

УДК 536.24

Производство энтропии в потоке возле вращающегося эластичного цилиндра

С. Мунавар^{1,2}, Н. Салим³, А. Махмуд⁴

¹*Университет Даммама, Даммам, Саудовская Аравия*

²*Университет менеджмента и технологии, Лахор, Пакистан*

³*Университет им. принца Мухаммеда бин-Фахда, Эль-Хубар,
Саудовская Аравия*

⁴*Международный Исламский Университет, Исламабад, Пакистан*

E-mail: sufian.munawar@hotmail.com

В статье приводятся результаты исследования производства энтропии за счет необратимости процессов теплообмена и трения в потоке жидкости. Проведено численное исследование трехмерного течения, возникающего вокруг цилиндра, претерпевающего одновременное вращение и растяжение. Задача теплообмена решается с применением изотермических граничных условий. Для перевода дифференциальных уравнений с частными производными в обычные нелинейные дифференциальные уравнения используются автомодельные преобразования, далее уравнения решаются численными методами. В результате проведенного исследования получены выражения для производства энтропии, числа Нуссельта и числа Бежана. Приведены графики для различных физических параметров. Выполнен сравнительный анализ необратимости процессов вследствие теплообмена и трения в потоке жидкости с применением числа Бежана. Показано, что поверхность является источником необратимости и кривизна цилиндра усиливает ее вследствие трения.

Ключевые слова: закрученное течение, эластичный цилиндр, производство энтропии, теплообмен.

Введение

В последние годы течения и теплоперенос в пограничном слое вокруг растягивающихся и вращающихся твердых поверхностей представляют особый интерес для ученых и инженеров. В процессе производства металлических и полимерных материалов, таких как пластины из металла или пластика, проволоки, волокна, исходный материал расплавляется при высокой температуре и проходит фильтры в процессе экструзии. Далее обрабатываемый материал претерпевает продольное растяжение, вращение, удлинение и затем охлаждается до принятия твердой формы. Такие процессы часто встречаются при производстве изделий из пластмассы, а также в металлообработке при получении режущего инструмента, электронных компонентов, при раскатывании и отжиге медных проводов. Благодаря широкому практическому применению, такие инженерно-производственные процессы остаются в области интересов исследователей. Кроме того, охлаждение твердой границы требуется при обработке пограничных слоев в различных приложениях, поэтому задача охлаждения остается актуальной в настоящее время.

Впервые решение для задачи охлаждения плоской пластины и формулировка выражения для скорости теплопереноса была приведена в работе [1]. В работе [2] был проведен анализ потоков вокруг движущихся твердых поверхностей. Эта работа нашла продолжение в работах [3, 4], где были рассмотрены тепловые характеристики потока. Задача о потоке вокруг эластичной поверхности обсуждалась в работе [5] и было получено точное решение этой задачи. В [6] подробно рассматривались эффекты теплопереноса для потоков над эластичной поверхностью. Результаты исследований [5] были развиты в [7] для трехмерных течений. Исследования [8–10] были посвящены эффектам теплопереноса для потока над эластичной поверхностью. В работе [11] изучался приграничный поток в осевом направлении вокруг эластичного цилиндра с учетом теплопереноса. В последующие годы рядом авторов [12–17] изучались различные аспекты идеи, предложенной в работе [11], и были получены автомодельные решения для эластичного цилиндра. В [12] было найдено точное решение для осесимметричного потока вблизи эластичного цилиндра, позже с помощью метода конечных разностей было получено численное решение для задачи теплопереноса в потоке вокруг эластичного цилиндра [13]. Магнитогидродинамическое течение около пористого эластичного цилиндра изучалось в работе [14], авторы [15] получили численное решение проблемы с привлечением блочного метода Келлера. В работе [16] исследовалось течение вблизи критической точки обтекаемого эластичного цилиндра, а также обсуждались ориентированные и неориентированные потоки. Кроме того, в работе [17] было проведено численное моделирование эффекта теплопереноса в нестационарном осевом потоке, индуцированном вертикальным вращающимся цилиндром. Авторы [18] рассматривали вязкое течение вокруг скручивающегося эластичного цилиндра и получили численное решение задачи.

Явление производства энтропии широко изучалось инженерами и учеными в связи с недостатком энергетических мощностей во всем мире. Необходимы новые разработки различных мер по борьбе с потерями энергии для многочисленных инженерных приложений. Актуальна разработка систем, которые требуют меньше энергетических ресурсов и имеют хорошую производительность. Анализ производства энтропии для таких систем может помочь в поисках способа повышения тепловой эффективности и минимизации потерь мощности. Поэтому изучение производства энтропии является важным при анализе потерь энергии в процессе конвективного теплообмена.

