

УДК 534.131: 539.371

## ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЯ БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ ДЛЯ РЕЖИМОВ, БЛИЗКИХ К РЕЗОНАНСНЫМ

С. В. Погудалина, Н. Н. Федорова

Институт теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия  
E-mails: pogudalina@itam.nsc.ru, nfed@itam.nsc.ru

Представлены результаты численного моделирования колебаний упругого стержня, высота которого существенно больше поперечного размера и который установлен перпендикулярно внешнему потоку и жестко закреплен на подложке. Моделирование выполнено в программном комплексе ANSYS с использованием технологии двунаправленного сопряжения. Вычислены собственные частоты и формы колебаний стержня. Проанализирована структура и описаны особенности течения воздуха в окрестности модели. Исследован процесс возбуждения колебаний упругого стержня под действием внешнего потока и определено его напряженно-деформированное состояние. Определены режимы колебаний в направлении набегающего потока и в поперечном направлении. Показано, что при близких значениях первой собственной частоты и частоты схода вихрей амплитуда колебаний стержня в поперечном направлении резко увеличивается до значения, приблизительно равного 0,06 высоты стержня, после чего устанавливается автоколебательный режим с постоянной амплитудой в поперечном направлении и переменной амплитудой в направлении набегающего потока.

Ключевые слова: аэроупругость, сопряженные задачи, взаимодействие потоков со структурами, ветровые воздействия, численное моделирование, структура течения, вихревая дорожка Кармана, резонанс.

DOI: 10.15372/PMTF20210218

**Введение.** Аэроупругость — раздел прикладной механики, в котором изучаются физико-технические процессы, обусловленные взаимодействием упругих тел с воздушным потоком. Исследования явлений аэроупругости ведутся с конца XIX в., когда появились первые теоретические результаты [1–3], после чего аэроупругость сформировалась в отдельную область науки.

Явления аэроупругости наблюдаются во многих отраслях инженерного дела. В строительстве при проектировании протяженных или высотных конструкций необходимо учитывать их динамическое взаимодействие с внешним воздушным потоком. В авиации учет аэроупругих эффектов является необходимым условием создания надежной и оптимальной

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-38-90163).

© Погудалина С. В., Федорова Н. Н., 2021

конструкции летательных аппаратов, а их неучет приводит к существенному ухудшению управляемости или даже разрушению систем.

Причиной аэроупругой неустойчивости конструкций могут стать плохообтекаемая форма, малая жесткость и связанная с ней низкая собственная частота, а также слабая демпфирующая способность конструкции. К основным типам аэроупругих колебаний относятся резонансное вихревое возбуждение, галопирование, флаттер, бафтинг и др. [4]. Резонансное вихревое возбуждение, или ветровой резонанс — это автоколебания конструкций в ветровом потоке, обусловленные воздействием дорожки Кармана, т. е. периодически сходящихся с поверхности плохообтекаемого тела вихрей. (В англоязычной литературе такой тип колебаний получил название *vortex-induced vibrations* или *vortex excitation*.)

Сопряженные физические процессы, в которых движение воздушной среды оказывает влияние на поведение деформируемых объектов, называются взаимодействием потоков со структурами (*fluid structure interaction (FSI)*). Если деформация упругого объекта достаточно велика, необходимо учитывать обратное влияние деформированного объекта на внешнее течение (двунаправленное сопряжение (*2FSI*)).

В последнее время исследования различных аспектов взаимодействия ветрового потока с сооружениями проводятся во многих странах. Отметим несколько работ, посвященных изучению колебаний конструкций, вызванных воздействием на сооружения воздушного потока.

Большое внимание уделяется изучению нестационарных режимов течений за плохообтекаемыми телами, прежде всего за круглым цилиндром [5]. В то же время режимы течения за призматическими телами изучены в меньшей степени.

В работе [6] представлены результаты экспериментальных измерений параметров течения за стержнем квадратного сечения, расположенным поперек потока, при значениях числа Рейнольдса  $Re = 10^3 \div 4,5 \cdot 10^4$ . Полученные данные сопоставлены с результатами двумерного и трехмерного численного моделирования течения при  $Re \leq 10^3$  с использованием метода крупных вихрей. Типичные структуры течения и полученные в расчете характеристики следа за цилиндром квадратного сечения сопоставлены с данными эксперимента и других исследователей. Также проведено сравнение со случаем цилиндра круглого сечения.

В [7] представлены результаты двумерного и трехмерного численного моделирования нестационарного обтекания цилиндра квадратного сечения, закрепленного по нормали к внешнему потоку, для умеренно больших значений числа Рейнольдса  $Re < 500$ . Проанализировано поведение расчетных коэффициентов подъемной силы и силы сопротивления. Проведено сопоставление результатов трехмерного моделирования с известными экспериментальными данными о числе Струхала  $Sh$  и среднем коэффициенте сопротивления и показано, что результаты трехмерных расчетов согласуются с результатами экспериментов.

