

О ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

В. М. Бобылев
(Москва)

При исследовании нестационарного горения пороха [1] целесообразно использование хорошо разработанных и практически удобных методов теории автоматического регулирования. В настоящей работе указанные методы используются применительно к задаче динамической устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме. Аналитически эта задача при условии постоянства температуры горячей поверхности пороха впервые исследована Я. Б. Зельдовичем [2], а с учетом переменной температуры поверхности — Б. В. Новожиловым [3]. Приближенное аналитическое исследование динамики температуры поверхности при горении пороха в полузамкнутом объеме выполнено С. Д. Гришиным и И. И. Подтынковым [4].

В первом приближении изменение давления в камере полузамкнутого объема, содержащего горячий порох, при малых отклонениях координат, в условиях критического или сверхкритического истечения из сопла и без учета влияния скорости движения газов в камере будет описываться линейным дифференциальным уравнением

$$(T_k s + 1) x_p = x_u - x_\sigma, \quad (1)$$

где $x_p = \frac{\Delta p}{p_0}$, $x_u = \frac{\Delta u}{u_0}$ и $x_\sigma = \frac{\Delta \sigma}{\sigma_0}$ — безразмерные отклонения от стационарных значений соответственно: давления в камере p , скорости горения u и площади критического сечения сопла σ ; $T_k = \frac{V}{A f \sigma}$ — постоянная времени камеры; V — свободный объем камеры, A — коэффициент истечения, f — «сила пороха», s — оператор дифференцирования.

На основании уравнения (1) передаточные функции давления в камере по скорости горения и площади критического сечения сопла имеют вид

$$W_{ku}(s) = \frac{x_p}{x_u} = \frac{1}{T_k s + 1}, \quad W_{k\sigma}(s) = \frac{x_p}{x_\sigma} = \frac{-1}{T_k s + 1}. \quad (2)$$

(Здесь под переменными x_p , x_u , x_σ понимаются их изображения.)

Используя передаточные функции (2) с учетом нестационарной зависимости скорости горения пороха от давления можно получить систему уравнений динамики давления в камере:

$$\begin{aligned} x_p &= \frac{1}{T_k s + 1} (x_u - x_\sigma), \\ x_u &= W_{up}(s) x_p. \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 1 приведена структурная схема динамики изменения давления при горении пороха в камере с соплом, построенная на основании системы (3). Передаточные функции (2) самого полузамкнутого объема (камеры) характеризуют его с точки зрения динамических свойств как устойчивое апериодическое звено, однако наличие в рассматриваемой замкнутой динамической системе положительной обратной связи по скорости горения приводит к тому, что устойчивость данной системы становится зависимой от вида и параметров передаточной функции $W_{up}(s)$.

В линейном приближении передаточная функция скорости горения имеет вид [1]

$$W_{up}(s) = \frac{\frac{\nu}{1-k} \left(\frac{\delta}{\nu} W_{\varphi}(s) + 1 \right)}{\frac{k}{1-k} \frac{\left(\frac{r}{k} T_{\varphi} s + 1 \right)}{T_{\varphi} s} W_{\varphi}(s) + 1}, \quad (4)$$

где

$$W_{\varphi}(s) = \frac{\sqrt{4T_{\varphi}s + 1} - 1}{2}; \quad r = \left(\frac{\partial \tilde{T}_k}{\partial \tilde{T}_0} \right)_{p_0}; \quad \mu = \frac{1}{(\tilde{T}_k - \tilde{T}_0)} \left(\frac{\partial \tilde{T}_k}{\partial \ln p} \right)_{\tilde{T}_0}$$

$\delta = \nu r - \mu k$; $T_{\varphi} = \frac{x}{u_0^2}$ — постоянная времени прогретого слоя пороха;

x — коэффициент температуропроводности; \tilde{T}_k — температура поверхности горения; \tilde{T}_0 — начальная температура пороха.