По-видимому, впервые анализ схем теплообмена с точки зрения второго закона термодинамики был проведен в работе [19], где также обсуждались некоторые способы повышения теплового КПД. В работе [20] проводился анализ энтропии для различных конфигураций для случая теплообмена при вынужденной конвекции, при этом рассматривались два основных источника производства энтропии: скорость теплообмена и эффекты вязкости в течении жидкости. Эта работа инициировала последующие исследования по изучению необратимого производства энтропии в различных конвективных процессах теплопереноса. Анализ производства энтропии для потока в изотермическом канале с массопереносом проводился в работе [21]. В исследовании [22] изучалось производство энтропии при обтекании вращающегося цилиндра с различными значениями кривизны. Было отмечено, что производство энтропии с ростом числа Рейнольдса возрастает. Анализ производства энтропии был проведен в [23] для случая течения вязкой жидкости через кольцевой канал при вращении внешнего цилиндра. В работе [24] были получены аналитические решения для эффектов необратимости для случая магнитогидродинамического течения вязкоупругой жидкости над растягивающейся плоскостью. Анализ поведения энтропии проводился в работе [25] для двух вариантов задачи конвективного теплообмена, а именно: для течения в канале, образованном двумя параллельными пластинами, и для течения в канале с круглым сечением. Также полный термодинамический анализ был проведен аналитическими методами в работе [26]

для магнитогидродинамического течения в канале с проницаемыми стенками. Эффект поперечного магнитного поля рассматривался в [27] для случая вынужденной конвекции в течении над плоской пластиной. Влияние условия проскальзывания на производство энтропии в задаче магнитогидродинамики вокруг вращающегося диска изучалось в работе [28]. Авторы [29] исследовали производство энтропии для течения через пористую среду поверх растягивающейся пластины, при этом использовались два вида граничных условий, а именно: заданные температура поверхности и тепловой поток. В работах [30] и [31] было проведено численное моделирование производства энтропии для случая нестационарного течения, обтекающего растягивающийся цилиндр, и показано, что большая кривизна цилиндра приводит к большей необратимости процесса.

Настоящее исследование представляет собой анализ трехмерного течения и теплообмена вокруг вращающегося растягивающегося цилиндра. Поверхность цилиндра считается изотермичной. Уравнения решаются численными методами с применением метода пристрелки. С целью анализа эффективности теплообмена рассчитан и представлен в графическом виде критерий производства энтропии.

Постановка задачи

Рассмотрим трехмерное ламинарное течение вязкой жидкости в пограничном слое вокруг вращающегося растягиваемого цилиндра с радиусом R . Предположим, что поверхность цилиндра растягивается в осевом направлении z , и при этом радиальная ось системы нормальна к поверхности цилиндра. Кроме того, цилиндр вращается вокруг своей оси $r = 0$ с постоянной угловой скоростью ω и имеет постоянную температуру поверхности T_w . Для случая осесимметричного течения изменениями параметров по φ -координате пренебрегается. Трехмерная иллюстрация рассматриваемого течения приведена на рис. 1. При сделанных предположениях с учетом вязкой диссипации основные уравнения можно записать в следующем виде:

$$\partial u / \partial r + u / r + \partial w / \partial z = 0, \quad (1)$$

$$v^2 / r = (1 / \rho) (\partial p / \partial r), \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right), \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \right), \quad (4)$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \right], \quad (5)$$

включая граничные условия:

$$u(r, z) = 0, \quad v(r, z) = \omega r, \quad w(r, z) = az, \quad (6)$$

$$T(r, z) = T_w \quad \text{при } r = R;$$

$$v(r, z) = 0, \quad w(r, z) = 0,$$

$$T(r, z) = T_\infty \quad \text{при } r \rightarrow \infty, \quad (7)$$

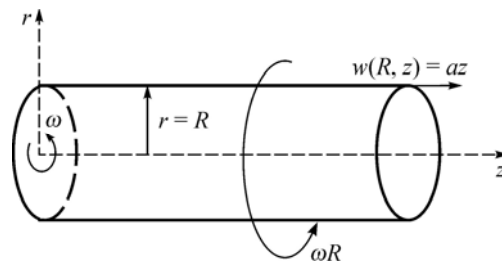


Рис. 1. Вид рассматриваемого течения.

где ρ , C_p , μ и k — плотность, удельная теплоемкость, вязкость и теплопроводность жидкости соответственно.