В работах [8–10] представлены результаты двумерного и трехмерного численного моделирования аэроупругих колебаний цилиндров различного сечения, установленных поперек набегающего потока. Следует отметить, что в этих работах гидродинамическая и упругая задачи решаются отдельно. Сначала проводится моделирование потока в окрестности неподвижного тела, в результате чего определяется сила (нагрузка), действующая на твердое тело. На втором этапе к модели прикладывается динамическая нагрузка, т. е. в правые части уравнений теории упругости добавляется зависящая от времени сила и таким образом моделируется возбуждение упругих колебаний модели.

В [11] представлены результаты двумерного расчета с использованием технологии двунаправленного взаимодействия и LES-модели турбулентности. Исследовано влияние числа Рейнольдса на аэроупругий отклик плоской пластины со скошенными под углом  $45^\circ$

краями, закрепленной по центральной линии, в поперечном турбулентном потоке воздуха. Показано, что с увеличением числа Рейнольдса увеличиваются деформации конструкции и напряжения фон Мизеса.

В современном инженерном вычислительном программном комплексе ANSYS разработана технология расчета 2FSI-задач, позволяющая достаточно точно моделировать взаимное влияние процессов различной физической природы. С целью отработки 2FSI-методики расчета аэроупругих задач в среде ANSYS ранее численно решены трехмерные сопряженные задачи о возбуждении колебаний стержня (призмы) при различных значениях геометрических параметров (высота и поперечное сечение модели), скоростей потока и различных свойствах материала стержня [12, 13].

Целью настоящей работы является исследование процесса развития аэроупругих колебаний стержня большого удлинения в режиме, близком к резонансному. Представлены результаты численного моделирования колебаний упругого стержня, установленного на подложке перпендикулярно внешнему потоку. Свойства материала и скорость потока выбраны таким образом, чтобы значения первой собственной частоты недеформированного стержня были близки к значениям частоты схода вихрей. Моделирование выполнено в ANSYS Workbench с использованием технологии двунаправленного сопряжения. Вычислены собственные частоты и формы колебаний стержня. Проанализирована структура и описаны особенности течения воздуха в окрестности модели. Исследован процесс возбуждения колебаний упругого стержня под действием внешнего потока и определено его напряженно-деформированное состояние. Проведено сравнение значений частот, полученных путем обработки амплитуд колебаний стержня, и значений модуля скорости в расположенной за телом точке-мониторе. В результате фурье-анализа зависимости скорости от времени получена дополнительная частота, обусловленная существованием вторичного вихря в ближнем следе за моделью. Эта частота не выделяется на графике амплитуд отклонений стержня, поскольку интенсивность вихря невелика и он не оказывает влияния на стержень. Совместный анализ амплитуд колебаний и изменения скорости позволил выделить и описать характерные режимы развития нестационарного процесса формирования автоколебаний.

**1. Постановка задачи и метод расчета.** Проведен расчет колебаний стержня квадратного сечения с длиной стороны  $d = 0,03$  м и высотой  $h = 13,3d = 0,4$  м под воздействием стационарного потока воздуха. Расчетная область представляет собой канал размером  $12h \times 5h \times 10h$ , внутри которого на подложке размером  $3h \times 2h$  на расстоянии от входа, равном  $1,5h$ , жестко закреплен стержень (рис. 1).

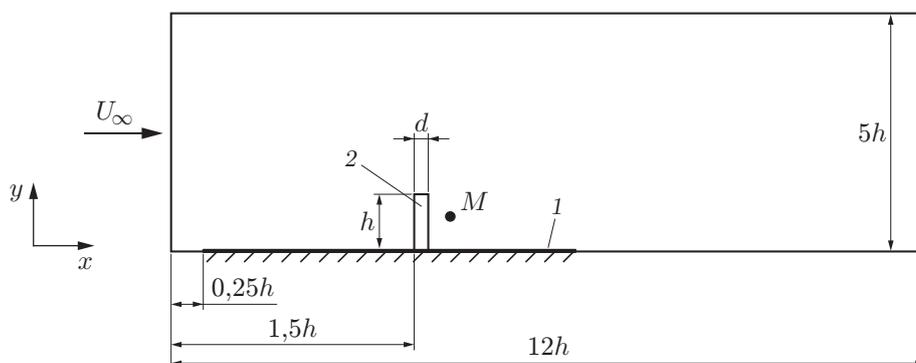


Рис. 1. Расчетная область в плоскости симметрии:

