедуры AUSM+ [15].

1.3. *Верификация методов расчета.* В работах [8, 9] рассмотрена модельная сверхзвуковая баллистическая установка калибром 50 мм с длиной ствола 12 м для метания тела массой 0,1 кг. В качестве рабочего тела рассматривается гелий с параметрами  $T_0 = 300$  К,  $p_0 = 3 \cdot 10^7$  Па. Объем камеры равен  $0,01$  м<sup>3</sup>. На рис. 3 показаны результаты решения задачи с помощью трех методов расчета: аналитического метода без учета отраженной волны (область простых волн) [1]; метода с использованием формулы (10) и метода численного решения системы (13) при различных значениях  $m$ . Видно, что для поршней малой

Результаты расчетов и экспериментов

$p_0$ , МПа	$m$ , кг	$\mu$	$v_{pэ}$ , М/с	$\etaэ$ , %	$v_{p1}$ , М/с	$v_{p2}$ , М/с	$v_{p3}$ , М/с
4,0	42,5	1,57	193	13,9	191	195	187
4,0	32,5	1,20	216	13,3	212	217	209
4,0	27,0	1,00	233	12,8	227	233	223
5,0	27,0	0,80	256	12,4	246	252	243
7,8	27,0	0,51	306	11,4	287	292	289

Примечание.  $v_{pэ}$  — экспериментальное значение скорости;  $\etaэ$  — экспериментальное значение КПД;  $v_{p1}$  — скорость без учета отраженной волны;  $v_{p2}$  — скорость, вычисленная по формуле (10);  $v_{p3}$  — скорость, полученная в результате численного решения системы (13).

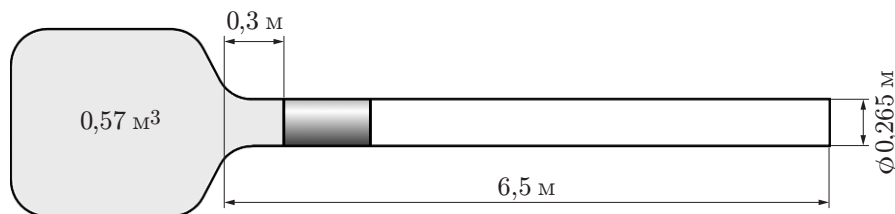


Рис. 4. Схема дозвуковой газодинамической метательной установки

массы ( $\mu \ll 1$ ) результаты расчета без учета отраженной волны близки к результатам расчетов, полученным двумя другими методами. Это объясняется тем, что отраженная от дна канала волна в относительно коротком стволе не успевает догнать легкий поршень. Однако данная формула непригодна для относительно тяжелых снарядов, в то время как результаты расчета по формуле (10) являются удовлетворительными в обоих случаях. Результат, полученный путем численного решения, также хорошо согласуется с численным решением рассматриваемой задачи в двумерной постановке [8].

В таблице приведены значения скоростей метаемого тела на выходе из ствола, вычисленные по трем моделям, и экспериментальные данные, полученные на дозвуковой метательной установке [4], схема которой представлена на рис. 4. Длина ствола равна 6,5 м, калибр — 265 мм, поршень расположен на расстоянии от диафрагмы, равном 0,3 м. В качестве рабочего газа использовался азот, охлажденный до температуры 283 К, объем камеры составлял 0,57 м<sup>3</sup>. Давление воздуха на выходе из ствола приблизительно равно 10<sup>5</sup> Па, температура — 300 К.

Из рис. 4 следует, что в данном случае результаты расчетов по трем указанным методам достаточно близки. Это объясняется тем, что выбранным параметрам соответствует значение  $\mu \approx 1$ . При этом аналитические методы не учитывают начальный объем между поршнем и диафрагмой.

