

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКИХ
И РЕЛАКСАЦИОННЫХ СВОЙСТВ МЕТАЛЛОВ
В УДАРНЫХ ВОЛНАХ
МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

*Т. В. Жукова, П. В. Макаров, Т. М. Платова, Е. Г. Скороспелова,
В. А. Скрипняк, Г. Н. Фондеркина*
(Томск)

При изучении реологических и прочностных свойств металлов при ударно-волновом нагружении важно правильно учесть протекание релаксационных процессов, в частности затухание упругих предвестников и релаксацию сдвиговых напряжений в волнах нагружения. Особенно ярко эти процессы проявляются в волнах средней интенсивности с амплитудами до 10—20 ГПа [1—3]. Для каждого материала в зависимости от его реологических свойств существует критическое напряжение, ниже которого ударные волны (УВ) остаются нестационарными. При напряжениях выше критических в УВ всегда наблюдается область нестационарного режима, тем меньшая, чем выше интенсивность волны. На этом участке волна напряжений эволюционирует от первоначального разрыва, возникшего на лицевой поверхности в момент удара, до некоторой стационарной конфигурации, определяемой конкурирующими процессами опрокидывания фронта и его дисперсии за счет вязкопластических свойств среды.

Численное воспроизведение зафиксированных в экспериментах нестационарных волновых профилей позволяет найти адекватный вид определяющего уравнения [4]. Для этого необходимо, чтобы макроскопические параметры (сдвиговое напряжение τ , вязкая составляющая сдвигового напряжения τ^v , скорость пластического сдвига $\dot{\gamma}^p$, полная скорость деформации $\dot{\epsilon}_1$ в направлении распространения волны) соответствовали их реальным значениям. В настоящей работе использовалось определяющее уравнение с дислокационной кинетикой для пластических сдвигов $\dot{\gamma}^p$ [4], в котором разделены механизмы превращения дефектной структуры в упругом предвестнике, волнах нагружения и разгрузки. При проведении расчетов с целью изучения реологических свойств среды, а также исследования структуры волновых фронтов должно быть сведено к минимуму влияние нефизических эффектов, связанных с методом расчета. При решении задач о распространении УВ конечно-разностными методами эти эффекты связаны с введением искусственной вязкости и наличием аппроксимационной вязкости схемы.

Цели настоящей работы состоят в следующем: 1) обсудить особенности численного решения задач о распространении волн нагружения в среде с релаксацией; 2) изучить вязкие и релаксационные свойства металлов путем численного моделирования нестационарных волновых фронтов.

Замкнутая система уравнений, описывающая распространение плоской волны напряжения в баротропной релаксирующей среде в переменных Лагранжа, имеет вид [1, 4, 5]

$$\rho \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial \epsilon_1}{\partial t}, \quad \sigma_1 = -P + 4/3\tau; \quad (1)$$

$$P = a_1\Theta + a_2\Theta^2 + a_3\Theta^3, \quad \Theta = \rho/\rho^0 - 1, \quad V = \rho^0/\rho; \quad (2)$$

$$\dot{\tau} = \mu(\dot{\epsilon}_1 - 2\dot{\gamma}^p).$$

Здесь u_1 — массовая скорость в направлении удара; μ — модуль сдвига; P — среднее давление; $\tau = 1/2(S_1 - S_2) = 3/4S_1$; $S_2 = S_3 = -1/2S_1$; $\dot{\gamma}^p =$

$= 1/2(\dot{\varepsilon}_1^p - \dot{\varepsilon}_2^p) = 3/4\dot{\varepsilon}_1^p$; $\dot{\varepsilon}_2^p = \dot{\varepsilon}_3^p = -1/2\dot{\varepsilon}_1^p$; $\dot{\varepsilon}_i = \dot{\varepsilon}_i^e + \dot{\varepsilon}_i^p$; $i = 1, 2, 3$; $\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_3 = 0$; индексы e и p соответствуют упругой и пластической составляющим полной скорости деформации $\dot{\varepsilon}_i$.

Скорость пластического сдвига $\dot{\gamma}^p$ задавалась в одних расчетах через кинетику дислокаций, которые полагаются элементарными носителями пластических сдвигов, равномерно распределенными по объему среды, а в других — реологическим уравнением через функцию вязкости η или время релаксации t_p .