1 — подложка, 2 — стержень; стрелка — направление набегающего потока;  
 $M$  — точка-монитор с координатами  $(1,675h, 0,5h, 3,5h)$

В расчетной области построена неструктурированная тетраэдральная сетка, содержащая  $1,3 \cdot 10^6$  ячеек и сгущающаяся по направлению к подложке и стенкам стержня. Структурированная сетка на стержне содержит 4500 ячеек. В расчетной области выделены две подобласти, соответствующие зонам жидкости и твердого тела в ячейках. На границе между этими зонами происходит сопряжение гидродинамического и деформационного решателей. На границе сопряжения воздушной области и упругого тела сетка является неконформной, т. е. положения узлов сетки на поверхностях, принадлежащих различным зонам ячеек, не совпадают.

Численное моделирование течения воздуха в канале выполнено с использованием трехмерных нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса, дополненных  $(k-\omega)$ -SST-моделью турбулентности. Расчеты выполнены в изотермической постановке для несжимаемого воздуха при нормальных атмосферных условиях ( $\rho_{air} = 1,225 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu = 1,789 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$ ), скорости набегающего потока  $U_\infty = 5 \text{ м/с}$ , числе Рейнольдса, рассчитанном по размеру поперечного сечения стержня,  $Re_d = 10^4$ , интенсивности турбулентности на входе 1 %; отношение турбулентной и физической вязкостей равно 10.

Процессы в твердом теле описываются нестационарными трехмерными уравнениями теории упругости, условием совместности деформаций и законом Гука с учетом геометрической нелинейности. В качестве материала стержня использован модельный изотропный материал, свойства которого близки к свойствам пенопласта (плотность  $\rho_{solid} = 59 \text{ кг/м}^3$ , модуль упругости  $E = 12,7 \text{ МПа}$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0,35$ ).

Для объединения гидродинамического и деформационного расчетов использован итерационный алгоритм сопряжения. На каждом шаге по времени отдельно решались уравнения гидродинамики и механики деформируемого твердого тела, затем через границу между воздушной средой и стержнем проводился обмен данными. При решении аэродинамической задачи на стержне задавалось кинематическое граничное условие, обеспечивающее равенство скоростей внешней среды и подвижной стенки. Движение границы определялось перемещениями стержня, передаваемыми из деформационного решателя. Для уравнений теории упругости в качестве граничных условий на стенках стержня задавалось полученное в аэродинамическом расчете распределение давления. На подложке принималось условие прилипания для скорости. На верхней, боковых и частично на нижней границах расчетной области заданы условия симметрии, обеспечивающие отсутствие потока через эти границы.

Для расчета воздушного потока использована конечно-объемная схема второго порядка аппроксимации по пространству, основанная на решении уравнения для давления. Для связи давления и скорости использовалась сопряженная схема. Уравнения теории упругости решались с помощью метода конечных элементов, в котором использовались элементы типа SOLID185.

**2. Результаты исследования и их анализ.** Моделирование проводилось в три этапа. Сначала был выполнен гидродинамический расчет на последовательности сеток, содержащих  $9,83 \cdot 10^5$ ,  $1,3 \cdot 10^6$  и  $3 \cdot 10^6$  ячеек. При этом ячейки вблизи стержня имели размеры  $9,0 \cdot 10^{-4}$ ,  $4,5 \cdot 10^{-4}$  и  $2 \cdot 10^{-4}$  м, а величина  $y^+$  была равна 4,0, 1,8 и 1,0 соответственно. Результаты сравнения показали, что осредненные значения характеристик течения и частоты на средней и мелкой сетках совпадают с погрешностью 3–5 %.

В зависимости от сетки и метода расчета шаг по времени изменялся от  $5 \cdot 10^{-5}$  до  $10^{-3}$  с, т. е. на характерный период колебаний с частотой 20 Гц приходилось от 50 до 1000 временных шагов. Для расчетов использовались итерационная и безытерационная схемы интегрирования по времени второго порядка. В итерационной схеме на каждом шаге по времени, как правило, проводилось 10–20 итераций, при выполнении которых происходило уменьшение всех невязок до значения меньше заданного критерия  $10^{-3}$ .

Валидация методики проведена путем анализа чисел Струхала в вихревой дорожке за абсолютно жестким цилиндром квадратного сечения. Значения частот, полученные с помощью фурье-анализа временной зависимости интегральной силы в направлении  $z$ , находятся в диапазоне  $18 \div 20$  Гц. Соответствующие этому диапазону частот значения числа Струхала  $Sh = 0,11 \div 0,12$  согласуются с эмпирическими значениями и данными расчетов, приведенными в [6].

