

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1959.
2. Леонтьев А. И., Кирдяшкин А. Г. Теплообмен при свободной конвекции в горизонтальных щелях и большом объеме над горизонтальной поверхностью. — ИФЖ, 1965, т. 9, № 1.
3. Кирдяшкин А. Г. Трение и теплообмен при тепловой гравитационной конвекции в поле центробежных сил. Дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1966.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
5. Бурдуков А. П., Кувшинов Г. Г. Исследование механизма кипения электродиффузионным методом. — В кн.: Интенсификация теплообмена в энергетической аппаратуре. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1977.
6. Бурдуков А. П., Кувшинов Г. Г., Пакомяков В. Е. Особенности теплообмена при пузырьковом кипении недогретой жидкости в большом объеме при субатмосферных давлениях. — В кн.: Теплопередача при кипении и конденсации. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1978.

УДК 533.6.011

К ВОПРОСУ ОПТИМИЗАЦИИ СЖАТИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ МАССЫ ГАЗА

В. И. Косарев, А. М. Свалов

(Москва)

В исследовании процессов горения одной из основных проблем является проблема достижения условий зажигания, при которых температура и плотность горючей среды достаточно велики, чтобы реакция горения, начавшись, могла эффективно продолжаться. Из условий зажигания следуют необходимые требования, налагаемые на характеристики источника энергии, инициирующего реакцию. Описание процессов, происходящих при горении, требует учета различных физических факторов — теплопроводности, эффектов вырождения, излучения и т. д., а также того обстоятельства, что сжимаемое вещество может представлять собой двухкомпонентную среду — плазму; поэтому аналитическое изучение задачи в полном объеме практически невозможно, что заставляет расчленять задачу на части, каждая из которых может быть описана уже более простой математической моделью с последующей численной проверкой границ допустимости упрощающих предположений. Так, процесс сжатия вещества удовлетворительно описывается действием поршня на идеальную сжимаемую жидкость [1—7], при этом эффективность сжатия при-

нято характеризовать величиной $\langle \rho R \rangle = \int_0^R \rho dr$, где ρ — плотность сжи-

маемой среды. Целесообразно разделить исследуемые решения на две группы: к первой отнести решения, в которых величина $\langle \rho R \rangle$ достигает требуемых значений при использовании постоянных начальных данных [1—3], а к другой группе отнести все остальные решения. Требование простоты начальных распределений гидродинамических функций имеет под собой естественную основу — возможность практической реализации предлагаемых схем имеющимися в распоряжении средствами. Однако представляется необходимым, учитывая рост технических возможностей, а также некоторые преимущества решений второй группы, изучать все схемы, обеспечивающие достижение высоких значений $\langle \rho R \rangle$. В [7] показано, что при специальных распределениях начальных значений существуют решения, которые обладают следующим свойством: в некоторый момент времени значение $\langle \rho R \rangle$ достигает бесконечности при конечной массе сжимаемого вещества и конечной энергии, затраченной на сжатие, в то время как использование схемы сжатия с однородной деформацией [4—6] приводит к линейной (при $\gamma = 5/3$) зависимости функции $\langle \rho R \rangle$

от вложенной энергии. В окрестности начала координат указанные в [7] решения являются автомодельными и удовлетворяют системе обыкновенных дифференциальных уравнений [8]. Здесь укажем лишь, что эта система зависит от двух параметров κ и δ , а искомые функции представляются в виде

$$u = \frac{r}{t} V(\lambda), \quad \rho = \frac{a}{r^{k+3} t^s} R(\lambda), \quad p = \frac{a}{r^{k+1} t^{s+2}} P(\lambda),$$

$$\lambda = r/(bt^\delta), \quad z(\lambda) = \gamma P(\lambda)/R(\lambda), \quad \kappa = (s + 2 + \delta(k + 1))/\gamma,$$

где u , ρ , p — скорость, плотность и давление частицы; r , t — пространственная и временная координаты; a , b , k , s , κ , δ — произвольные константы.