Уравнения, задающие дислокационную кинетику и параметры дефектной структуры для сплавов Al 6061-T6, Al 1100, приведены в [4, 5]. Во втором случае напряжение течения представляется в виде суммы упругой τ_0 и вязкой τ^v составляющих, причем $\tau^v = 2\eta\dot{\gamma}^p$, $\eta = \mu t_p$, тогда

$$2\dot{\gamma}^p = \frac{\tau - \tau_0'}{\eta} = \frac{\tau - \tau_0'}{\mu t_p} \quad (3)$$

Определяющее уравнение (2) с учетом (3) примет вид

$$2\dot{\tau} = \mu \left(\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} - \frac{\tau - \tau_0'}{\eta} \right) = \mu \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} - \frac{\tau - \tau_0'}{t_p} \quad (4)$$

где $\tau_0' = \tau_0 + f(\varepsilon^p)$ — предел текучести деформированного материала с учетом деформационного упрочнения.

Коэффициент вязкости η (или t_p) представлен в виде функции пластической деформации ε_1^p и интенсивности напряжений σ_n (в случае плоской одномерной симметрии $\sigma_n = 2\tau$). Так как для многих материалов значение статического предела текучести τ_0 недостаточно ярко выражено и материалы при сравнительно небольших сдвиговых напряжениях проявляют заметную пластичность, гораздо лучшее совпадение расчетов с экспериментами получается без привлечения жестко фиксированных значений τ_0 . Уравнения (3) и (4) лучше переписать в виде:

$$2\dot{\gamma}^p = \tau/\eta = \tau/\mu t_p \quad (5)$$

$$\dot{\tau} = \mu(\partial \varepsilon_1 / \partial t - \tau/\eta) \quad (6)$$

тогда упругое поведение среды обеспечивается видом аппроксимации η , задающей достаточно большие η при $\sigma_n \rightarrow \sigma_{n0} = 2\tau_0$.

Расчеты показали, что зависимость $\eta(\sigma_n, \varepsilon^p)$ может быть представлена в виде $\eta(\sigma_n, \varepsilon^p) = f(\varepsilon^p) \cdot \varphi(\sigma_n)$ (рис. 1) (сплошные линии соответ-

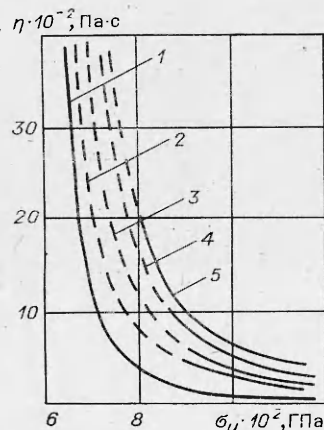


Рис. 1. Зависимость коэффициента вязкости $\eta(\sigma_n, \varepsilon^p) = f(\varepsilon^p) \cdot \varphi(\sigma_n)$ для сплава Al 1100 при степени пластической деформации ε_1^p , %:
1 — $0,6 \pm 0,2$, 2 — $0,2$, 3 — $0,06$, 4 — $0,03$, 5 — $0,01$ %.

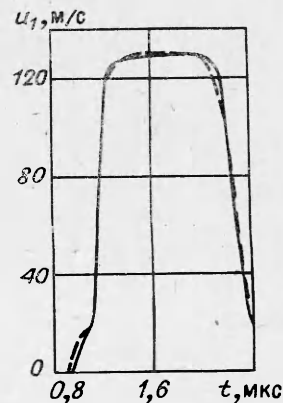


Рис. 2. Профиль волны напряжения $\sigma_1 = 1$ ГПа в сплаве Al 1100.
--- расчет; — эксперимент [6].

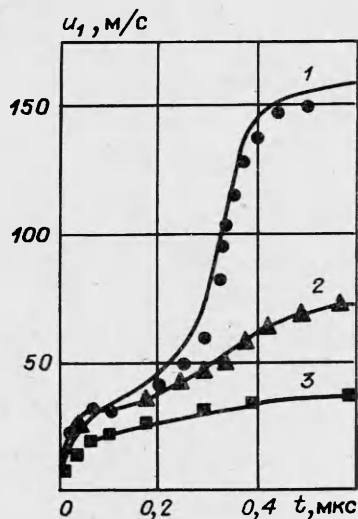


Рис. 3. Расчет волновых фронтов разной интенсивности (1—2,12, 2—1,12, 3—0,62 ГПа) в бериллии марки S-200 в сравнении с экспериментами (точки) [3]. Толщина нагружаемого образца 0,617 см.