На втором этапе выполнен модальный анализ и получены собственные частоты и формы колебаний стержня, которые необходимы для определения опасного диапазона частот внешнего воздействия. При совпадении частоты срыва вихрей с собственной частотой модели может возникнуть резонанс, т. е. резкое увеличение амплитуд колебаний конструкции. Данные модального расчета используются при анализе результатов.

На третьем этапе проведен сопряженный расчет с использованием технологии 2FSI. Исследован процесс возбуждения под действием внешнего потока колебаний упругого стержня и определено его напряженно-деформированное состояние. Описаны структура и особенности течения воздуха в окрестности стержня, а также выполнен фурье-анализ зависимостей от времени максимальных отклонений стержня и модуля скорости в точке-мониторе.

2.1. *Модальный анализ.* С использованием модуля ANSYS Modal проведен модальный анализ, позволивший определить собственные частоты и формы колебаний закрепленного на подложке стержня. Первые собственные частоты конструкции равны 14,06; 85,80; 162,30; 231,26; 290,90; 430,95 Гц.

Поскольку стержень имеет квадратное сечение, первая, вторая, четвертая и шестая частоты, соответствующие формам при изгибе в направлениях  $x$  и  $z$ , являются кратными. Третья частота соответствует крутильной форме колебаний, пятая — растягивающей. На рис. 2 представлены формы колебаний стержня для первых двух частот, наиболее опасных с точки зрения возникновения резонанса.

2.2. *Сопряженный расчет.* С использованием технологии двунаправленного сопряжения (2FSI) проведен аэроупругий расчет. В начальный момент времени на покоящийся стержень натекает воздушный поток. Под действием ветрового давления стержень деформируется в направлении основного потока. При обтекании модели образуются вихри, поочередно срывающиеся с боковых кромок стержня. Совокупность отрывающихся в шахматном порядке вихрей образует вихревую дорожку Кармана. Под действием вихрей возбуждаются поперечные колебания модели.

На рис. 3 показаны линии тока в окрестности модели в момент времени  $t/T = 70$  ( $T$  — период, соответствующий первой собственной частоте колебаний стержня). Хорошо

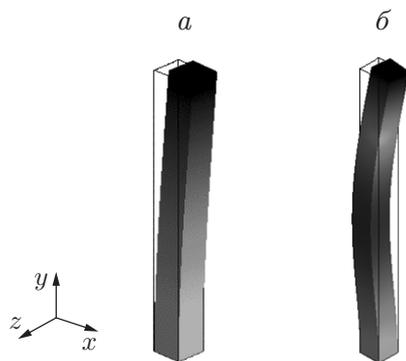


Рис. 2. Формы колебаний стержня для собственных частот  $f_1 = 14,06$  Гц (а),  $f_2 = 85,8$  Гц (б); тонкие сплошные линии — исходное положение стержня

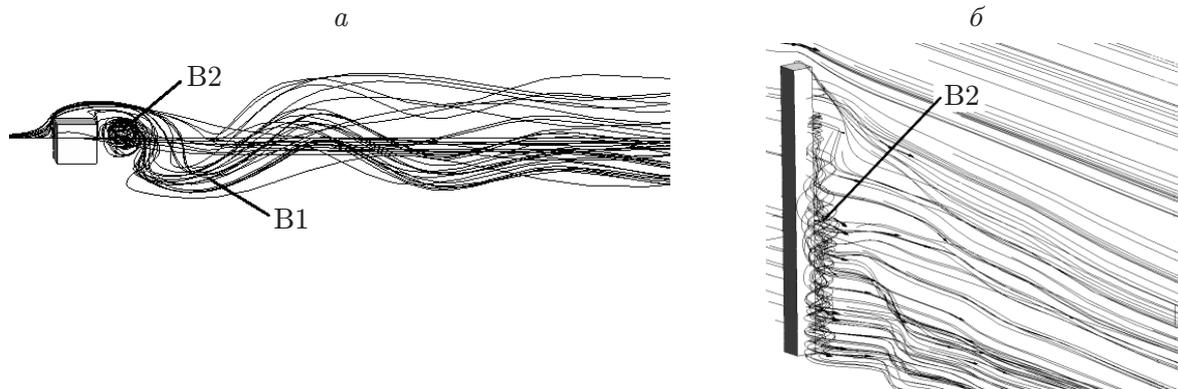


Рис. 3. Линии тока в окрестности модели при  $t = 4,98$  с:  
*a* — вид сверху, *б* — изометрическая проекция