В [7] определены значения параметров κ и δ , при которых существуют автомодельные решения, обладающие указанным выше свойством. Обеспечивая как угодно большие значения показателя эффективности сжатия $\langle \rho R \rangle$ для конечной сжимаемой массы при конечных затратах энергии, решения из этого класса являются оптимальными по энергетическим затратам сравнительно с иными типами решений, приводящими к сверхвысокому сжатию.

Естественно возникает вопрос о том, как повлияет на характер сжатия учет сопутствующих физических явлений, таких как теплопроводность и т. д. Поскольку аналитический учет этих факторов затруднен, были проведены численные исследования схем сжатия, в основе которых лежат указанные решения. Дополнительная цель численных расчетов состояла в том, чтобы изучить влияние на эффективность сжатия особенностей начального распределения, закона движения сжимающего поршня.

В конечном счете авторы исходили из того, что численные эксперименты позволят оценить практическую значимость автомодельного режима сжатия, ибо, если отступления от него за счет ли учета дополнительных физических факторов или из-за нарушения требуемых начальных распределений приведут к заметному снижению эффективности сжатия, это будет свидетельствовать об исключительном характере данного автомодельного режима, о слабой его устойчивости и трудности его реализации.

Для численного исследования было выбрано решение, описывающее сжатие сплошной мишени. Этому решению отвечает интегральная кривая в плоскости автомодельных переменных (z, V) , проходящая через две особые точки, описание которых приведено в [7].

Численное решение задачи сводилось к следующему:

— интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, которым удовлетворяет автомодельное решение, с целью вычисления начальных распределений газодинамических функций. При этом в окрестности особых точек используются асимптотические формулы [7] для искомого решения;

— расчет траектории и условий на поршне, замыкающих задачу для уравнений газовой динамики в лагранжевых переменных;

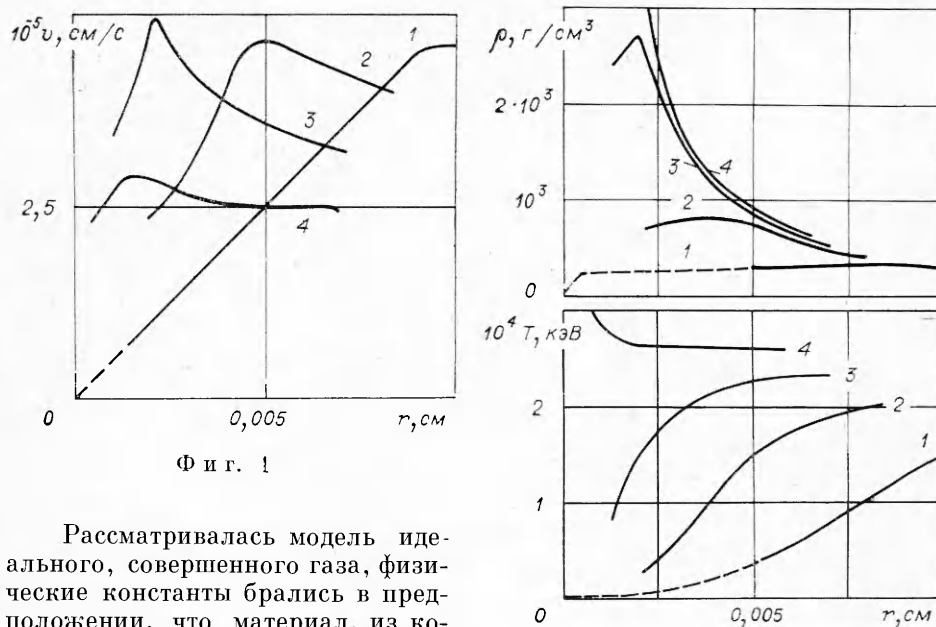
— численное решение последней задачи, т. е. интегрирование системы уравнений в частных производных.

