ПМТФ, № 2, 1966

ДРЕЙФОВО-АНИЗОТРОПНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ И АНОМАЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА

А. А. Галеев

(Новосибирск)

В работе излагается нелинейная теория неустойчивости слабонеоднородной плазмы с горячими ионами при наличии «конуса потерь» в распределении их по скоростям.

Рассмотрены возмущения желобкового типа ($k_z \equiv 0$), которые при достаточно сильной неоднородности могут раскачиваться даже в коротких ловушках с «магнитными пробками».

Показано, что суммарный поток ионов через магнитные пробки, обусловленный турбулентной диффузией в конус потерь, превышает более чем в $(2n \,/\, R_н \nabla n)^{1/2}$ раз поток ионов поперек магнитного поля вследствие диффузии в координатном пространстве (здесь n, ∇n — плотность и ее градиент, $R_н$ — ларморовский радиус ионов). Время диффузии ионов в «конус потерь» порядка $\tau = 10 \Omega_н^{-1} (2n \,/\, R_н \nabla n)^{5/2}$ ($\Omega_н$ — ларморовская частота ионов).

Плазма, удерживаемая в магнитных ловушках, всегда является термодинамически неравновесной. Характер неравновесности связан со спецификой геометрии удерживающего магнитного поля. Здесь будем рассматривать открытые ловушки с магнитными пробками, в которых неравновесность плазмы обусловливается;

1) кривизной силовых линий магнитного поля и связанным с ней эффективным полем тяжести;

2) локализацией плазмы в небольшом объеме, вызывающей ее неоднородность;

3) наличием в распределении частиц по скоростям так называемого «конуса потерь», в котором соотношение продольной и поперечной скоростей таково, что они не могут удерживаться в ловушке.

Под действием столкновений частиц плазма стремится перейти в термодинамически равновесное состояние. При этом возникает диффузия частиц в пространстве скоростей, и практически за одно столкновение частица попадает в «конус потерь» и уходит из ловушки.

Время удержания частиц в ловушке можно было бы увеличивать, делая столкновения редкими. Однако в такой разреженной плазме могут самопроизвольно возбуждаться различного рода колебания. Релаксация состояния плазмы к термодинамически равновесному под действием этих колебаний происходит значительно быстрее, чем релаксация из-за столкновений. Рассмотрение процессов переноса в турбулентной плазме позволяет оценить реальное время жизни частиц в ловушке, которое оказывается меньшим, чем этого следовало бы ожидать из-за редких столкновений.

Подходящим выбором геометрии магнитного поля удается подавить гидродинамические неустойчивости, связанные с кривизной силовых линий, и слабые кинетические неустойчивости относительно возбуждения низкочастотных «дрейфовых волн». Поэтому более важными являются неустойчивости, связанные с наличием «конуса потерь».

Впервые такая неустойчивость найдена в работе Розенблюта и Поста [1]. Развитие этой неустойчивости приводит к тому, что в условиях, близких к оптимальным, для нормального протекания термоядерных реакций аномальная диффузия ионов в «конус потерь» обусловливает их очень быстрый выход через магнитные пробки [2]. Однако рассмотренные в [1] возмущения имеют вид бегущей вдоль магнитного поля H_{0z} волны $\sim \exp(-i\omega t + ik_z z)$, и, как показано в той же работе, возмущения такого рода интенсивно затухают в области «магнитных пробок», где фазовая скорость возмущений становится сравнимой с тепловой скоростью электронов. Это накладывает ограничение снизу на длину систем, в которых возможно развитие неустойчивости этого типа $L > L_c$ [1]. С другой стороны, в коротких системах длиной $L < L_c$ в той же области частот и длин волн существуют колебания желобкового типа ($k_z \equiv 0$), связанные с неоднородностью плотности [3]. Расчеты, полностью аналогичные [1], показали, что наличия «конуса потерь» также достаточно для развития этих колебаний [4] [1].

Критический радиус плазменного объема R_c, ниже которого развивается неустойчивость, оказывается в условиях, необходимых для протекания термоядерных реакций, одного порядка с критической длиной $R_c \approx L_c \approx 10^2 \; R_н$ ($R_н$ — ларморовский радиус ионов) [4]. Поэтому, в силу требования $R < L$, невозможно получить устойчивую плазму, в которой $R > R_c$ и $L < L_c$.