Исходя из приведенной схемы (см. рис. 1), используя методы структурных преобразований [4], можно получить передаточную функцию замкнутой системы

$$W_{p\sigma}(s) = \frac{-1}{T_k s - W_{up}(s) + 1}. \quad (5)$$

Устойчивость рассматриваемой динамической системы определяется соотношением ее параметров, обуславливающими отрицательность вещественных частей всех корней характеристического уравнения системы

$$T_k s - W_{up}(s) + 1 = 0. \quad (6)$$

Для получения условий устойчивости горения пороха в полужамкнутом объеме можно воспользоваться разработанным Б. В. Новожиловым [3] аналитическим методом, позволяющим получить условие устойчивости с любой степенью точности, ограничиваемой лишь точностью исходных данных. Однако практическое применение указанного метода связано с достаточно большой расчетной работой.

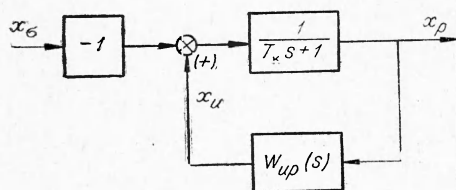


Рис. 1. Структурная схема динамики процесса горения пороха в полужамкнутом объеме.

Менее трудоемким представляется графоаналитический метод, основанный на использовании логарифмических частотных характеристик [5], скорости горения и полужамкнутого объема. Частотные характеристики скорости горения представляют собой реакцию скорости горения на гармоническое изменение давления и могут быть определены либо экспериментально, либо аналитически [1]. Частотные же характеристики полужамкнутого объема являются характеристиками типового апериодического звена. Для их построения разработаны специальные таблицы и шаблоны [6].

В рассматриваемом случае, когда разомкнутая система устойчива (что означает устойчивость горения при постоянном давлении), условия

ми нахождения замкнутой системы на границе устойчивости будут значения амплитудной и фазовой частотных характеристик разомкнутой системы

$$L_{\text{раз}}(\omega_1) = 0, \quad \theta_{\text{раз}}(\omega_1) = -\pi,$$

где ω_1 — некоторое значение частоты. На этом основании отношение постоянных времени $\left(\frac{T_k}{T_\varphi}\right)_{\text{пр}}$, соответствующее пределу устойчивого горения, можно найти путем определения общего значения частоты ω_1 , при котором происходит пересечение как амплитудных, так и фазовых частотных характеристик $L_{\text{ир}}(\omega)$ и $\theta_{\text{ир}}(\omega)$ скорости горения с характеристиками $L_k(\omega)$ и $\theta_k(\omega)$ камеры полужамкнутого объема, взятыми с обратными знаками.

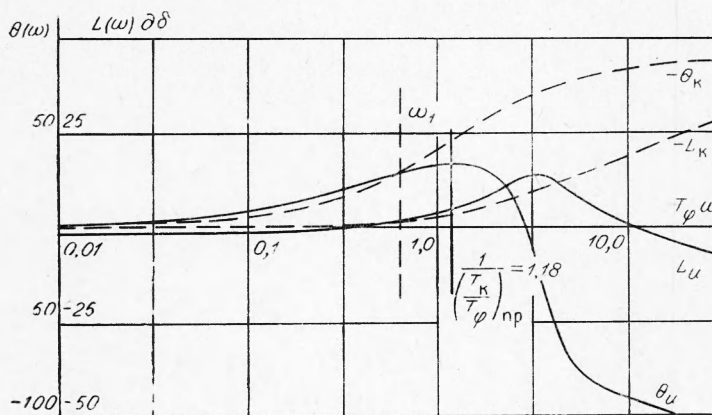


Рис. 2. Графоаналитическое определение предела устойчивости горения по логарифмическим частотным характеристикам.

Практически указанную операцию удобно выполнять с помощью шаблона характеристик апериодического звена. При этом необходимо иметь в виду, что фазовая характеристика разомкнутой системы будет смещена на $-\pi$ за счет наличия звена с передаточной функцией -1 (см. рис. 1).