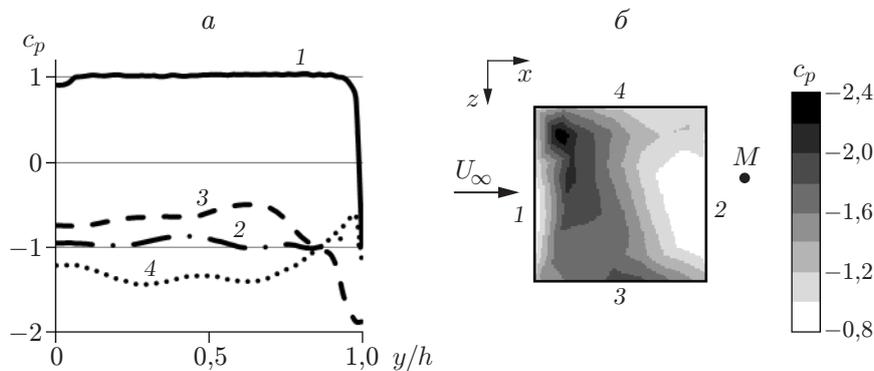


Рис. 4. Распределения коэффициента давления на стенках стержня (*a*) и на верхней крышке (*б*) при  $t = 4,98$  с:  
 1 — наветренная грань, 2 — задняя поверхность, 3, 4 — боковые грани

видны вихревая дорожка Кармана V1 и дополнительный вихрь V2, который образуется вблизи верхней части стержня и распространяется вдоль его стенки вниз к подложке.

На рис. 4 показано распределение коэффициента давления по высоте стержня на линиях, расположенных в центрах боковых граней, при  $t/T = 70$ . На наветренной грани, на которую приходится основное ветровое давление, коэффициент давления  $c_p$  имеет положительное значение и несущественно меняется по высоте (кривая 1 на рис. 4). Резкое уменьшение  $c_p$  происходит вблизи верхней поверхности модели, где находится отрывная зона. На задней поверхности коэффициент  $c_p$  имеет отрицательное значение и незначительно изменяется по высоте (кривая 2 на рис. 4). На боковых гранях  $c_p$  также имеет отрицательное значение (кривые 3, 4 на рис. 4). Давление на большей части поверхности грани 4, с которой в данный момент времени происходит срыв вихря (см. рис. 3, *a*), ниже давления на грани 3. При этом на грани 3 вблизи верхней крышки значение  $c_p$  уменьшается, в то время как на грани 4 — увеличивается. Этот результат подтверждается распределением коэффициента давления на верхней крышке стержня (см. рис. 4), которое показывает, что коэффициент  $c_p$  всюду имеет отрицательное значение, но вблизи грани 4 давление выше, чем вблизи грани 3.

Максимальные перемещения стержня в продольном  $\Delta u_x$  и поперечном  $\Delta u_z$  направлениях приведены на рис. 5. Видно, что при  $t/T < 17$  стержень совершает колебания в направлении основного потока с частотой, близкой к первой собственной частоте кон-

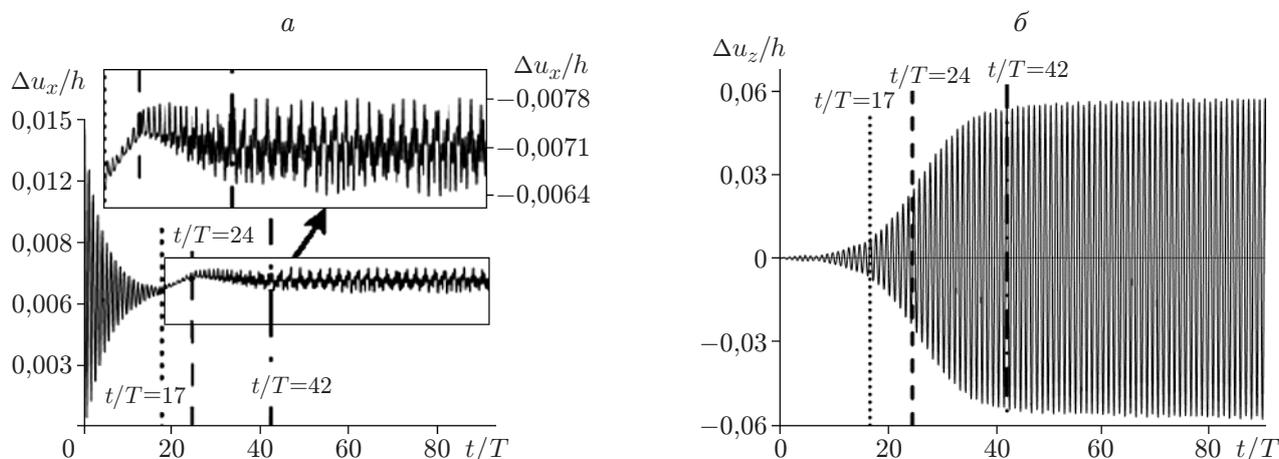


Рис. 5. Зависимости амплитуды максимальных продольных (а) и поперечных (б) перемещений стержня от времени: вертикальные линии — временные интервалы, соответствующие различным этапам развития колебаний