Для приведения системы дифференциальных уравнений (1)–(7) к безразмерному виду используются следующие безразмерные переменные:

$$\begin{cases} u = -\frac{\sqrt{av}}{r} F(\eta), & v = \omega R G(\eta), & w = az F'(\eta), \\ \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, & p = \omega \rho \nu P(\eta), & \eta = \sqrt{\frac{a}{\nu}} \cdot \frac{r^2 - R^2}{2R}. \end{cases} \quad (8)$$

Уравнение (1) удовлетворяется тождественно и после перехода к переменным (8) уравнения (3)–(5) можно переписать в следующем виде:

$$(1 + 2\kappa\eta)F''' + 2\kappa F'' + FF' - (F')^2 = 0, \quad (9)$$

$$(1 + 2\kappa\eta)^2 G'' + 2\kappa(1 + 2\kappa\eta)G' - \kappa^2 G + (1 + 2\kappa\eta)G'F + \kappa GF = 0, \quad (10)$$

$$(1 + 2\kappa\eta)\theta'' + 2\kappa\theta' + \text{Pr}F\theta' = -\text{Pr}(1 + 2\kappa\eta) \left[\text{Ec} \left(G' - \frac{\kappa}{1 + 2\kappa\eta} G \right)^2 + \text{Ec}_z (F'')^2 \right], \quad (11)$$

с граничными условиями

$$F(0) = 0, \quad F'(0) = G(0) = \theta(0) = 1, \quad (12)$$

$$F'(\infty) = G(\infty) = \theta(\infty) = 0, \quad (13)$$

где F и G — безразмерные составляющие скорости в направлении осей γ и φ соответственно, а уравнение (2) запишется в безразмерном виде следующим образом:

$$P'(\eta) = G^2 / (\kappa\Omega), \quad (14)$$

где $\kappa = (\nu/a)^{1/2}/R$ — параметр кривизны, $\text{Pr} = \mu C_p/k$ — число Прандтля, $\text{Ec} = (\omega R)^2/k\Delta T$ — число Эккерта за счет вращения цилиндра, $\text{Ec}_z = (az)^2/k\Delta T$ — число Эккерта за счет растяжения цилиндра, и $\Omega = a/\omega$ — отношение скорости растяжения цилиндра к его угловой скорости вращения.

Осевые и касательные сдвиговые напряжения τ_{rz} и $\tau_{r\theta}$ имеют вид:

$$\tau_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial r} \Big|_{r=R} = \mu a \text{Re}_z^{1/2} F''(0) \quad \text{и} \quad \tau_{r\theta} = \mu \frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r=R} = \frac{\mu \Omega \text{Re}_z^{1/2}}{\zeta} G'(0), \quad (15)$$

где $\zeta = z/R$ — безразмерная осевая координата, $\text{Re}_z = az^2/\nu$ — локальное число Рейнольдса. Полное касательное напряжение τ_w определяется как

$$\tau_w = \sqrt{\tau_{rz}^2 + \tau_{r\theta}^2}. \quad (16)$$

Соответственно коэффициент трения C_f сводится к виду

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho(az)^2} = \text{Re}_z^{-1/2} \left[(F''(0))^2 + \left(\frac{G'(0)}{\zeta\Omega} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Теплоперенос на поверхности цилиндра рассчитывается по формуле:

$$q_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = -k(T_w - T_\infty) \left(\frac{a}{\nu} \right)^{1/2} \theta'(0), \quad (18)$$

и локальное число Нуссельта Nu записывается в виде

$$Nu = \frac{q_w z}{k(T_w - T_\infty)} = -Re_z^{1/2} \theta'(0). \quad (19)$$

Анализ производства энтропии

Чтобы оценить производство энтропии, предлагается применить для данного течения закон Фурье для теплопроводности. Как было показано в [32], локальная скорость производства энтропии в системе цилиндрических полярных координат описывается уравнением

$$S_G = \frac{k}{T_0^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T_0} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \right]. \quad (20)$$

В представленном уравнении отражаются две основные причины производства энтропии [32]. Первая — это перенос тепла от поверхности к обтекающей жидкости, а вторая причина заключается в тепле, возникающем из-за вязкой диссипации. Чтобы обезразмерить приведенное выражение для производства энтропии, можно использовать выражение (8) и поделить уравнение (20) на характерную скорость производства энтропии S_{G_0} , а также ввести число общего производства энтропии N_G в виде

$$N_G = \alpha(\theta')^2 + \text{Pr}(1 + 2\kappa\eta) \left[\text{Ec} \left(G' - \frac{\kappa}{1 + 2\kappa\eta} G \right)^2 + \text{Ec}_z (F'')^2 \right], \quad (21)$$