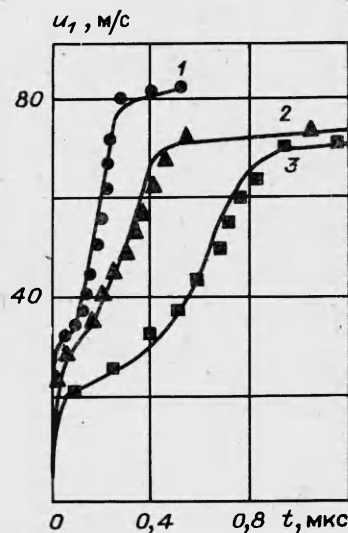


Рис. 4. Расчет эволюции волновых фронтов в бериллии S-200 в сравнении с экспериментами (точки) [3], для толщин образцов, см: 1—0,323, 2—0,617, 3—1,228.

ствуют значениям параметров в волне напряжения интенсивностью $\sigma_1 \approx 1$ ГПа в Al 1100 (рис. 2)). τ задано уравнением (6), а

$$\eta(\sigma_n, \epsilon^p) = \left\{ \exp \left(\frac{0,103}{\sigma_n - 0,047} + \frac{0,00751}{|\epsilon_1^p| + 0,0025} - 9,67 \right) \right\} \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{с}. \quad (7)$$

Аналогичные зависимости были получены для бериллия S-200 и сплава Al 6061-T6 (σ_n задана в ГПа):

$$\eta = \{0,15 \exp [20(0,6 - \sigma_n) + 0,013]\} \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad (8)$$

$$\eta = \left\{ \exp \left(\frac{0,352}{\sigma_n - 0,24} + \frac{0,01751}{|\epsilon_1^p| + 0,005} - 11 \right) \right\} \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{с}. \quad (9)$$

На рис. 3, 4 приведены результаты расчета эволюции волновых фронтов в бериллии марки S-200 с определяющим уравнением, заданным (6) и (8), в сравнении с экспериментами [3]. В (7) и (9) учтено влияние на вязкость η пластической деформации. При $\sigma_n = \text{const}$ более развитой пластической деформации, как видно из рис. 1, соответствуют меньшие значения η . Действительно, при больших пластических деформациях плотности дефектов выше, следовательно, релаксация будет идти гораздо быстрее.

Одинаковая скорость деформации на разных участках волновых профилей, а также в волнах разной интенсивности может реализовываться при существенно разных уровнях касательных напряжений и степенях деформаций. Поэтому коэффициент вязкости следует задавать в виде функции интенсивности напряжений σ_n и пластической деформации ϵ^p , но не от скорости деформации. Выполненные оценки по порядку величины согласуются с данными [8], где $\eta = \eta(\epsilon_1)$ (см. рис. 1).

Зависимости (7) и (9) найдены путем аппроксимации макроскопических параметров τ , γ^p , ϵ_1^p , полученных в расчетах эволюции волновых фронтов по модели с дислокационной кинетикой для γ^p [4, 5]. Они более просты, чем уравнения дислокационной кинетики, и их численная реализация при решении задач волновой динамики требует в 3—5 раз меньших затрат машинного времени. Это позволило распространить подход на случай пространственного напряженно-деформированного состояния.

Предполагается, что все компоненты девнатора напряжений релаксируют по закону:

$$\dot{S}_{ij} = \mu \left[\dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{\varepsilon_{ii}}{3} \delta_{ij} - \frac{S_{ij} \left(1 - \frac{\sigma_{ii}^0}{\sigma_{ii}} \right)}{\eta} \right], \quad (10)$$

где $(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ii} \cdot \delta_{ij}/3)$ — девнатор деформаций. Из (10) следует, что релаксация заканчивается, когда σ_{ii} достигает величины σ_{ii}^0 .