Пример такого графоаналитического определения при $p_0=10$ атм, $\nu=0,82$; $k=1,90$; $\mu=0,24$; $r=0,4$ приведен на рис. 2, откуда видно, что пересечение амплитудных характеристик возможно лишь в области частот, при которых $L_{\text{ир}}(\omega) > 0$. Таким образом, горение пороха имеющего $L_{\text{ир}}(\omega) < 0$, во всем диапазоне частот возможно (в случае допустимости неучета влияния скорости движения газов на процессы в камере) при сколь угодно малом отношении $\frac{T_k}{T_\varphi}$.

С другой стороны, взаимное расположение амплитудной и фазовой частотных характеристик скорости горения при $L_{\text{ир}}(\omega) > 0$ таково, что частота, соответствующая пересечению амплитудных и фазовых характеристик, обычно меньше $\frac{1}{T_\varphi}$.

В диапазоне частот $\omega = 0 \div \frac{1}{T_\varphi}$ для описания динамических свойств скорости горения можно использовать приближенную переда-

точную функцию скорости горения [1]:

$$W_{up}(s) = \frac{\nu (\bar{K}_\varphi T_\varphi s + 1)}{\bar{K}_u \bar{K}_\varphi T_\varphi s + 1}, \quad (7)$$

где

$$\bar{K}_\varphi = \frac{3}{7} \left(\frac{5}{3} k_{np} - 1 \right) \left(1 + \frac{10}{9} \nu \right),$$

$$\bar{K}_u = 1 - \frac{k}{k_{np}} \left(1 - 3 \mu^{\frac{3}{2}} \right), \quad k_{np} = \frac{2 + r + \sqrt{r(8+r)}}{2}.$$

Исходя из передаточной функции (7), условие устойчивости горения в полужамкнутом объеме можно получить в форме критерия устойчивости. Передаточная функция замкнутой системы при этом примет вид

$$W_{ps}(s) = \frac{-\frac{1}{1-\nu} [(1-\nu) \bar{K}_\varphi T_\varphi s + 1]}{\frac{\bar{K}_u \bar{K}_\varphi T_k T_\varphi s^2 + \frac{T_k + \bar{K}_\varphi (\bar{K}_u - \nu) T_\varphi}{1-\nu} s + 1}}. \quad (8)$$

Условиями устойчивости системы являются значения ее параметров, при которых положительны коэффициенты характеристического уравнения

$$\frac{\bar{K}_u \bar{K}_\varphi T_k T_\varphi s^2 + \frac{T_k + \bar{K}_\varphi (\bar{K}_u - \nu) T_\varphi}{1-\nu} s + 1 = 0. \quad (9)$$

Таковыми условиями при $\nu < 1$ будут

$$\bar{K}_u > 0, \quad \frac{T_k}{T_\varphi} > \bar{K}_\varphi (\nu - \bar{K}_u). \quad (10)$$

Случай $\bar{K}_u = 0$, как это можно видеть из передаточной функции (7), соответствует границе устойчивости горения при постоянном давлении $\left(\frac{T_k}{T_\varphi} \right)_{np} = \infty$.

При $\bar{K}_u \geq \nu$, согласно критерию (10), горение устойчиво при сколь угодно малом отношении $\frac{T_k}{T_\varphi}$, что должно соответствовать, как было показано выше, условию $L_{up}(\omega) < 0$.

Выражая $\frac{T_k}{T_\varphi}$ через характеристики твердого топлива и параметры камеры, можно получить зависимость предельного давления устойчивого горения p_{np} от отношения поверхности горения $\frac{S}{V}$ или же площади критического сечения $\frac{\sigma_0}{V}$ к свободному объему камеры. Первое отношение характеризует приведенную высоту столба газа над площадью поверхности горения. Второе — является обратной величиной известной характеристической длины камеры [7].

Упомянутые зависимости для p_{np} имеют вид

$$p_{np} = \left[\frac{z \rho f}{u_1} \bar{K}_\varphi (\nu - \bar{K}_u) \frac{S}{V} \right]^{\frac{1}{1+\nu}}, \quad (11)$$

$$p_{np} = \left[\frac{x A f}{u_1^2} \bar{K}_\varphi (\nu - \bar{K}_u) \frac{\sigma_0}{V} \right]^{\frac{1}{2\nu}}, \quad (12)$$

где

ρ — плотность пороха; u_1 — коэффициент в степенной зависимости $u_0 = u_1 p_0^{\nu}$ для стационарной скорости горения.