где $\alpha = \Delta T/T_0$ — безразмерный параметр и $S_{G_0} = ka\Delta T/(vT_0)$ — характерная скорость производства энтропии. В уравнении (21) первый член отвечает за необратимость теплопереноса N_H из-за переноса тепла от поверхности цилиндра к жидкости, а второй член описывает необратимость теплопереноса из-за вязкостных эффектов (трение в жидкости) и обозначен как N_F . Таким образом, уравнение (21) можно записать в виде

$$N_G = N_H + N_F. \quad (22)$$

Другой важной физической величиной является число Бежана Be , которое записывается как отношение необратимости теплопереноса к производству энтропии и определено следующим образом:

$$Be = N_H / (N_H + N_F) = 1 / (1 + \phi), \quad (23)$$

где $\phi = N_F/N_H$ есть отношение производства энтропии, вызванной трением жидкости, к производству энтропии из-за теплопереноса, имеющее вид

$$\phi = \frac{\text{Pr}(1 + 2\kappa\eta)}{\alpha(\theta')^2} \left[\text{Ec} \left(G' - \frac{\kappa}{1 + 2\kappa\eta} G \right)^2 + \text{Ec}_z (F'')^2 \right]. \quad (24)$$

Из выражения (23) видно, что число Бежана находится в интервале $[0, 1]$. В этих пределах число Be характеризует соотношение необратимости из-за вязкого трения и вследствие теплопереноса, что будет обсуждаться далее.

Результаты и обсуждение

Система нелинейных уравнений (9)–(11), дополненная граничными условиями (12) и (13), решается численно с использованием метода пристрелки. Полубесконечная расчетная область обрезается на нужном расстоянии, где влияние толщины пограничного слоя пренебрежимо мало. Встроенная программа метода пристрелки в рамках вычислительного кода Mathematica используется для решения нелинейных дифференциальных

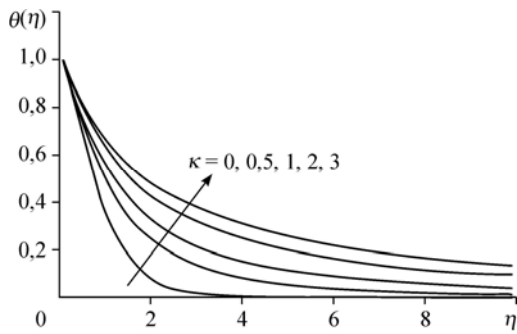


Рис. 2. Влияние параметра кривизны κ на профиль температуры $\theta(\eta)$ при постоянных критериях $Pr = 2, Ec = Ec_z = 0,2$.

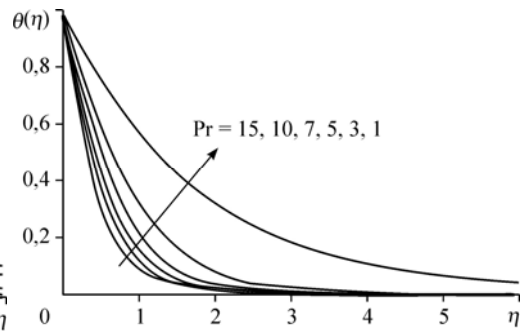


Рис. 3. Влияние критерия Pr на температурный профиль $\theta(\eta)$ при $\kappa = Ec = Ec_z = 0,2$.

уравнений (9)–(13). Во время вычислений целевая точность устанавливается на уровне 10^{-10} . Влияние различных параметров на температуру, производство энтропии и другие физические величины в рамках рассматриваемой задачи проиллюстрировано на рис. 2–13.

На рис. 2 изображено влияние эффекта кривизны κ на температурный профиль. Видно, что с увеличением параметра κ температурный профиль также возрастает. Такое поведение толщины температурного пограничного слоя объясняется тем, что из-за усиления конвективных процессов вокруг цилиндра усиливается теплоперенос к жидкости. Из графика на рис. 3 можно заметить, что с ростом числа Pr резко уменьшается толщина теплового слоя, и это проявляется в виде аккумуляции тепла возле поверхности цилиндра. Из этого графика также можно понять, что жидкостью с малым числом Прандтля затруднен процесс охлаждения по сравнению с жидкостью с большим числом Прандтля. Это поведение для кривых температурного профиля показывает, что число Прандтля является главным параметром, отвечающим за процесс охлаждения, и поэтому такие жидкости, как масла и смазочные жидкости, характеризующиеся большим числом Прандтля, являются хорошими охладителями. В таблице приведены данные по влиянию параметров Pr и κ на число Нуссельта для изотермических граничных условий. Видно, что скорость

Таблица
Влияние различных параметров на число Нуссельта

κ	Pr	Ec	Ec_z	$-\theta'(0)$
0,0	2,0	0,2	0,2	0,65421
0,5	–	–	–	0,58756
2,0	–	–	–	0,02578
3,0	–	–	–	–0,43378
5,0	–	–	–	–1,41056
0,2	1,0	0,2	0,2	0,45527
–	3,0	–	–	0,76573
–	7,0	–	–	1,04595
–	10,0	–	–	1,16552
–	15,0	–	–	1,29375
–	1,0	0,0	–	0,54544
–	–	0,5	–	0,32000
–	–	1,0	–	0,09456
–	–	2,0	–	–0,35632
–	–	2,5	–	–0,58175
–	–	0,2	0,0	0,54790
–	–	–	0,5	0,31632
–	–	–	1,0	0,08475
–	–	–	1,5	–0,14683
–	–	–	2,5	–0,60998