Неустойчивости последнего типа, которые будем называть дрейфово-анизотропными, ограничивают, по-видимому, плотность устойчиво удерживаемой плазмы уже в существующих установках [7].

С этой целью в § 1 приведены уравнения, описывающие состояние слаботурбулентной плазмы такого типа. В § 2 рассмотрено распределение энергии по турбулентным пульсациям с различными масштабами. На основе результатов § 2 и 3 определены потоки ионов через «магнитные пробки» и поперек магнитного поля.

§ 1. Основные уравнения. Описание турбулентной плазмы можно считать полным, если задано распределение ионов и электронов в фазовом пространстве координат и скоростей и задано спектральное распределение энергии возникающих в результате неустойчивости колебаний в пространстве волновых чисел ($\mathbf{k}$, ω). В случае слабой неустойчивости ($\gamma < \omega$, γ — инкремент неустойчивости, ω — частота колебаний) возможно корректное математическое описание. В этом случае воспользуемся квазилинейными уравнениями — для функций распределения ионов и электронов, и кинетическими уравнениями — для спектральной плотности энергии колебаний, приведенными для общего случая неоднородной плазмы в магнитном поле в обзоре [8]. Обобщение последних на случай неизотропной плазмы довольно просто.

Ограничимся случаем плоского слоя плазмы с плотностью, изменяющейся в направлении оси x, помещенного в сильное однородное магнитное поле

$$H_0 = \{0, 0, H_z\} \quad (H_0^2 \gg 8\pi n T_i)$$

Здесь n — плотность плазмы, T_i — средняя энергия ионов [2]. Электроны плазмы будем считать холодными ($T_e \ll T_i$).

Рассматриваются колебания в области частот и длин волн [1, 4]:

$$\Omega_н \ll \omega \ll \omega_н, \qquad kR_н \gg 1 \gg k\rho_н \qquad \left(\Omega_н = \frac{eH_0}{Mc}, \; R_н = \frac{\sqrt{T_i M c}}{eH_0}\right) \quad (1.1)$$

$$\omega / k_z \gg \sqrt{T_e / m}$$

Здесь $\omega_н$, $\rho_н$ — ларморовския частота и радиус ионов и электронов соответственно. Сохраняя члены, связанные с неоднородностью плазмы, в линейном приближении получаем для них уравнение [8]

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \equiv 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_н^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{k_z^2}{k^2} - \frac{\Omega_p^2}{k^2 v_{Ti}^2}\frac{\omega_*}{\omega} + \frac{\Omega^2 p}{k^2 v_{Ti}^2}\left[\psi(0) + F\left(\frac{\omega}{k v_{Ti}}\right)\right] = 0 \quad (1.2)$$

$$\Omega_p^1 = \left(\frac{4\pi e^2 n}{M}\right)^{1/2}, \qquad \omega_* = \frac{k_y v_{Ti}^2}{\Omega_н}\frac{\nabla n^2}{n} \quad (1.3)$$

$$F(y) = 2\int_0^\infty \left(\frac{\partial\psi}{\partial w} + \frac{\omega_*}{2\omega}\psi\right)\frac{dw}{\sqrt{1 - w/y^2}}, \qquad w = \frac{v_\perp^2}{v_{Ti}^2}, \quad v_{Ti} = \left(\frac{T_i}{M}\right)^{1/2}$$

---

[1] В данной работе не рассматривается раскачка возмущений желобкового типа ($k_z = 0$), которая возможна в однородной плазме либо при наличии резких максимумов в распределении ионов по скоростям [5], либо при наличии значительной доли холодных ионов [6].

[2] Учет эффектов кривизны, продольной и поперечной неоднородности магнитного поля для колебаний вблизи гармоник циклотронной частоты Ω_H, а также выяснение роли холодной запробочной плазмы можно найти в работе [3].

Здесь ω_p — плазменные частоты ионов и электронов соответственно ω_* — дрейфовая частота, v_{Ti} — среднеквадратичная скорость ионов, $\psi(w)$ — нормированное на единицу распределение ионов по поперечным энергиям w. Нужная ветвь корня при $w > y^2$ выбрана согласно [1]

$$\frac{1}{\sqrt{1-w/y^2}} \quad \frac{iy_r}{\sqrt{w-y_r^2}}, \qquad y = y_r + i0$$

Распределение ионов по скоростям здесь предполагалось аксиально симметричным.