Как известно, автомодельное решение определяет некоторый класс, состоящий из бесконечного множества решений. Расчеты проводились для случаев, которым соответствуют следующие конкретные масштабы изучаемого процесса сжатия:

$$(A) \begin{cases} R_0 = 10^{-2} \text{ см} — \text{начальный радиус сжимаемой мишени,} \\ \tau = 10^{-8} \text{ с} — \text{время, по истечении которого достигается} \end{cases}$$

коллапс в автомодельном решении (при этом характерные масштабы иных газодинамических параметров таковы: плотность $\rho \sim 10^2$ г/см³, температура $T \sim 10^{-4}$ кэВ, скорость $u \sim 10^5$ см/с);

$$(B) R_0 = 10^{-2} \text{ см}, \tau = 10^{-10} \text{ с} (\rho \sim 1 \text{ г/см}^3, T \sim 1 \text{ кэВ}, u \sim 10^7 \text{ см/с}).$$



Ф и г. 1

Рассматривалась модель идеального, совершенного газа, физические константы брались в предположении, что материал, из которого изготовлена сфера, — ДТ.

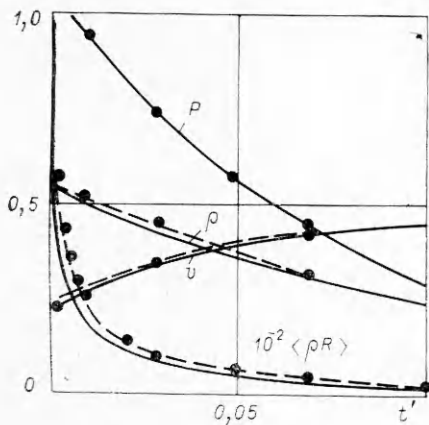
Приведем отдельные результаты выполненных расчетов. На фиг. 1 показаны распределения газодинамических параметров в начальный и последующие моменты времени ($t = 0; 0,52 \cdot 10^{-8}; 0,81 \cdot 10^{-8}; 0,99 \cdot 10^{-8}$ с — кривые 1—4 соответственно). Следует отметить, что при подобающем выравнивании порядков расчетные величины для случаев (А) и (Б) становятся неразличимыми и на графиках изображаются одними кривыми.

Это, очевидно, означает, что вычисляемое решение детально (в каждый момент времени и в каждой точке) носит автомодельный характер. Проведенные расчеты показали, однако, что для сохранения автомодельности сжатия важнейшее значение имеют особенности начальных распределений в окрестности центра сжимаемой сферы, показанные штриховой частью кривых 1 на фиг. 1. Указанные особенности учитывались посредством вычисления начальных значений по асимптотическим формулам [7] в тридцати расчетных точках, примыкающих к центру, при общем количестве счетных узлов, равном 60.

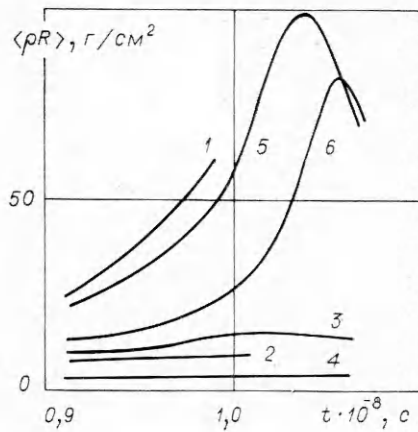
На фиг. 2 иллюстрируются условия на «поршне» — внешней границе расчетной области. Здесь t' — «автомодельное» (обращенное) время. Масштабы приведенных на графике величины имеют относительный характер. На этом же графике показана результирующая зависимость $\langle \rho R \rangle$ для автомодельного режима. Точками отмечены результаты численного решения уравнений газодинамики. В расчетных данных, разумеется, не достигается бесконечное сжатие. Максимальное значение отношения $\langle \rho R \rangle$ к начальной величине равно ≈ 60 . Тем не менее очевидно соответствие численного и автомодельного решений как по интегральной характеристике $\langle \rho R \rangle$, так и по параметрам на поршне.