Представляет интерес сравнение зависимостей $\left(\frac{T_k}{T_\varphi}\right)_{\text{пр}}$ от параметра K , определенных исходя из критериев устойчивости (6) и (10) с зависимостями, полученными на основе аналитических методов Я. Б. Зельдовичем [2] (при $\tilde{T}_k = \text{const}$) и Б. В. Новожиловым [3] (при $T_k \neq \text{const}$).

Указанные зависимости для значений $\nu = \frac{2}{3}$, $\mu = 0$, $r = 0$ ($\tilde{T}_k = \text{const}$), а также $r = \frac{1}{3}$ и $r = 1$ (при $\tilde{T}_k \neq \text{const}$) приведены на рис. 3. Сравнимые зависимости хорошо соответствуют друг другу при значениях $k \leq 0,8 k_{\text{пр}}$.

Указанным выше графоаналитическим методом и расчетом по приближенному критерию (10) были получены зависимости $p_{\text{пр}} \left(\frac{S}{V}\right)$ для баллистического пороха. При этом использовались следующие выражения для стационарной скорости горения, температуры поверхности и параметров k , r , μ , полученные на основе аппроксимации экспериментальных данных А. А. Зенина [8, 9]:

$$u_0 = 0,03 p_0^{0,82} \quad (p_0 = 8 \div 20 \text{ атм}),$$

$$u_0 = 0,068 p_0^{0,59} \quad (p_0 = 30 \div 60 \text{ атм}),$$

$$u_0 = 0,038 p_0^{0,75} \quad (p_0 = 70 \div 125 \text{ атм}),$$

$$\tilde{T}_k = 140 + 150 \lg p_0 \quad (p_0 = 5 \div \div 100 \text{ атм}),$$

$$k = 0,585 (2,7 - \lg p_0) \frac{140 - \tilde{T}_0}{150} + \lg p_0,$$

$$\mu = \frac{65}{140 + 150 \lg p_0 - \tilde{T}_0}, \quad r = 0,4.$$

Принималось также [8]:

$$\kappa = 0,8 \cdot 10^{-3} + 0,15 \cdot 10^{-5} (\tilde{T}_k - \tilde{T}_0),$$

$$\rho = 1,6 \text{ г/см}^3, \quad f = 8000 \text{ кг} \cdot \text{см/г}.$$

Поскольку некоторые из указанных выражений сами являются функциями давления, первоначально определялись зависимости $\left(\frac{T_k}{T_\varphi}\right)_{\text{пр}}$ от $p_{\text{пр}}$.

Для перехода к зависимостям $p_{\text{пр}} \left(\frac{S}{V}\right)$ использовалась формула, полученная из (11)

$$\left(\frac{S}{V}\right)_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{пр}} u_0(p_0)}{\kappa \rho f \left(\frac{T_k}{T_\varphi}\right)_{\text{пр}}} \quad (13)$$

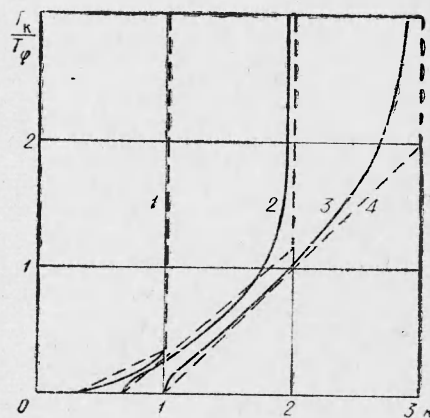


Рис. 3. Зависимости $\left(\frac{T_k}{T_\varphi}\right)_{\text{пр}}$ от параметра k .

1 — $\tilde{T}_k = \text{const}$ (эксперимент Я. Б. Зельдовича); 2, 3 — аналитический расчет Б. В. Новожилова; 4 — расчет по (10).

Сравнение зависимостей $p_{пр}\left(\frac{S}{V}\right)$, представленных на рис. 4, свидетельствует о близкой сходимости результатов точного и приближенного расчетов.