струкции 14,06 Гц, амплитуда которых быстро затухает (см. рис. 5,а). Максимальное продольное отклонение модели  $\Delta u_{x \max} = 0,015h$  наблюдается при  $t/T = 0,4$ . В период времени  $t/T = 17 \div 24$  стержень находится в отклоненном в продольном направлении положении и совершает в этом направлении колебания небольшой амплитуды с той же частотой. С момента времени  $t/T = 24$  частота колебаний стержня в направлении потока составляет  $f_{x2} = 27,5$  Гц. Начиная с  $t/T = 42$  стержень остается в отклоненном по  $x$  положению с максимальным отклонением  $0,0071h$  и совершает небольшие колебания с частотой  $f_{x2} = 27,5$  Гц, амплитуда которых периодически изменяется с частотой  $f_{x3} = 6,87$  Гц. Таким образом, получен режим “биений”, который наблюдается при близких значениях собственной и вынуждающей частот системы [14].

Начиная с  $t/T = 5,6$  возбуждаются поперечные колебания стержня (см. рис. 5,б), что обусловлено поочередным срывом вихрей в дорожке Кармана. Амплитуда колебаний увеличивается с большой скоростью до момента  $t/T = 42$ . При больших значениях времени происходит синхронизация собственной частоты и частоты внешней силы. При этом и собственная частота, и главная частота вихревой дорожки незначительно уменьшаются, в результате устанавливается автоколебательный режим с амплитудой  $\Delta u_{z \max} = 0,06h = 0,8d$  и частотой 13,75 Гц.

2.3. *Анализ Фурье.* На рис. 6 приведены частоты колебаний, полученные с помощью быстрого преобразования Фурье (FFT-анализа) зависимостей от времени амплитуд отклонений стержня в продольном и поперечном направлениях. Для того чтобы найти зависимость частот колебаний от времени, анализ проведен для различных временных интервалов, показанных на рис. 5.

На рис. 6,а видна область сплошного спектра в диапазоне частот  $f_{x1} = 13 \div 15$  Гц, который включает первую собственную частоту стержня и частоту схода вихрей. В этой области кривая имеет три локальных максимума, равных 13,0; 13,75; 14,0 Гц. Также на рис. 6,а отмечены супергармоническая частота  $f_{x2} = 27,5$  Гц, соответствующая колебаниям стержня в направлении потока при  $t/T > 24$ , и субгармоническая частота  $f_{x3} = 6,87$  Гц, связанная с периодическим изменением амплитуды колебаний стержня в направлении потока при  $t/T > 42$ . На рис. 6,б имеется один пик с частотой  $f_{z1} = 13,75$  Гц, соответствующий колебаниям стержня в поперечном направлении.

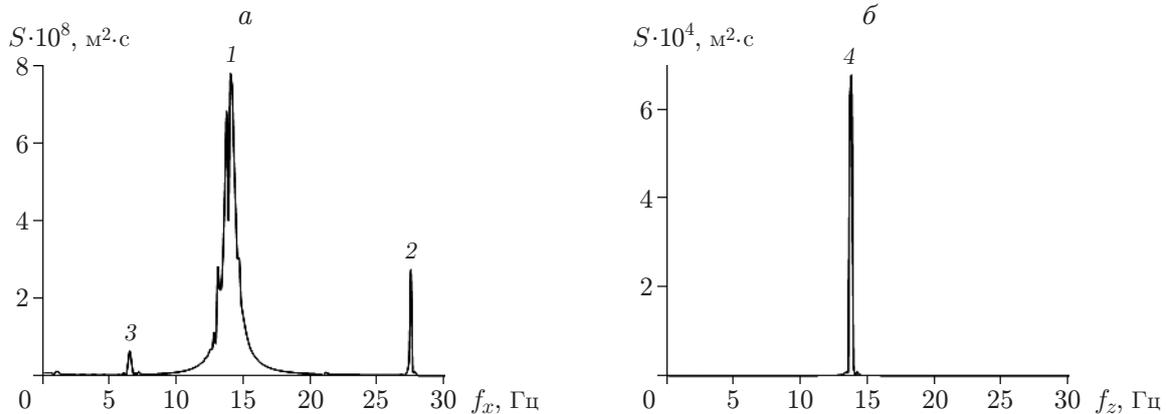


Рис. 6. Частоты, полученные с использованием FFT-анализа зависимостей отклонений стержня в продольном (а) и поперечном (б) направлениях от времени: 1 — область сплошного спектра  $f_{x1} = 13 \div 14$  Гц, 2 —  $f_{x2} = 27,5$  Гц, 3 —  $f_{x3} = 6,87$  Гц, 4 —  $f_{z1} = 13,75$  Гц