Для численного решения системы (1), (2) применена явная разностная схема второго порядка точности [9], которая модифицирована для среды с релаксацией [5]:

$$\begin{aligned} u_j^{n+1/2} &= u_j^{n-1/2} + \frac{\Delta t^n}{\varphi_j^n} (\sigma_{j+1/2}^n - \sigma_{j-1/2}^n), \\ \varphi_j^n &= 1/2 \left[\rho_{j+1/2}^0 \left(\frac{x_{j+1}^n - x_j^n}{V_{j+1/2}^n} \right) + \rho_{j-1/2}^0 \left(\frac{x_j^n - x_{j-1}^n}{V_{j-1/2}^n} \right) \right], \\ x_j^{n+1} &= x_j^n + u_j^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2}, \quad V_{j+1/2}^n = \rho_{j+1/2}^0 / \rho_{j+1/2}^n, \\ V_{j+1/2}^{n+1} &= V_{j+1/2}^n + \Delta t^{n+1/2} \cdot (u_{j+1}^{n+1/2} - u_j^{n+1/2}) / (x_{j+1}^{n+1/2} - x_j^{n+1/2}), \\ \dot{\varepsilon}_{j+1/2}^{n+1/2} &= (u_{j+1}^{n+1/2} - u_j^{n+1/2}) / (x_{j+1}^{n+1/2} - x_j^{n+1/2}), \\ x_j^{n+1/2} &= \frac{1}{2} (x_j^n + x_j^{n+1}), \quad \delta_{1j+1/2}^n = -p_{j+1/2}^n + 4/3 \tau_{j+1/2}^n, \\ \tau_{j+1/2}^{n+1} &= \tau_{j+1/2}^n + \mu \left[\dot{\varepsilon}_{1j+1/2}^{n+1/2} - 2 \dot{\gamma}_{j+1/2}^{p(n+1/2)} \right] \Delta t^{n+1/2}. \end{aligned} \quad (11)$$

В последнем уравнении системы (11), согласно выбранной модели, необходимо указать способ определения $\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p(n+1/2)}$. Независимо от способа задания $\dot{\gamma}^p$ применение релаксационных определяющих уравнений (2), в которых $\dot{\gamma}^p = \dot{\gamma}^p(\tau, \gamma^p, t)$, сопряжено с решением ряда проблем вычислительного характера.

Для правильного описания вязкопластического течения и релаксационных свойств материалов необходимо:

1) выбрать разностную схему с невысокой аппроксимационной вязкостью; схема (11) этому требованию удовлетворяет [10—12];

2) исключить из расчетов искусственную вязкость, которая независимо от шага по пространству размывает фронт волны нагружения на 3—5 пространственных интервалов [11]. Система (1) вместе с определяющими уравнениями обладает дисперсионными свойствами [5, 13]. Следовательно, ширина фронта волны нагружения определится теперь скоростью развития пластических сдвигов $\dot{\gamma}^p$, что повлечет за собой соответствующий выбор пространственных и временных интервалов [4, 5], обеспечивающих реальные скорости деформаций ε_i и $\dot{\gamma}^p$;

3) шаг по времени Δt в (11) должен быть выбран меньше наименьшего по процессу времени релаксации $(t_p)_{\min} = \eta_{\min}/\mu$;

4) на каждом временном слое для каждого узла необходимо решать уравнение (2). Так как на каждом временном слое $\dot{\varepsilon}_{1j+1/2}^n = \text{const}$, то определяющее уравнение (2) сводится к виду $\tau = f(\tau, t)$ и его можно либо интегрировать, например, методом Рунге — Кутты, либо применять итерации.