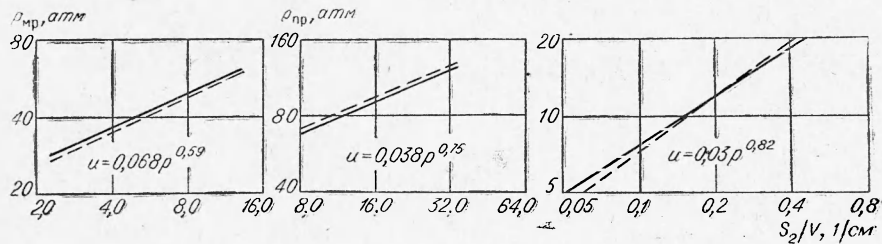


Рис. 4. Зависимости предельного давления устойчивого горения от отношения поверхности горения к свободному объему.

Представляет значительный интерес рассмотрение задачи устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме в случае нелинейного расхода газов из сопла, что может иметь место, например, при неполном горении пороха в условиях низкого давления [10] и при докритическом истечении из сопла. Тогда уравнение динамики камеры полузамкнутого объема примет вид

$$(\psi T_k s + 1) x_p = \psi x_u - x_\sigma, \quad (14)$$

а передаточная функция камеры по скорости горения

$$W_{ку}(s) = \frac{\psi}{\psi T_k s + 1}. \quad (15)$$

В случае неполного горения пороха при низком давлении

$$\psi = \frac{1}{1 + \left(\frac{\partial \ln A(p)}{\partial \ln p} \right)_{p_0}}. \quad (16)$$

При докритическом истечении из сопла

$$\psi = \frac{2}{k_a - 1} \left[\left(\frac{p_0}{p_a} \right)^{\frac{k_a - 1}{k_a}} - 1 \right], \quad (17)$$

где p_a — давление внешней среды; k_a — коэффициент адиабаты.

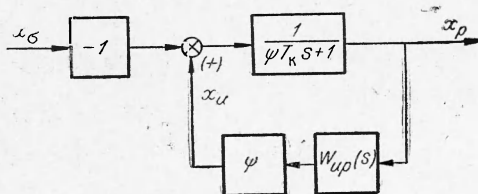


Рис. 5. Структурная схема динамики горения при нелинейной зависимости расхода от давления.

Из структурной схемы рис. 5, соответствующей рассмотренному случаю, видно, что в обратной связи системы при этом появляется коэффициент усиления ψ , изменяющий ее динамические свойства.

При неполном горении коэффициент истечения A увеличивается по мере снижения давления и, следовательно, $\psi > 1$, что умень-

шает запас устойчивости. Напротив, докритическому истечению из сопла соответствуют значения $\psi < 1$ и, следовательно, повышение запаса устойчивости. Передаточная функция замкнутой системы в этом случае будет

$$W_{p\sigma}(s) = \frac{-1}{\psi T_k s - \psi W_{np}(s) + 1}. \quad (18)$$

Определение предела устойчивости данной системы графоаналитическим методом проводится также, как это показано выше, с учетом того, что амплитудная характеристика скорости горения сместится при этом по оси ординат на величину $20 \lg \psi$.

Как нетрудно заметить из рис. 3, для значений ψ , меньших некоторого $\psi^* < 1$, во всем диапазоне частот $20 \lg \psi + L_{np}(\omega) < 0$, что означает устойчивость горения при любом T_k .

При $\psi > \psi^*$, используя приближенное выражение для передаточной функции скорости горения (7), имеем

$$W_{p\sigma}(s) = \frac{-\frac{1}{1-\psi\nu} (\bar{K}_u \bar{K}_\varphi T_\varphi s + 1)}{\frac{\psi \bar{K}_u \bar{K}_\varphi}{1-\psi\nu} T_k T_\varphi s^2 + \frac{\psi T_k + \bar{K}_\varphi (\bar{K}_u - \psi\nu) T_\varphi}{1-\psi\nu} s + 1}. \quad (19)$$

Откуда условия устойчивости при $0 < \bar{K}_u < \nu$

$$\psi\nu < 1, \quad (20)$$

$$\frac{T_k}{T_\varphi} > \frac{\bar{K}_\varphi}{\psi} (\psi\nu - \bar{K}_u). \quad (21)$$

Как показывает условие статической устойчивости (20) при докритическом истечении из сопла, когда $\psi < 1$, возможно устойчивое горение пороха в полужамкнутом объеме при $\nu > 1$.