Одним из основных результатов проведенных расчетов является проверка влияния теплопроводности на изучаемые режимы сжатия. Учет переноса тепла производился в соответствии с моделью [9], коэффициент теплопроводности рассматривался как степенная функция температуры.

Выяснилось, что результаты — распределения газодинамических параметров — остаются прежними (см. фиг. 1) даже в случае (Б), когда характерные значения температуры достаточно велики, т. е. изучаемый автомодельный режим определяется главным образом гидродинамикой в достаточно широком диапазоне масштабов процесса: (А), (Б). В принципе этот вывод являлся ожидаемым: опираясь на приведенные масштабы, легко получить грубую оценку значимости отдельных членов в уравнениях, списывающих исследуемые явления. Из этой оценки вытекает ука-



Фиг. 2

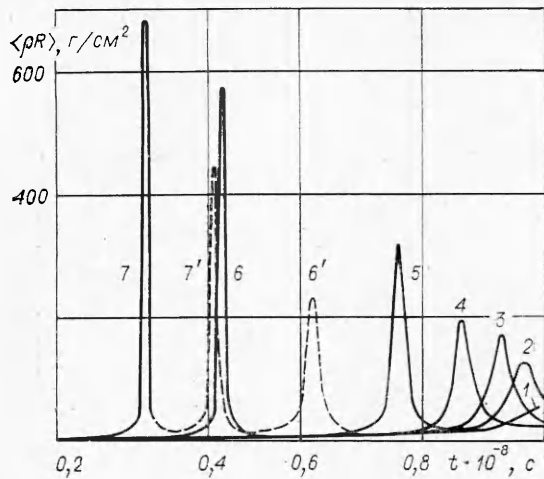


Фиг. 3

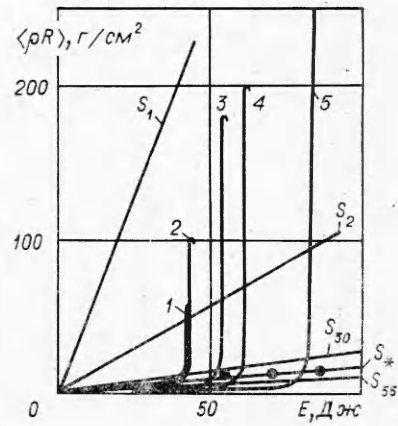
занный вывод. Численные результаты подтверждают его правильность в условиях сильной нелинейности реального процесса теплопереноса.

Последующие результаты относятся к исследованию влияния на характеристики сжатия начальных распределений и условий на поршне, отличающихся от автомодельных.