Итеративный процесс, обладающий высокой скоростью сходимости, имеет вид

$$[\tau_{j+1/2}^{n+1}]^M = \tau_{j+1/2}^n + \mu \Delta t^{n+1/2} \cdot \left(\dot{\varepsilon}_{1j+1/2}^{n+1/2} - 2 [\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p(n+1/2)}]^{M-1} \right).$$

$$\begin{aligned}
[\tau_{j+1/2}^{n+1/2}]^M &= \frac{1}{2} ([\tau_{j+1/2}^{n+1}]^M + \tau_{j+1/2}^n), \\
[\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p^{n+1/2}}]^M &= \dot{\gamma}^p ([\tau_{j+1/2}^{n+1/2}]^M, [\tau_{j+1/2}^{p^{n+1/2}}]^{M-1}), \\
[\gamma_{j+1/2}^{p^{n+1}}]^M &= \gamma_{j+1/2}^{p^n} + \Delta t^{n+1/2} [\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p^{n+1/2}}]^M, \\
[\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p^{n+1/2}}]^M &= \frac{1}{2} (\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p^n} + [\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p^{n+1}}]^M), \\
[\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p^{n+1/2}}]^M &= \dot{\gamma}^p ([\tau_{j+1/2}^{n+1/2}]^M, [\dot{\gamma}_{j+1/2}^{p^{n+1/2}}]^M), \quad \delta > \frac{[\tau]^{M-1} - [\tau]^M}{[\tau]^M},
\end{aligned}$$

где M — номер итерации. Фактически для большинства расчетов при $\delta \approx 0,01$ требуется не более двух итераций, за исключением очень крутых фронтов вблизи поверхности соударения. Интегрирование (2) методом Рунге — Кутты требует несколько больших затрат машинного времени при той же точности расчетов.

Численный эксперимент, проведенный в [5], показал, что если на фронт волны нагружения, исключая упругий предвестник, приходится не менее 10—15 пространственных интервалов, дальнейшее измельчение шага по пространству нецелесообразно. Для получения устойчивых расчетов без осцилляций шаг по времени Δt должен быть по крайней мере в 5—10 раз меньше минимального времени релаксации, которое для изучаемых материалов в исследуемом диапазоне давлений составляет 10—20 нс. Следовательно, $\Delta t \approx 1 \div 2$ нс, а пространственные интервалы с учетом условия Куранта [5, 11] следует брать $\Delta x \approx 0,002 \div 0,004$ см.

В осесимметричной постановке решена модельная задача об ударе стержня из сплава Al 6061-T6 о жесткую недеформируемую преграду со скоростью 100 м/с. Расчет выполнен на сетке 20×40 с шагом по пространству 0,005 см. Минимальное время релаксации в этом процессе, следующее из зависимости (9), составило $t_p = 0,018$ мкс, $\Delta t \approx 2$ нс. Задача решена методом конечных элементов [16] с треугольными в плане элементами. В конце процесса деформирования стержень принял характерную грибообразную форму. На плоском участке фронта параметры течения хорошо согласуются с одномерными расчетами.

Поскольку в расчетах воспроизводится реально наблюдаемая в экспериментах волновая структура, представляется возможным определить величину вязких напряжений. Для стационарных фронтов вязкие напряжения могут быть оценены по приближенной аналитической зависимости Л. В. Альтшулера [14]

$$\tau_{ст}^v = -\frac{3}{2} \rho^0 \lambda (u - u_1)(u_2 - u_1). \quad (12)$$

Здесь λ — коэффициент в зависимости скорости ударного фронта D от массовой скорости u ($D = c_0 + \lambda u$); u_1 — массовая скорость на гюгониовском пределе и u_2 — максимальная в волне нагружения.

В численных расчетах τ^v определялись как неравновесные части напряжения сдвига: $\tau^v = \tau - \tau_0$. На рис. 5 приведены волновые профили и величины вязких напряжений, полученные для Al 6061-T6 при $\sigma_1 = 2,1$ (а) и 3,7 ГПа (б). Расчеты выполнены по модели с дислокационной кинетикой для пластических сдвигов [5]. Для существенно нестационарных фронтов τ^v значительно превышают оценки, следующие из (12) для $\tau_{ст}^v$ (см. рис. 5, а). Для более высокой интенсивности (см. рис. 5, б) волновой режим близок к стационарному и различие τ^v и $\tau_{ст}^v$ незначительно. Для сплава Al 6061-T6 волны с $\sigma_1 \approx 4,0$ ГПа достаточно быстро (на расстояниях 1—4 мм тем меньших, чем выше амплитуда волны) выходят на стационарный режим. В этом случае численные расчеты отличаются от оценок по (12) не более чем на 10%. Так, для Al 6061-T6 при $\sigma_1 = 9$ ГПа $\tau^v \approx \tau_{ст}^v \approx 0,4$ ГПа.