Зависимости для предельного давления устойчивого горения при этом принимают вид:

$$p_{np} = \left[\frac{x \rho f}{u_1 \psi} \bar{K}_\varphi (\psi\nu - \bar{K}_u) \frac{S}{V} \right]^{\frac{1}{1+\nu}}, \quad (22)$$

$$p_{np} = \left[\frac{x \rho f}{u_1^2 \psi} \bar{K}_\varphi (\psi\nu - \bar{K}_u) \frac{\sigma_0}{V} \right]^{\frac{1}{2\nu}}. \quad (23)$$

Из (22) и (23) видно, что величина коэффициента ψ оказывает существенное влияние на предельное давление устойчивого горения. Следует заметить, что запас устойчивости повышается также и в случае поступления в камеру полужамкнутого объема газа от какого-либо постороннего источника. При этом передаточная функция процесса горения примет вид

$$W_{p\sigma}(s) = \frac{-1}{T_k s - \psi W_{np}(s) + 1}, \quad (24)$$

а приближенное условие динамической устойчивости для $\frac{T_k}{T_\varphi}$ будет

$$\frac{T_k}{T_\varphi} > \bar{K}_\varphi (\psi\nu - \bar{K}_u). \quad (25)$$

Здесь

$$\psi = 1 - k_1, \quad (26)$$

где k_1 — отношение расхода поступающего в камеру газа к расходу через сопло.

Как следует из (25) и (26), чем больше относительный расход газов, поступающих в полузамкнутый объем от постороннего источника, тем меньше допустимое значение $\frac{T_k}{T_\phi}$.

Таким образом, графоаналитический частотный метод определения границы устойчивости дает так же, как и известные аналитические методы [2, 3], точное решение для всех возможных значений параметров пороха, отличаясь вместе с тем наглядностью и малой трудоемкостью.

В тех случаях, когда применима аппроксимация передаточной функции скорости горения дробно-рациональным выражением (7), может быть использован приближенный критерий устойчивости (10).

При $K_u < \nu$ и $k < 0,8 k_{пр}$ результаты расчета по приближенному критерию хорошо согласуются с точными результатами.

Предложенные методы позволяют также учитывать влияние на устойчивость неполноты горения пороха при низком давлении, докритического истечения из сопла и поступления в полузамкнутый объем газа от постороннего источника, если соблюдается условие малости отклонений давления, при котором справедливы линеаризованные выражения (16), (17) и (26) для коэффициента усиления ψ .

Поступила в редакцию
11/III 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Бобылев. ФГВ, 1970, 6, 4.
2. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 1.
3. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1967, 3, 1.
4. С. Д. Гришин, И. И. Подтынков. ФГВ, 1967, 3, 1.
5. В. В. Солодовников и др. Теория автоматического регулирования. Кн. 1. М., «Машиностроение», 1967.
6. Н. Т. Кузовков. Теория автоматического регулирования, основанная на частотных методах. М., Оборонгиз, 1960.
7. R. Sehgal, L. Stgand. AIAAJ, 1964, 2, 4.
8. А. А. Зенин. ФГВ, 1966, 2, 3.
9. А. А. Зенин, О. И. Лейпунский и др. Докл. АН СССР, 1966, 169, 3.
10. К. К. Андреев. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ. М., «Наука», 1966.

УДК 536.46

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ В РАКЕТНОЙ КАМЕРЕ

Ю. И. Медведев
(Томск)

Если показатель в степенном законе скорости горения топлива ν больше единицы, то процесс горения в ракетной камере неустойчив. Стремление увеличить линейную скорость горения и повысить калорийность состава чаще всего ведет к тому, что ν возрастает и может ока-