На фиг. 3 приведены зависимости параметра $\langle \rho R \rangle$ от времени для различных начальных условий: ρ_k^0, T_k^0, v_k^0 (индекс k означает, что речь идет о распределении начальных значений по ячейкам разностной сетки). Варьировались также значения давления на поршне P_Γ , которое служит граничным условием при решении уравнений газовой динамики. Кривые, приведенные на фиг. 3, отвечают следующим значениям указанных параметров: 1 — начальные значения и давление на поршне соответствуют автомодельному режиму сжатия; 2 — $T_k^0 = 10^{-4}$ кэВ, $\rho_k^0 = 250$ г/см³, v_k^0 и P_Γ соответствуют автомодельному сжатию; 3 — $T_k^0 = 10^{-4}$ кэВ, $\rho_k^0 = 250$ г/см³, v_k^0 из автомодельного решения, $P_\Gamma = P_* = 5,37 \cdot 10^9$ Па; 4 — T_k^0 и ρ_k^0 из автомодельного решения, $v_k^0 = 0$, $P_\Gamma = P_*$; 5 — $T_k^0 = 10^{-4}$ кэВ при $k \geq 25$ (для $k < 25$ автомодельное распределение), $\rho_k^0 = 250$ г/см³, v_k^0 соответствует автомодельному режиму, $P_\Gamma = P_*$; 6 отличается от 5 только начальным распределением температуры: $T_k^0 = \{10^{-5}$ кэВ при $k < 25$, 10^{-4} кэВ при $k \geq 25\}$. (Значение используемого здесь в качестве граничного давления $P_* = 5,37 \cdot 10^9$ Па выбрано таким образом, что работа, совершаемая при этом поршнем, т. е. вложенная извне энергия, равна соответствующей работе при автомодельном сжатии.) Результаты с очевидностью свидетельствуют о существенном влиянии на эффективность сжатия особого характера начальных распределений в окрестности центра сжимаемой сферы. С другой стороны, видно, что при сохранении автомодельного начального распределения скорости моделирование начальных значений температуры простой ступенчатой функцией при равномерно распределенной начальной плотности приводит к высокой результирующей эффективности сжатия, что представляет определенный интерес в свете сделанного выше замечания о возможности практической реализации тех или иных схем сжатия. На фиг. 4 показаны зависимости $\langle \rho R \rangle$ от времени для различных значений давления па поршне (1 — автомодельный режим сжатия; $P_\Gamma = 6,63 \cdot 10^9$; $8,0 \cdot 10^9$; $10,0 \cdot 10^9$; $15,0 \cdot 10^9$; $50,0 \cdot 10^9$; $100,0 \cdot 10^9$ Па — кривые 2—7 соответственно, 6', 7' — продолжение кривых 6, 7 при больших значениях t . Начальные значения для всех случаев распределены по автомодельному закону). Характерно, что степень сжатия во всех представленных режимах достигает в определенный момент времени максимального и весьма большого по величине значения. С ростом внешнего давления максимум $\langle \rho R \rangle$ заметно растет, что связано, очевидно, с увеличиваю-



Фиг. 4



Фиг. 5

щимся энергоскладом в мишень за счет внешних, сжимающих сил. При $P_r = 15; 50; 100 \cdot 10^9$ Па наблюдается образование второго максимума, обусловленного ударным характером сжатия в этих случаях.

Полученные результаты позволяют сделать определенные выводы относительно влияния энергосклада на эффективность сжатия в изучаемых режимах. На фиг. 5 приведена зависимость тех же величин $\langle \rho R \rangle$ от вкладываемой в мишень энергии (I — автомодельное сжатие; $P_r = 5,37 \cdot 10^9; 8,0 \cdot 10^9; 10,0 \cdot 10^9; 15,0 \cdot 10^9$ Па — кривые 2—5 соответственно). Характерной особенностью исследуемого автомодельного решения является наличие резкого пика в распределении $\langle \rho R \rangle$ при некотором значении энергии (теоретически величина $\langle \rho R \rangle$ должна достигать бесконечности в этой точке). Эта особенность сохраняется и при постоянном давлении на поршне, при автомодельных начальных распределениях функций, изменяется лишь максимальное значение $\langle \rho R \rangle$ и точка, в которой оно достигается.

Отметим здесь, что для некоторых точных решений уравнений газовой динамики можно в явном виде выразить функцию $\langle \rho R \rangle(E)$. Например, для решений с однородной информацией, применяемых при моделировании явлений сжатия (4—6), эта функция линейна. Для случая, изучаемого в [6], она имеет вид ($\gamma = 5/3$)

$$(1) \quad \langle \rho R \rangle = \frac{1}{4(18\pi)^{1/3}} \frac{E}{SM^{2/3}}$$

Линейный вид функция $\langle \rho R \rangle(E)$ сохраняет и при использовании приближенного описания процесса сжатия формулами адиабатического однородного течения:

$$(2) \quad \langle \rho R \rangle = \left(\frac{2}{9\pi}\right)^{1/3} \frac{E}{SM^{2/3}}$$

Здесь E , M , S — энергия, масса и энтропийная функция ($S = P/\rho^\gamma$) мишени.