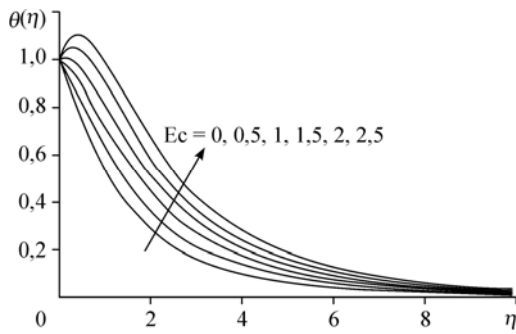


Рис. 4. Влияние числа Es на температурный профиль $\theta(\eta)$ при постоянных параметрах $\kappa = Es_z = 0,2$ и $Pr = 1$.

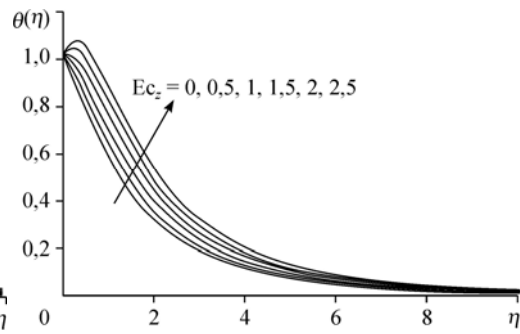


Рис. 5. Влияние числа Es_z на температурный профиль $\theta(\eta)$ при постоянных параметрах $\kappa = Es = 0,2$ и $Pr = 1$.

теплообмена увеличивается в ростом Pr (из-за увеличения перепада температур у поверхности цилиндра). Из данных таблицы также можно отметить, что скорость теплообмена уменьшается и меняет знак при увеличении параметра κ , что означает перенос тепла от жидкости к цилиндру.

Влияние чисел Эккерта Es и Es_z на температурный профиль отражено в виде кривых на рис. 4 и 5 соответственно. В обоих случаях толщина теплового пограничного слоя увеличивается вместе с ростом чисел Эккерта; также температура жидкости возле поверхности возрастает по сравнению с температурой поверхности, что является следствием повышенной вязкой диссипации, в результате которой больше тепловой энергии накапливается в частицах жидкости. Однако увеличение температурного профиля из-за вращательного числа Эккерта Es выглядит более существенным по сравнению с его увеличением из-за числа Эккерта Es_z , отвечающим за растяжение. В таблице приведены величины скорости переноса при различных значениях критериев Es и Es_z . Скорость теплообмена уменьшается с ростом чисел Эккерта, и при некоторых умеренных числах Эккерта скорость теплообмена меняет свой знак и становится отрицательной.

Критерий производства энтропии N_G , представляющий несомненную важность для оценки скорости необратимости тепловых процессов, изображен на рис. 6. Из графика можно видеть, что увеличение параметра κ приводит к росту параметра N_G , и этот рост более заметен у поверхности цилиндра. Это демонстрирует, что необратимость теплопереноса в течении вокруг более тонкого цилиндра выше, чем для цилиндра с большим радиусом или плоской пластины, и что поверхность выступает сильным источником необратимости процессов переноса. Влияние параметра κ на число Бежана приведено на рис. 7. Заметна общая тенденция: уменьшение числа Be вблизи поверхности и увеличение числа Be

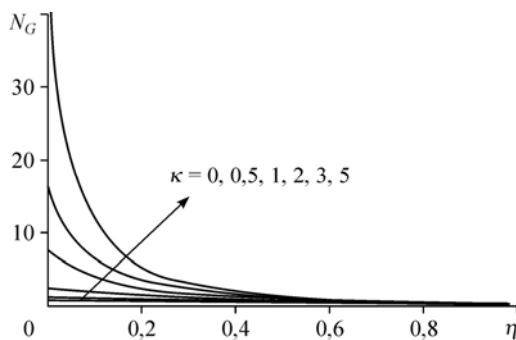


Рис. 6. Влияние параметра κ на N_G при постоянных $Pr = 1$, $Es = Es_z = 0,2$ и $\alpha = 1$.