Из (1.2) следует, что в неоднородной плазме в дисперсионном уравнении для колебания, наряду с членом, учитывающим инерцию электронов, появляется дополнительное слагаемое, связанное с неоднородностью плотности электронов. Аналогичным же образом изменяется и кинетическое уравнение для плотности числа колебаний в фазовом пространстве n_k

$$n_{\mathbf{k}} \equiv \left|\frac{\partial\varepsilon(\omega, \mathbf{k})}{\partial\omega}\right| \frac{k^2 |\varphi_{\mathbf{k}}|^2}{8\pi} \tag{1.4}$$

Здесь $\varphi_{\mathbf{k}}$ — амплитуда $\mathbf{k}$-той фурье-гармоники потенциала электрического поля колебаний. Как и в [2], основную роль во взаимодействии колебаний играют распадные процессы, причем нелинейность опять наиболее существенна в уравнениях движения электронов [8]

$$\frac{\partial n_{\mathbf{k}}}{\partial t} = 2\gamma_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}=\mathbf{k}'+\mathbf{k}''} |V_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''}|^2 \Big(n_{\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}''} - \\ - n_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}'} \operatorname{sign} \frac{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}''}}{\partial\omega_{\mathbf{k}''}} - n_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}''} \operatorname{sign} \frac{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}'}}{\partial\omega_{\mathbf{k}'}} \Big) \delta(\omega_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{k}'} - \omega_{\mathbf{k}''}) \tag{1.5}$$

$$|V_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''}|^2 = \frac{k^2}{8\pi} \left| \frac{\omega_p^2 e [\mathbf{k}' \times \mathbf{k}'']_z}{k^2 m\omega_{H} (\omega' + \omega'')} \left\{ \left(\frac{k_y'' \nabla n}{\omega_{H}\omega'' n} - \frac{k_y' \nabla n}{\omega_{H}\omega' n} \right) + \right.\right. \\ \left.\left. + \left(\frac{k_z'}{\omega'} - \frac{k_z''}{\omega''} \right) \left(\frac{k_z}{\omega} + \frac{k_z'}{\omega''} \frac{k_z''}{\omega} \right) \right\} \right|^2 \Bigg/ \frac{k'^2 k''^2}{(8\pi)^2} \left| \frac{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial\omega_{\mathbf{k}}} \frac{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}'}}{\partial\omega_{\mathbf{k}'}} \frac{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}''}}{\partial\omega_{\mathbf{k}''}} \right|$$

Здесь для простоты опущен малый член, описывающий резонансное поглощение ионами сразу двух колебаний [2].

Качественно новые эффекты появляются при рассмотрении релаксации распределения частиц плазмы под действием колебаний. Это связано с тем, что, наряду с неизотропией распределения ионов по скоростям, для развития неустойчивости становится существенной и неоднородность плазмы. Поэтому развитие неустойчивости должно приводить не только в диффузии ионов в пространстве скоростей, но и к диффузии их поперек магнитного поля в координатном пространстве. Квазилинейные уравнения для ионов и электронов имеют вид [8]

$$\frac{\partial\psi(x, v_\perp)}{\partial t} = \frac{e^2}{M^2} \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp} + \frac{k_y}{\omega_{\mathbf{k}}\Omega_{H}} \frac{\partial}{\partial x} \right) k_\perp \frac{\omega_{\mathbf{k}}^2 |\varphi_{\mathbf{k}}|^2}{\sqrt{v_\perp^2 - \omega_{\mathbf{k}}^2/k^2}} \times \\ \times \left(\frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp} + \frac{k}{\omega_{\mathbf{k}}\Omega_{H}} \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi(x, v_\perp) \frac{\partial f_{0e}}{\partial t} = \\ = \frac{e^2}{m^2} \sum_{\mathbf{k}} \left(k_z \frac{\partial}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_{H}} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\gamma_{\mathbf{k}} |\varphi_{\mathbf{k}}|^2}{(\omega_{\mathbf{k}} - k_z v_z)^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2} \left(k_z \frac{\partial}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_{H}} \frac{\partial}{\partial x} \right) f_{0e} \tag{1.6}$$

Здесь, как и в [2], в уравнении для ионов произведено усреднение по углам вращения ионов в магнитном поле и по продольным скоростям v_z и учтено лишь резонансное взаимодействие ионов с колебаниями. Электроны взаимодействуют с колебаниями лишь нерезонансным образом.