В результате FFT-анализа временного поведения модуля скорости, зарегистрированного в точке-мониторе  $M$  (см. рис. 1), получены четыре частоты, одна из которых ( $f_{z1} = 13,75$  Гц) является частотой срыва вихрей в вихревой дорожке Кармана, две другие ( $f_{x3} = 6,87$  Гц и  $f_{x2} = 27,5$  Гц) являются суб- и супергармониками автоколебательного процесса, четвертая частота (20,2 Гц) связана с существованием вихря В2 (см. рис. 3). Эта частота не выделяется при анализе амплитуд отклонений стержня, поскольку вихрь В2 движется вниз вдоль задней поверхности стержня и его интенсивность невелика.

**3. Обсуждение результатов.** Для данного исследования материалы выбраны таким образом, чтобы первая собственная частота недеформированного стержня была близка к частоте схода вихрей. В результате сопряженных расчетов получен режим с резким ростом амплитуды поперечных колебаний. Однако увеличение амплитуды наблюдается в ограниченный период времени, после чего происходит синхронизация частот и устанавливается автоколебательный режим с постоянной амплитудой.

Значения частоты колебаний стержня, полученные в сопряженном расчете, отличаются от значений частот, полученных при модальном анализе для ненагруженного стержня (см. рис. 2). Частота вынуждающей силы в направлении  $z$  также ниже основной частоты схода вихрей, полученной в гидродинамическом расчете. Таким образом, имеет место обратное влияние упругой конструкции на поток.

На основе проведенного анализа результатов численных расчетов в процессе возбуждения колебаний стержня можно выделить четыре этапа.

1.  $0 < t/T < 17$ . Стержень совершает колебания в продольном направлении с первой собственной частотой  $f_1 = 14,06$  Гц, амплитуда которых затухает. Начиная с момента времени  $t/T = 5,6$  наблюдается увеличение амплитуды поперечных колебаний стержня, обусловленное воздействием вихревой дорожки Кармана. При этом стержень продолжает совершать колебания в  $x$ -направлении.

2.  $t/T = 17 \div 24$ . Стержень отклоняется в направлении потока и совершает в этом направлении колебания небольшой амплитуды с частотой 27,5 Гц.

3.  $t/T = 24 \div 42$ . Амплитуда колебаний в поперечном направлении начинает быстро расти и достигает величины  $0,06h = 0,8d$ .

4. С момента времени  $t/T = 42$  устанавливается квазипериодический автоколебательный режим. В направлении  $z$  стержень совершает периодические колебания с частотой

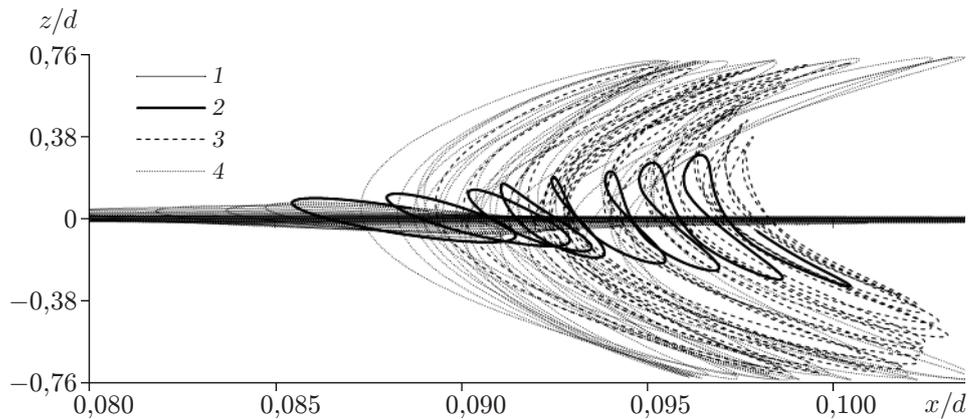


Рис. 7. Траектории движения точки, расположенной на верхней крышке цилиндра:  
1–4 — временные этапы (1 —  $t/T = 0 \div 17$ ; 2 —  $t/T = 17 \div 24$ ; 3 —  $t/T = 24 \div 42$ ; 4 —  $t/T > 42$ )

$f_{z1} = 13,75$  Гц и амплитудой  $0,06h$ . При этом стержень остается в отклоненном состоянии по  $x$  и совершает в этом направлении небольшие колебания с супергармонической частотой  $f_{x2} = 27,5$  Гц, амплитуда которых изменяется периодически с субгармонической частотой  $f_{x3} = 6,87$  Гц.