**2. Энергетическая эффективность одноступенчатого процесса разгона поршня.** Для достижения оптимального сочетания параметров баллистических установок решались две задачи: 1) обеспечение наибольшей скорости метания тела заданной массы при ограничении на максимально возможное давление в ресивере; 2) достижение требуемой скорости метания тела заданной массы при наибольшей энергетической эффективности системы.

Из уравнения (10) следует, что в приближении однородной деформации КПД системы определяется следующим образом:

$$\eta(\tau) = \frac{k-1}{2} u_p^2 = 1 - \frac{1}{a^{k-1}(\tau)}. \quad (14)$$

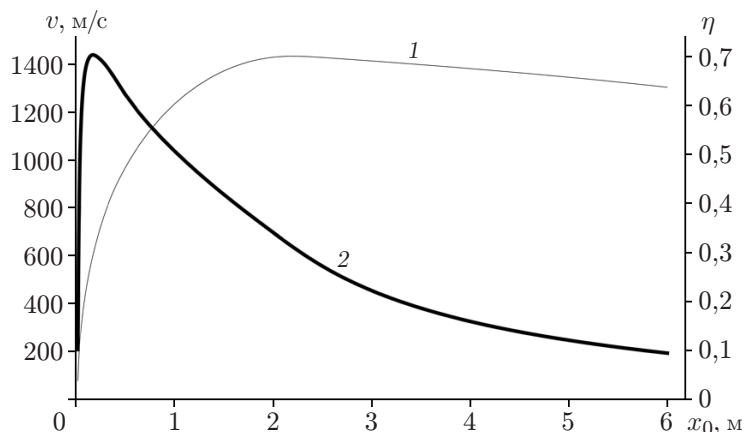


Рис. 5. Зависимости скорости (1) и КПД (2) от длины ресивера

Таким образом, при заданном  $k$  КПД зависит не от скорости, а от того, сколько длин камеры укладывается на длине трубы. Поэтому КПД при использовании коротких камер и длинных труб независимо от скорости поршня стремится к максимальному значению.

Исследуем решение модельной задачи с параметрами, выбранными для рассмотренной выше сверхзвуковой установки, при давлении в ресивере не более 50 МПа. Определим объем ресивера, необходимый для обеспечения максимальной скорости (поскольку максимальная скорость всегда достигается при наибольшем давлении в ресивере, равном 50 МПа) и максимального КПД.

Зависимости скорости метаемого элемента на выходе из ствола и КПД от длины ресивера показаны на рис. 5. Видно, что обе функции имеют максимумы на рассматриваемом интервале изменения длины ресивера, однако они не совпадают: максимальное значение КПД, как следует из формулы (14), соответствует более короткой камере. В этом случае в результате решения задачи получено значение максимальной скорости, равное 1433 м/с. Этому значению скорости соответствует КПД  $\eta = 0,32$ .

При уменьшении максимального давления в ресивере незначительно уменьшается длина камеры, соответствующей максимальному значению скорости поршня на выходе из ствола и максимальному КПД.

Из результатов анализа зависимостей скорости поршня на выходе из ствола и КПД от объема ресивера следует, что максимальное значение КПД достигается при достаточно малом объеме ресивера и малой скорости метаемого тела. Увеличение объема ресивера не приводит к увеличению скорости на выходе из ствола, и КПД уменьшается. Таким образом, оптимизировать параметры баллистических установок по КПД нерационально и требование увеличения КПД противоречит требованию повышения скорости тела на выходе из ствола.

Компромиссным вариантом является уменьшение выходной скорости до значения, равного 1174 м/с (82 % максимально достижимой скорости), при этом значение КПД равно 0,5.

**3. Выводы.** В результате математического моделирования процесса газодинамического разгона тела в стволе получено частное аналитическое решение, позволяющее рассчитывать параметры одноступенчатых газодинамических метательных установок, не решая основные уравнения. Полученное решение является однопараметрическим и более удобным для анализа, чем двухпараметрическое решение [1], которое можно найти путем многократного численного решения системы газодинамических уравнений.