§ **2. Спектр турбулентности.** Спектр турбулентности в однородной плазме для колебаний с $k_z \neq 0$ был найден в работе [2]. Здесь остановимся на случае колебаний желобкового типа $k_z \equiv 0$. Поскольку, в силу справедливости дисперсионного соотношения (1.2), как отношение k_z / k, так и, в рассматриваемом случае, отношение ω_* / ω могут быть выражены через значение волнового числа колебаний $k_\perp$, то оба эти отношения не входят в ответ. Спектральная плотность энергии при этом зависит [2] только от волнового вектора $k_\perp$ поперек H_0 и фазовой скорости $y_\mathbf{k} \equiv \omega_\mathbf{k} / k_\perp v_{Ti}$

$$\sum_\mathbf{k} \frac{e^2 \mid \varphi_\mathbf{k} \mid^2}{M^2 v_{Ti}^4} \approx 0.1 \frac{\gamma_\mathbf{k} y_\mathbf{k}^2}{\omega_\mathbf{k} \mathbf{k}_\perp^2 R_н^2} \qquad \left(y_\mathbf{k} = \frac{\omega_\mathbf{k}}{k_\perp v_{Ti}}\right) \tag{2.1}$$

В слабонеоднородной плазме фазовая скорость, определяемая дисперсионным соотношением (1.2), очень мала: $y_\mathbf{k} \ll y_m$ (y_m — значение аргументов, при котором функция $\operatorname{Im} F(y)$ имеет положительный максимум. Поэтому для $F(y)$ можно воспользоваться приближенной формулой

$$F(y) \approx iy\sigma, \qquad \sigma \equiv 2 \int_0^\infty dw \left(\frac{d\psi}{dw} + \frac{\omega_*}{2\omega}\psi\right) w^{-1/2} \tag{2.2}$$

Колебания с $k_z \equiv 0$ имеют частоту [2]

$$\omega_\mathbf{k} = \frac{\omega_*}{k^2 \lambda_D^2 + \psi(0)} \left[1 + \frac{iy_\mathbf{k}\, \omega_\mathbf{k} \sigma}{\omega_*}\right] \qquad \left(\lambda_D = \frac{v_{Ti}}{\Omega_p}\left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_н^2}\right)^{1/2}\right) \tag{2.3}$$

Здесь λ_D — дебаевский радиус. Отсюда видно, что колебания нарастают при $\sigma > 0$. Последнее имеет место, по крайней мере, при пустом конусе потерь, когда $\psi(0) = 0.\sigma \sim 1$ для $\omega \gtrsim \omega_A$ [4]. Инкремент растет с увеличением длины волны и достигает своего максимального значения

$$\gamma_{\max} \approx \omega \approx \Omega_{p*} \left(\frac{R_н \nabla n}{2n}\right)^{3/4} \left(\frac{2}{\sigma}\right)^{1/4}, \quad \Omega_{p*} = \frac{\Omega_p}{1 + \omega_p^2 / \omega_н^2} \tag{2.4}$$

при длинах волн

$$k_m \lambda_D \approx \left(\frac{R_н \nabla n}{n} \sigma\right)^{1/4} \tag{2.5}$$

В область более коротких длин волн $\lambda_D^{-1} > k > k_m$ инкремент падает как $\gamma = \gamma_{\max} (k_m / k)^5$. В длинноволновой части спектра в уравнении (2.3) основными будут два члена в правой части, так что инкремент опять падает

$$\omega \equiv \omega_r + i\gamma = (1 + i) k v_{Ti} \left(\frac{R_н \nabla n}{2\sigma n}\right)^{1/2}, \quad k \lesssim k_m \tag{2.6}$$

Условие $\gamma_{\max} \geqslant \Omega_н$ определяет критическую плотность, выше которой развивается неустойчивость [4][1]

$$\frac{R_н \nabla n}{n} \geqslant 2 \left[\frac{\Omega_н^2}{\Omega_p^2} + \frac{m}{M}\right]^{2/3} \left(\frac{\sigma}{2}\right)^{1/3} \tag{2.7}$$

Заметим, что при еще больших градиентах $n^{-1} R \nabla n > (\Omega_н / \Omega_{p*})^{1/2}$, т. е. колебания с длиной волны $k\lambda_D \sim 1$ развиваются даже в максвелловской плазме.