Как и следовало ожидать, степень сжатия характеризуется энтропией системы, и в пределе сжатие может быть сколь угодно высоким при конечной энергии системы, если $S = 0$. Особенность исследуемых в данной работе решений заключается в том, что функция S действительно обращается в нуль, но в единственной точке — центре мишени, оставаясь в среднем по массе конечной величиной. На фиг. 5 изображены прямые, дающие зависимость (2) для разных значений S (индекс указывает номер расчетной ячейки, которой отвечает это значение); точками выделена прямая, соответствующая среднему по массе значению S изучаемого решения. Как видно из приведенной выше формулы (1), коэффициент при E

для сжатия с однородной деформацией ниже примерно в 6,35 раза коэффициента в (2). Таким образом, если допускать возможность создания произвольных начальных данных, исследованные автомодельные решения описывают более экономичную по энергетическим затратам сравнительно с [4—6] схему сжатия, приводящую к требуемому значению эффективности сжатия.

Указанным свойством обладают также изученные в данной работе решения, близкие к автомодельным: с более простыми, нежели автомодельное, начальными распределениями, с постоянным давлением на сжимающем поршне.

В заключение авторы выражают искреннюю признательность Н. В. Пулькиной за помощь в проведении расчетов.

Поступила 7 VII 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Забабахин П. Б., Симоненко В. А. Сферическая центрированная волна сжатия. — ПММ, 1978, т. 42, № 3.
2. Каждан Я. М. К вопросу об адиабатическом сжатии газа под действием сферического поршня. — ПМТФ, 1977, № 1.
3. Анисимов С. П., Иванов М. Ф., Иногамов Н. А. Динамика лазерного сжатия и нагревания простых мишеней. Препринт ИТФ АН СССР, 1977.
4. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. Автомодельный режим сжатия конечной массы плазмы. — ДАН СССР, 1974, т. 248, № 6.
5. Kidder R. E. Theory of homogeneous isentropic compression and its application to laser fusion. — Nuclear fusion, 1974, vol. 14, N 1.
6. Демченко В. В. Сравнительное исследование некоторых процессов сжатия. — ЖВММФ, 1979, т. 19, № 2.
7. Свалов А. М. К вопросу о сжатии сферических мишеней. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 3.
8. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972.
9. Спитцер Л. Физика полностью ионизированного газа. М.: Мир, 1965.

УДК 533.6.011.8

ТЕЧЕНИЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ДЛИННОМ ОГРАНИЧЕННОМ КРУГЛОМ КАПИЛЛЯРЕ

И. Г. Неудачин, К. Черчиньяни

(Свердловск, Милан)

Течение Пуазейля в круглом капилляре неограниченной длины исследовалось численными [1] и вариационными методами [2, 3]. Работы по этой проблеме часто публикуются в трудах конференций по динамике разреженного газа (см., например, 4). Реально длина канала ограничена. В этом случае, как правило, рассматриваются частные задачи о течении газа в свободномолекулярном [5] и вязком режимах [6]. Поэтому представляет интерес решение задачи во всем диапазоне чисел Кнудсена Kn ($Kn = \lambda_1/r$, отношение средней длины свободного пробега молекул λ_1 к радиусу капилляра r).

Проблема несколько упрощается, если предположить, что канал длинный: отношение длины капилляра к его радиусу $L_1 = l/r \gg 1$. В качестве исходного уравнения для функции распределения молекул по скоростям выбрано уравнение БГК [7]. Решается линеаризованная задача путем сведения исходного уравнения к интегральному уравнению Фредгольма для средней скорости молекул. Решение последнего находится методом Галеркина [8, 9].

1. Пусть газ перетекает из первого сосуда во второй. Температуры газа в сосудах одинаковы, числовые плотности отличаются незначительно. Ось z ориентируем по направлению течения газа, как показано на фиг. 1. Оси x и y расположим в плоскости среднего поперечного сечения канала. Начало координат находится в центре капилляра.

Примем в качестве масштабов величины

$$r, n_1, h^{1/2} = (2RT_1)^{1/2}, T_1, n_1 h^{-3/2}, \eta_1 = n_1 m v \lambda_1 / 2$$