На рис. 7 представлены траектории движения точки, расположенной в центре верхней поверхности цилиндра. Данные, приведенные на рис. 7, подтверждают описанные выше особенности развития колебательного процесса.

**Заключение.** В работе численно исследован процесс возбуждения под действием внешнего воздушного потока колебаний упругого стержня квадратного сечения с характерным размером  $d = 0,03$  м и высотой  $h = 13,3d$ . Моделирование выполнено с помощью технологии двустороннего взаимодействия потоков (2FSI), реализованной в программном комплексе ANSYS с использованием модулей Fluent, Mechanical и технологии System Coupling.

Описаны структура и особенности течения воздуха в окрестности модели. Определены режимы колебаний стержня в направлении набегающего потока  $x$  и в поперечном направлении  $z$ .

Показано, что вследствие близости значений первой собственной частоты конструкции и частоты схода вихрей амплитуда колебаний стержня в поперечном направлении резко увеличивается, после чего устанавливается квазистационарный автоколебательный режим с постоянной амплитудой в направлении  $z$  и переменной амплитудой в направлении  $x$ .

Поочередно срывающиеся вихри действуют преимущественно в поперечном к набегающему потоку направлении и обуславливают поперечные колебания стержня с амплитудой  $0,06h = 0,8d$ . При этом в направлении потока конструкция совершает колебания с удвоенной (супергармонической) частотой, амплитуда которых мала и изменяется с половинной (субгармонической) частотой.

Воздействие внешнего течения на стержень приводит к формированию периодического автоколебательного режима. Обратное влияние конструкции на внешний поток проявляется в изменении частоты возбуждающей силы, а также структуры вихревого течения в окрестности стержня.

Таким образом, реализованная в программном комплексе ANSYS технология двустороннего сопряжения движения жидкости и упругой конструкции позволяет получить достаточно сложные автоколебательные режимы аэроупругих колебаний и может быть использована для анализа реальных конструкций.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Фершинг Г.** Основы аэроупругости. М.: Машиностроение, 1984.
2. **Фын Я. Ц.** Введение в теорию аэроупругости / Под ред. Э. И. Григолюка. М.: Физматгиз, 1959.
3. **Симиу Э.** Воздействие ветра на здания и сооружения / Э. Симиу, Р. Сканлан. М.: Стройиздат, 1984.
4. **Вольмир А. С.** Оболочки в потоке жидкости и газа: задачи аэроупругости. М.: Юрайт, 2018.
5. **Williamson C. H. K.** Vortex dynamics in the cylinder wake // Annual Rev. Fluid Mech. 1996. V. 28. P. 477–539.
6. **Honglei Bai H., Alam M. M.** Dependence of square cylinder wake on Reynolds number // Phys. Fluids. 2018. V. 30. 015102.
7. **Sohankar A., Norberg C., Davidson L.** Simulation of three-dimensional flow around a square cylinder at moderate Reynolds numbers // Phys. Fluids. 1999. V. 11. P. 288–306.
8. **Singh S. P., Biswas G.** Vortex induced vibrations of a square cylinder at subcritical Reynolds numbers // Phys. Fluids. 2013. V. 41. P. 146–155.
9. **Placzek A., Sigrist J.-F., Hamdouni A.** Numerical simulation of an oscillating cylinder in a cross-flow at low Reynolds number: Forced and free oscillations // Comput. Fluids. 2009. V. 38. P. 80–100.
10. **Tian Li, Jiye Zhang, Weihua Zhang.** Nonlinear characteristics of vortex-induced vibration at low Reynolds number // Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. 2011. V. 16. P. 2753–2771.
11. **Marcel I.** Fluid-structure interaction in turbulent flows; a CFD based aeroelastic algorithm using LES // Appl. Math. Comput. 2019. V. 342. P. 309–321.
12. **Погудалина С. В., Федорова Н. Н., Вальгер С. А.** Сопряженный расчет взаимодействия воздушного потока с упругим стержнем квадратного сечения, закрепленным на подложке // Изв. вузов. Стр-во. 2016. № 5. С. 11–20.
13. **Pogudalina S. V., Fedorova N. N.** Mathematical modeling of vortex induced vibrations of an elastic rod under air flow influence // AIP Conf. Proc. 2018. V. 1939. 020023.
14. **Андронов А. А.** Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. М.: Наука, 1981.

*Поступила в редакцию 21/IV 2020 г.,  
после доработки — 16/VI 2020 г.  
Принята к публикации 29/VI 2020 г.*

---