В значительной области волновых чисел $k < k_m$ неустойчивость сильная ($\gamma \sim \omega$), следовательно, обосновать строго уравнения (1.5) и (1.6), полученные для слабо турбулентной плазмы, нельзя. Поэтому рассмотрим идеализированную ситуацию, когда $\psi(0) > k_m^2 \lambda_D^2$

---

[1] Для моноэнергетического распределения ионов по скоростям $\psi = \delta\,(w - w_{(0)})$ этот критерий был получен в [3].

и, следовательно, $\gamma < \omega$. Результаты для случая «пустого конуса потерь» $\psi(0) = 0$ можно получить, перейдя к пределу $\psi(0) \to 0$ в решениях уравнений (1.5), (1.6).

Из (2.1), (2.3), (2.6) следует, что спектральная плотность энергии в область коротковолновых пульсаций спадает очень сильно

$$\sum_{\mathbf{k}} |\varphi_{\mathbf{k}}|^2 \sim \frac{1}{k^{10}} \qquad (\lambda^1 > k > k_m) \tag{2.8.1}$$

В область длинноволновых пульсаций она растет, но много медленнее

$$\sum_{\mathbf{k}} |\varphi_k|^2 \sim \frac{1}{k^2} \qquad (k < k_m) \tag{2.8.2}$$

Очень длинноволновые колебания, для которых инкремент нарастания становится сравнимым с гирочастотой ионов $\gamma_{\mathbf{k}} < \Omega_н$, не могут рассматриваться на основе (1.2). Это происходит при длинах волн, больших

$$k < k_c = \frac{1}{R_н}\left(\frac{2\sigma n}{R_н \nabla n}\right)^{1/2} \tag{2.9}$$

§ 3. Аномальный уход ионов из ловушки. Обратимся теперь к рассмотрению процессов переноса, выводящих частицы из ловушки. Это, прежде всего,— диффузия ионов в пространстве скоростей, когда ионы малой энергии на границе «конуса потерь» отдают часть своей энергии колебаниям и попадают в «конус потерь», а затем уходят из ловушек через магнитные пробки. Энергия колебаний в стационарном режиме поглощается ионами с большой поперечной энергией и способствует их ускорению.

Для основной части ионов со скоростями $v_\perp \sim v_{Ti}$ коэффициент диффузии дается тем же выражением, что и в [2]

$$D_w \approx \sum_{\mathbf{k}} y_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \frac{e^2 |\varphi_{\mathbf{k}}|^2}{M^2 v_{Ti}^4} \approx 0.1 \frac{\gamma_{\mathbf{k}} y_{\mathbf{k}}^3}{k^2 R_н^2} \tag{3.1}$$

где $\gamma_{\mathbf{k}}$, $y_{\mathbf{k}}$ и минимальный масштаб турбулентности определяются формулами (2.6), (2.9). В пределе пустого «конуса потерь» для времени выхода плазмы из ловушки $\tau \approx D_w^{-1}$ получаем

$$\Omega_н \tau = 10 \left(\frac{2\sigma n}{R_н \nabla n}\right)^{5/2} \tag{3.2}$$

Интегрируя квазилинейные уравнения (1.6) по скорости, получаем, что, кроме потока плазмы, через магнитные пробки может наблюдаться интенсивная диффузия ионов поперек магнитного поля. Отношение суммарного потока частиц поперек магнитного поля $j_\perp$ и вдоль него $j_\parallel$ оказывается не зависящим от уровня турбулентных пульсаций

$$\frac{j_\perp}{j_\parallel} \equiv \frac{\omega_*}{2\omega}\bigg|_{k=k_c} \sim \left(\frac{\sigma R_н \nabla n}{2n}\right)^{1/2} \ll 1 \tag{3.3}$$

Из этого соотношения видно, что в работе [3] диффузия ионов поперек магнитного поля ошибочно считалась основным процессом, приводящим к уходу частиц из ловушки. Заметим, что для случая, когда возможно развитие возмущений с $k_z \neq 0$, это отношение еще более падает

$$\frac{j_\perp}{j_\parallel} \approx \left(\frac{\omega_*}{\omega}\right)^2 \sim \left(\frac{R_н \nabla n}{y_m n}\right)^2 \tag{3.4}$$

Диффузия в «конус потерь» происходит очень интенсивно, так что при длинах ловушки, бо́льших

$$L > L_* = 10 \left(\frac{2\sigma n}{R_н \nabla n}\right)^{5/2} R_н \tag{3.5}$$

«конус потерь» заполняется, так что время выхода увеличивается до времени пролета тепловых ионов между магнитными пробками

$$T \sim L \,/\, v_{Ti} \tag{3.6}$$

Этот результат справедлив в тех случаях, когда в системе не могут накапливаться медленные ионы ($v_z \ll v_{Ti}$) (например, из-за наличия положительного объемного заряда ионов, возникающего при быстром выходе электронов за времена электрон-электронных столкновений).