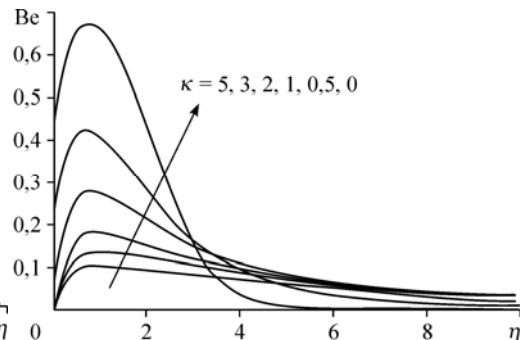


Рис. 7. Влияние параметра κ на Be при постоянных $Pr = 1$, $Es = Es_z = 0,2$ и $\alpha = 1$.

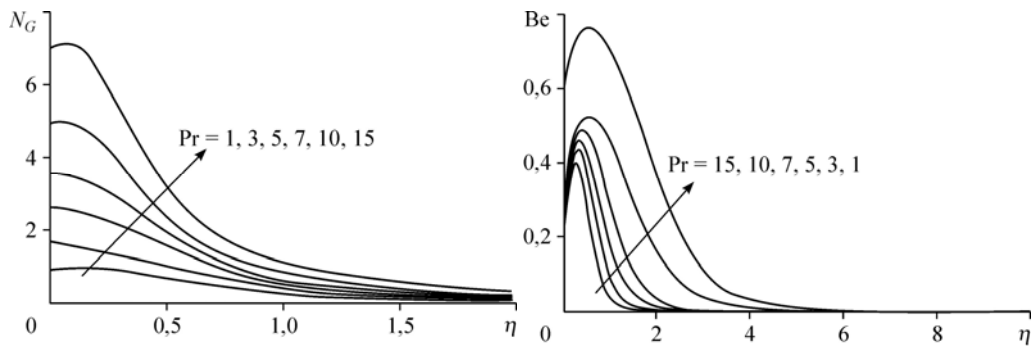


Рис. 8. Влияние параметра Pr на N_G при постоянных $\kappa = Ec = Ec_z = 0,2$ и $\alpha = 1$.

Рис. 9. Влияние параметра Pr на Be при постоянных $\kappa = Ec = Ec_z = 0,2$ и $\alpha = 1$.

вдали от поверхности при росте параметра κ . Очевидно, что для низкой кривизны необратимость вследствие теплопереноса превышает явление необратимости вследствие трения в жидкости. Дело в том, что при малой кривизне цилиндра уменьшается градиент скорости жидкости, поэтому вклад в производство энтропии от вязкого трения снижается. Также графики показывают, что производство энтропии из-за трения в жидкости становится доминирующим вниз по потоку. Очевидно, это связано с низким температурным градиентом в окружающей жидкости, где необратимость связана в основном с эффектами вязкости.

Влияние числа Прандтля Pr на производство энтропии N_G показано на рис. 8. Видно, что число Pr является основным фактором для производства энтропии, которое более заметно вблизи поверхности цилиндра по сравнению с остальным потоком. Поскольку вблизи поверхности наблюдаются более высокие градиенты и температуры, и скорости, то выявить механизмы сильной необратимости возможно только если отложить на графиках число Бекмана Be. Число Бекмана показано на рис. 9 для различных величин числа Pr, и при этом видно, что Be уменьшается с ростом Pr, а высокие значения Pr отвечают доминирующему вкладу необратимости по механизму трения.

На рис. 10 и 11 показано, что производство энтропии N_G растет с увеличением чисел Ec и Ec_z . Это объясняется усилением тепловыделения из-за вязкого трения частиц жидкости. Зависимости $Be(\eta)$ при различных величинах параметров Ec и Ec_z отложены на рис. 12 и 13. Видно, что увеличение чисел Экерта усиливает необратимость вследствие трения.

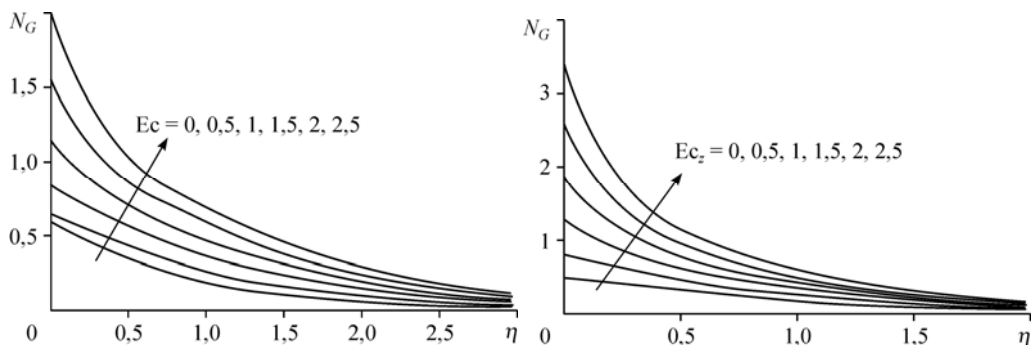


Рис. 10. Влияние параметра Ec на N_G при постоянных Pr = 1, $\kappa = Ec_z = 0,2$ и $\alpha = 1$.