Анализ поведения зависимостей КПД и скорости метаемого тела на выходе из ствола от длины ресивера показал, что максимальное значение КПД соответствует очень малому объему ресивера и слабо зависит от достигаемой скорости метаемого тела. Таким образом, использование КПД в качестве единственного критерия оптимальности режима разгона тела неэффективно, в то время как сочетание двух критериев (КПД и скорости на выходе из ствола) позволяет получить приемлемые значения КПД при достаточно больших скоростях на выходе из ствола.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Златин Н. А.** Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях / Н. А. Златин, А. П. Красильщиков, Г. И. Мишин, Н. Н. Попов. М.: Наука, 1974.
2. **Герасимов А. В., Пашков С. В., Христенко Ю. Ф.** Защита космических аппаратов от техногенных и естественных осколков: эксперимент и численное моделирование // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2011. № 4. С. 70–78.
3. **Horák V., Do Duc L., Vitek R., et al.** Prediction of the air gun performance // Adv. Military Technol. 2014. V. 9, N 1. P. 31–44.
4. **Johnston A., Krishnamoorthy L. V.** A numerical simulation of gas gun performance: Rep. / Defence Sci. and Technol. Org. N DSTO-TN-080. Edinburg, 2008.
5. **Ryan W., Karhi R. W., Wetz D. A., et al.** Theoretical and experimental analysis of breech fed and 40-distributed energy stage plasma arc railguns // IEEE Trans. Plasma Sci. 2012. V. 40, N 10. P. 2637–2645.
6. **Putzar R., Schaefer F.** Concept for a new light-gas gun type hypervelocity accelerator // Intern. J. Impact Engng. 2016. V. 88. P. 118–124.
7. **Plassard F., Mespoulet J., Hereil P.** Analysis of a single stage compressed gas launcher behaviour: from breech opening to sabot separation // Proc. of the 8th Europ. LS-DYNA users conf., Strasbourg, 23–24 May 2011. S. 1.: Livermore Software Technol. Corp., 2011. V. 8. P. 1–11.
8. **Moradi A., Ahmadikia H.** One-dimensional and axisymmetric numerical simulation of a single-stage gas gun // Adv. Theor. Appl. Mech. 2011. V. 4, N 3. P. 101–111.
9. **Moradi A., Khodadadiyan S.** Study of real gas behavior in a single-stage gas gun // Intern. J. Mech. Mechatron. Engng. 2011. V. 5, N 6. P. 948–952.
10. **Булович С. В., Петров Р. Л.** Пневматический разгон поршня в стволе // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, вып. 16. С. 12–18.
11. **Голубятников А. Н.** К оптимальной постановке газодинамической задачи Лагранжа // Вестн. Моск. гос. ун-та. Математика. Механика. 1995. № 6. С. 59–61.
12. **Пилюгин Н. Н., Леонтьев Н. Е., Голубятников А. Н.** Методы повышения эффективности легкогазовых установок // Успехи механики. 2003. Т. 2, № 2. С. 97–124.
13. **Голубятников А. Н., Леонтьев Н. Е.** К оптимизации решения задачи Лагранжа по начальным данным // Тр. Мат. ин-та им. М. В. Стеклова. 1998. Т. 223. С. 118–122.
14. **Иоселевич В. А., Пилюгин Н. Н., Чернявский С. Ю.** О влиянии трения на движение поршня под действием продуктов горения // ПМТФ. 1978. № 5. С. 73–79.
15. **Быков Н. В., Нестеренко Е. А.** Математическое моделирование и визуализация внутрикамерных процессов в баллистических установках с гидродинамическим эффектом // Науч. визуализация. 2015. Т. 7, № 1. С. 65–77.

*Поступила в редакцию 9/VIII 2018 г.,  
после доработки — 9/VIII 2018 г.  
Принята к публикации 3/IX 2018 г.*