В противном случае всегда отсутствуют медленные ионы, не успевающие за время диффузии в «конус потерь» уходить из ловушки ($v_z \lesssim L \,/\, \tau$). Их накопление в «конусе потерь» может привести к существенному снижению в скорости распада плазмы, если только число частиц с увеличением v_z не падает экспоненциально (в последнем случае продольная энергия $\langle {}^1/{}_2 M v_z^2 \rangle$ окажется много меньше поперечной $\langle {}^1/{}_2 M v_\perp^2 \rangle$ и это может способствовать развитию сильных гидродинамических неустойчивостей).

Устойчивость плазмы с большим числом медленных ионов, когда $\varphi\,(0) \sim 1$, относительно раскачки колебаний с $k_z \not\equiv 0$ рассмотрена в [9].

Обобщение на случай возмущений желобкового типа $k_z \approx 0$ тривиально. Не останавливаясь подробно на частном случае такой плазмы, рассмотрим некоторые результаты. Как и в [9], распределение с $\psi\,(0) \neq 0$ даже при наличии «конуса потерь» устойчиво и становится неустойчивым только при учете редких ион-ионных столкновений, максвеллизующих распределение ионов по продольным скоростям в малой области $v_z < \Delta v$. При этом развиваются лишь колебания с фазовой скоростью $y_к < y_m \sim \Delta v \,/\, v_{Ti}$. Если $y_m \gtrsim \sqrt{R_н \nabla n \,/\, n}$, то никаких изменений в теории вносить не нужно. В противном случае, как следует из (2.3), неустойчивость становится слабой.

Максимальный инкремент достигается при $k\lambda_D \gtrsim (R_н \nabla n \,/\, y_m n)^{1/2}$

$$\omega + i\gamma \approx \Omega_{p*} \frac{R_н \nabla n}{k\lambda_D n} \left(1 + i\, \frac{y_к^2\, n\sigma}{R_н \nabla n}\right) \lesssim$$
$$\lesssim \left(\frac{y_m R_н \nabla n}{n}\right)^{1/2} \Omega_{p*} + i y_m^{5/2} \left(\frac{R}{R_н \nabla n}\right)^{1/2} \sigma\Omega_{p*} \tag{3.7}$$

и падает с уменьшением $y_к$. Сравнивая время диффузии ионов в конус потерь [1]

$$\tau \approx \tau_D y_m^{-13/2}, \qquad \tau_D \approx \frac{10\Omega_{p*} (R_н \nabla n \,/\, n)^{3/2}}{\Omega_н^2 \sigma} \tag{3.8}$$

со временем максвеллизации распределения в области $v_z < y_m v_{Ti}$

$$\tau \approx \tau_{i/i} y_m^2, \qquad \tau_{i/i} \approx \frac{M^{1/2} T_i^{3/2}}{n e^4 \lambda}, \qquad \lambda \sim 20$$

находим область, в которой функция распределения максвелловская

$$y_m \approx \left(\frac{\tau_D}{\tau_{i/i}}\right)^{2/17} \tag{3.9}$$

Время удержания при этом $\tau \approx \tau_{i/i}^{13/17} \tau_D^{4/17}$. Приближение пустого «конуса потерь» не нарушается, так как в коротких ловушках $L < y_m v_{Ti} \tau$. Из выражения для инкремента и последней формулы следует, что при очень высоких температурах инкремент неустойчивости в плазме с большим числом медленных ионов становится сравнимым с $\Omega_н$, и при дальнейшем увеличении температуры неустойчивость не успевает развиться.

[1] Это же выражение следует применять для распределений ионов, у которых спад числа ионов с поперечной энергией начинается лишь с очень малых энергий $w < R_н \nabla n T_i / n$

Резюмируя результаты работы, можно отметить следующие особенности удержания плотной плазмы с горячими ионами в пробкотроне.