Рис. 11. Влияние параметра Ec_z на N_G при постоянных Pr = 1, $\kappa = Ec = 0,2$, $\alpha = 1$.

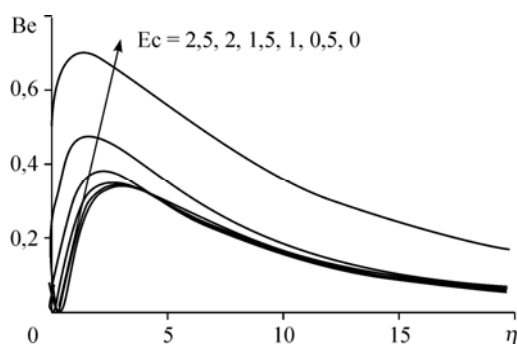


Рис. 12. Влияние параметра Ec на Be при постоянных $Pr = 1$, $\kappa = Ec_z = 0,2$ и $\alpha = 1$.

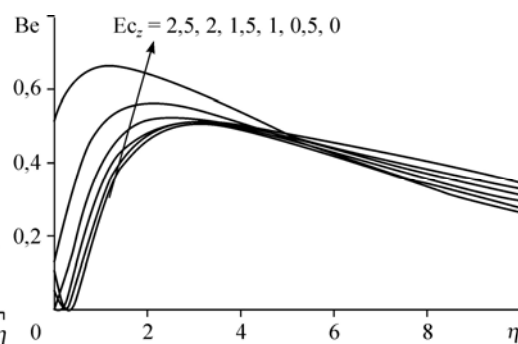


Рис. 13. Влияние параметра Ec_z на Be при постоянных $Pr = 1$, $\kappa = Ec = 0,2$ и $\alpha = 1$.

Выводы

В настоящей работе применен второй закон термодинамики для анализа производства энтропии в пограничном слое течения вокруг вращающегося растягиваемого цилиндра. Анализ теплообмена проводился для изотермических граничных условий. Основные уравнения решались численно с использованием метода пристрелки. Полученные решения могут применяться для анализа производства энтропии через вязкую диссипацию или эффект теплопереноса. Видно, что увеличение параметра кривизны приводит к росту толщины теплового пограничного слоя, при этом скорость теплообмена уменьшается с увеличением кривизны цилиндра. Показано, что жидкости с более высоким числом Прандтля являются лучшими теплоносителями, и поведение числа Нуссельта демонстрирует, что конвекция в жидкости с большим числом Прандтля более эффективна по сравнению с конвекцией в жидкости, имеющей низкое число Прандтля. Увеличение кривизны цилиндра усиливает производство энтропии. Также кривизна играет важную роль в увеличении необратимости процесса вследствие трения в жидкости. Кроме того, установлено, что число Прандтля и числа Эккерта являются основными факторами, влияющими на производство энтропии вследствие трения.

Список литературы

1. Pohlhausen E. Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner reibung und kleiner Wärmeleitung // ZAMM-Z. Angew. Math. Mech. 1921. Vol. 1, No. 1. P. 115–121.
2. Sakiadis B.C. Boundary-layer behavior on continuous solid surfaces. 1. Boundary-layer equations for 2-dimensional and axisymmetric flow // AIChE J. 1961. Vol. 7. P. 26–28.
3. Erickson L.E., Cha L.C., Fan L.T. The cooling of a moving continuous flat sheet // AIChE Chemical Engng Process Symp., Eighth National Heat Transfer Conf., 1965. P. 157–165.
4. Tsou F.K., Sparrow E.M., Goldstein R.J. Flow and heat transfer in the boundary layer on a continuous moving surface // Int. J. Heat Mass Transfer. 1967. Vol. 10, No. 2. P. 219–235.
5. Crane L.J. Flow past a stretching plate // Z. Angew. Math. Phys. 1970. Vol. 21, No. 4. P. 645–647.
6. Carragher P., Crane L.J. Heat transfer on a continuous stretching sheet // ZAMM-Z. Angew. Math. Mech. 1982. Vol. 62, No. 10. P. 564–565.
7. Wang C.Y. The three-dimensional flow due to a stretching flat surface // Phys. Fluids. 1984. Vol. 27. P. 1915–1917.
8. Grubka L.J., Bobba K.M. Heat transfer characteristics of a continuous, stretching surface with variable temperature // J. Heat Transfer. (Trans. ASME). 1985. Vol. 107, No. 1. P. 248–250.
9. Ali M.E. Heat transfer characteristics of a continuous stretching surface // Wärme Stoffübertrag. 1994. Vol. 29, No. 4. P. 227–234.
10. Elbasha E.M.A. Heat transfer over a stretching surface with variable surface heat flux // J. Phys. D: Appl. Phys. 1998. Vol. 31, No. 16. P. 1951–1954.
11. Wang C.Y. Fluid flow due to a stretching cylinder // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. P. 466–468.
12. Burde G.I. Fluid motion near a stretching circular cylinder // Priklad. Mat. Mekh. 1989. Vol. 53, No. 4. P. 343–345.
13. Ishak A., Nazar R. Laminar boundary layer flow along a stretching cylinder // Eur. J. Sci. Res. 2009. Vol. 36, No. 1. P. 22–29.