Таким образом, для получения объективной информации о вязкопластических и релаксационных свойствах среды необходимо использо-

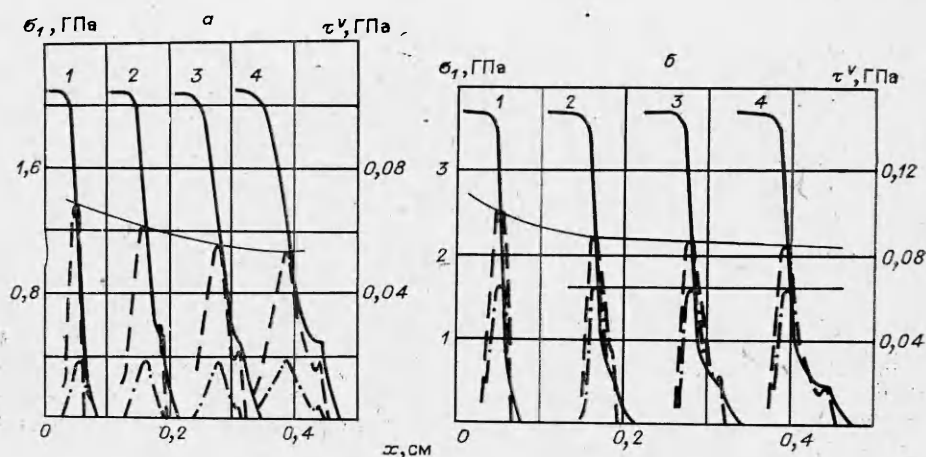


Рис. 5. Расчет эволюции волновых фронтов и вязких напряжений в Al 6061-T6 для существенно нестационарной волны (а) и для волны, близкой к стационарной (б).
 — σ_1 ; - - - τ^v ; - · - · - $\tau_{ст}^v$ (оценка вязкого напряжения, сделанная по (12) в предположении о стационарности фронта); профили приведены для t , мкс: 1 — 0,1, 2 — 0,3, 3 — 0,5, 4 — 0,7.

вать разностные схемы с малой аппроксимационной вязкостью. Применение искусственной вязкости недопустимо. Система уравнений, описывающая распространение волн нагружения с определяющим уравнением релаксационного типа, обладает дисперсионными свойствами, обеспечивающими при соответствующем выборе шагов по пространству и времени совпадение расчетных и экспериментальных волновых профилей. В этом случае могут быть однозначно определены напряжения сдвига и вязкие напряжения. Для нестационарных волновых фронтов значения вязких напряжений существенно отличаются от оценок, сделанных в предположении об их стационарности.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Herrmann.— In: Wave Propagation in Solids/ed. J. Miklowitz. The American Society of Mechanical Engineers, 1969.
2. J. Lipkin, J. R. Asay. J. Appl. Phys., 1978, 48, 1, 182.
3. H. E. Reed.— In: Metallurgical Effects at High Strain Rates. N. Y.— L., 1973.
4. П. В. Макаров, Т. М. Платова, В. А. Скрипняк. ФГВ, 1983, 19, 5, 123.
5. П. В. Макаров, В. А. Скрипняк. Деп. ВИНТИ № 394—82.
6. L. Davison, A. L. Stevens, M. E. Kipp. J. Mech. Phys. Solids, 1977, 25, 1, 11.
7. J. N. Johnson, L. M. Barker. J. Appl. Phys., 1969, 40, 11, 4321.
8. Г. В. Степанов. Упругопластическая деформация материалов под действием импульсных нагрузок. Киев: Наук. думка, 1978.
9. М. Ш. Уилкинс.— В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967.
10. П. Роуч. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
11. Р. Рихтмайер, К. Мортон. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1960.
12. Б. Л. Рождественский, П. Н. Яненко. Системы квазилинейных уравнений и приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1975.
13. Дж. Уизем. Линеинные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
14. Л. В. Альтшулер, Б. С. Чекин. ФГВ, 1983, 19, 5, 140.
15. А. Ф. Баум, Л. П. Орленко и др. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
16. G. R. Johnson. J. Appl. Mech., 1976, 43, 3, 439.

Поступила в редакцию 23/IV 1986