1. Если плотность плазмы превышает критическую, то развитие неустойчивости приводит к аномально быстрому уходу ионов через «магнитные пробки» за времена (3.2). Тем самым плотность снижается до критического значения (2.7).

2. Поток ионов поперек магнитного поля меньше соответствующего потока через магнитные пробки.

3. Поперечная энергия ионов, остающихся в ловушке, растет со временем за счет уменьшения поперечной же энергии ионов, уходящих через «магнитные зеркала».

Чтобы яснее представить себе величину реального предела по плотности $n \leqslant n_{0c}$, который может быть достигнут в существующих ловушках с магнитными пробками, приведем оценку n_{0c} для двух установок ПР-5 [7] и «ОГРА-II» [10].

Для типичных условий установки ПР-5 ($H_0 \approx 4000$ *э*, $R_н \nabla n/n \approx 0.25$, $T_i \approx 5$ *кэв*, $\max n \sim 10^{11}$, $L = 120$ *см*) длина установки меньше критической, и значение критической плотности n_{0c} находим из (2.7). Величиной $n_{0c} \approx 10^{10}$ *см*$^{-3}$ ограничивалась плотность плазмы, длительно удерживаемой в ловушке в последних экспериментах [7], несмотря на достаточно высокую плотность инжектируемой плазмы. Время распада плазмы с плотностью $n \sim 10^{11}$ *см*$^{-3}$ по порядку величины совпадает с (3.2). Все это позволяет надеяться, что в экспериментах [7] имела место дрейфово-анизотропная неустойчивость [7]. Критерий дрейфово-циклотронной неустойчивости Михайловского — Тимофеева [3] дает более высокий порог для плотности; время диффузии частиц поперек H_0 при этом больше (3.2). Поэтому ее проявление в экспериментах, по-видимому, более слабое.

Для типичных параметров «ОГРА-II» ($Ti = 75$ *кэв*, $L = 200$ *см*, $R = 28$ *см*, $H_0 \approx 1.5 \cdot 10^4$ *э*) длина установки оказывается также меньше критической. Критическая плотность $n_{0c} \approx 10^{12}$ *см*$^{-3}$ в этой установке еще не достигнута.

Автор благодарит Р. З. Сагдеева за ряд ценных советов и замечаний.

Поступила 25 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Rosenbluth M. H., Post R. F. High frequency electrostatic plasma instability inherent to «loss-cone» particle distributions. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No 3.
2. Галеев А. А. Уход ионов из ловушки с магнитными пробками вследствие развития неустойчивости, связанной с «конусом потерь». Ж. эксперим. и теор. физ., 1965, т. 48, № 8.
3. Михайловский А. Б. Дрейфово-циклотронная неустойчивость плазмы с горячими ионами. Ядерный синтез, 1965, т. 5, № 2.
4. Rosenbluth M. N. Flute type instabilities of loss-cone velocity space distributions. Proc. Annual Sherwood Theoret. Meeting, Princeton, New Yersey, April 22-23, 1965.
5. Dory R. A., Guest G. E., Harris E. G. Unstable electrostatic plasma waves propagating perpendicular to a magnetic field. Phys. Rev. Lett., 1965, vol. 14, p. 131.
6. Hall L. S., Heckrotte W. Electrostatic instabilities of a plasma with magnetically supported velocity-space anisotropy of high density. Lowrence Radiation Laboratory (Livermor) Rept OCRL-12447, 1965 (Submitted to the seventh international conference on phenomena in ionized gases, Belgrade, Yugoslavia, August 22—27, 1965).
7. Готт Ю. В., Иоффе М. С., Юшманов Е. Е. Докл. CN-21/149 на Конф. по физике плазмы и исследованиям в области управлямого термоядерного синтеза. КАЛЭМ, 6—10 сентября, 1965.
8. Галеев А. А., Карпман В. И., Сагдеев Р. З. Многочастичные аспекты теории турбулентной плазмы. Ядерный синтез, 1965, т. 5, № 1, стр. 20.
9. Галеев А. А. Докл. CN-2 1/214 на Конф. по физике плазмы и исследованиям в области управляемого термоядерного синтеза, КАЛЭМ, 6—10 сентября, 1965.
10. Артеменков Л. И. и др. Докл. CN-21/238 на Конф. по физике плазмы и исследованиям в области управляемого термоядерного синтеза, КАЛЭМ, 6—10 сентября, 1965.