14. **Ishak A., Nazar R., Pop I.** Uniform suction/blowing effect on flow and heat transfer due to a stretching cylinder // Appl. Math. Model. 2008. Vol. 32, No. 10. P. 2059–2066.
15. **Ishak A., Nazar R., Pop I.** Magnetohydrodynamic (MHD) flow and heat transfer due to a stretching cylinder // Energy Conv. Manag. 2008. Vol. 49, No. 11. P. 3265–3269.
16. **Weidman P.D., Ali M.E.** Aligned and nonaligned radial stagnation flow on a stretching cylinder // Eur. J. Mech. B / Fluids. 2011. Vol. 30, No. 1. P. 120–128.
17. **Singh P.J., Roy S., Pop I.** Unsteady mixed convection from a rotating vertical slender cylinder in an axial flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 2008. Vol. 51, No. 5, 6. P. 1423–1430.
18. **Fang T., Yao S.** Viscous swirling flow over a stretching cylinder // Chin. Phys. Lett. 2011. Vol. 28, No. 11. P. 114702-1–114702-4.
19. **Bejan A.** Second law analysis in heat transfer // Energy. 1980. Vol. 5. P. 720–732.
20. **Bejan A.** A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer // J. Heat Transfer. (Trans. ASME). 1979. Vol. 101, No. 4. P. 718–725.
21. **San J.Y., Worek W.M., Lavan Z.** Entropy generation in convective heat transfer and isothermal convective mass transfer // J. Heat Transfer. (Trans. ASME). 1987. Vol. 109. P. 647–652.
22. **Abu-Hijleh B.A.K., Heilen W.N.** Entropy generation due to laminar natural convection over a heated rotating cylinder // Int. J. Heat Mass Transfer. 1999. Vol. 42. P. 4225–4233.
23. **Yilbas B.S.** Entropy analysis of concentric annuli with rotating outer cylinder // Exergy Int. J. 2001. Vol. 1. P. 60–66.
24. **Butt A.S., Munawar S., Ali A., Mehmood A.** Entropy analysis of mixed convective magnetohydrodynamic flow of a viscoelastic fluid over a stretching sheet // Z. Naturforsch. Sect. A-J. Phys. Sci. 2012. Vol. 64. P. 451–459.
25. **Mahmud S., Fraser R.A.** The second law analysis in fundamental convective heat transfer problems // Int. J. Therm. Sci. 2003. Vol. 42. P. 177–186.
26. **Tasnim S.H., Shohel M., Mamun M.A.H.** Entropy generation in a porous channel with hydromagnetic effect // Exergy Int. J. 2002. Vol. 2. P. 300–308.
27. **Al-Odat M., Damseh R., Al-Nimr M.** Effect of magnetic field on entropy generation due to laminar forced convection past a horizontal flat plate // Entropy. 2004. Vol. 6. P. 293–303.
28. **Arikoglu A., Ozkol I., Komurgoz G.** Effect of slip on entropy generation in a single rotating disk in MHD flow // Appl. Energy. 2008. Vol. 85. P. 1225–1236.
29. **Tamayol A., Hooman K., Bahrami M.** Thermal analysis of flow in a porous medium over a permeable stretching wall // Transp. Porous Media. 2010. Vol. 85. P. 661–676.
30. **Butt A.S., Ali A.** Entropy analysis of magnetohydrodynamic flow and heat transfer due to a stretching cylinder // J. Taiwan Inst. Chem. Eng. 2014. Vol. 45. P. 780–786.
31. **Munawar S., Ali A., Mehmood A.** Thermal analysis of the flow over an oscillatory stretching cylinder // Phys. Scr. 2012. Vol. 86, No. 6. P. 065401.
32. **Bejan A.** Entropy generation minimization. New York: CRC Press, Boca Raton, 1996.

*Статья поступила в редакцию 2 апреля 2015 г.,
после доработки — 27 апреля 2015 г.*