

подхода объяснить причину отклонения от подобия разрушения труб на фрагменты и ориентировочно отыскать вид зависимости $n(v, R_0)$; выявило возможность возникновения трещин-лидеров при скоростях деформации около 10^5 с^{-1} . Такие трещины не укладываются в существующие представления о разрушении труб в области глубокой пластичности.

Поступила 23 VI 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов А. Г. Особенности взрывной деформации и разрушения труб. — Проблемы прочности, 1976, № 11.
2. Иванов А. Г., Минеев В. Н. О масштабном критерии при хрупком разрушении конструкций. — ДАН СССР, 1975, т. 220, № 3 (см. также ФГВ, 1979, № 5).
3. Иванов А. Г., Кочкин Л. И. и др. Взрывное разрушение труб. — ФГВ, 1974, № 1.
4. Воробьев А. И., Гайнуллин М. С. и др. Экспериментальное исследование движения цилиндрических оболочек под действием продуктов взрыва в полости. — ПМТФ, 1974, № 6.
5. Тарасенко Н. Н. Исследование движения стенки трубы под действием продуктов детонации внутреннего заряда ВВ. — ФГВ, 1974, № 5.
6. Banks E. E. The ductility of metals under explosive loading conditions. — J. Inst. of Metals., 1968, vol. 96, p. 375.
7. Allison F. E., Watson R. W. Explosively loaded metallic cylinders. — J. Appl. Phys., 1960, vol. 31, N 5.
8. Banks E. E. The fragmentation behavior of thin-walled metal cylinders. — J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 1.
9. Одинцов В. А., Чудов Л. А. Распирение и разрушение оболочек под действием продуктов детонации. — Сб. пер. Механика, 1975, № 5.
10. Кузнецов В. М. О разрушении металлических колец в пластическом состоянии. — ФГВ, 1973, № 4.
11. Wesenberg D. L., Sagartz M. J. Dynamic fracture of 6061-T6 aluminum cylinders. — Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech., 1977, vol. 44, N 4.
12. Mott N. F. Fragmentation of shell cases. — Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1947, vol. 189, p. 300.
13. Кузнецов В. М. О нестационарном распространении системы трещин в хрупком материале. — ПМТФ, 1968, № 2.

УДК 539.3

ОПИСАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЯВЛЕНИЙ В УПРУГО ПОЛЯРИЗУЮЩИХСЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Ю. Э. Повстенко

(Львов)

При образовании поверхности в твердом теле может возникнуть пространственная ориентация точечных дефектов. Усредненный тензор упругих диполей [1], ориентация которых лежит в основе диа- и параупругости [1, 2], с точки зрения механики сплошной среды можно рассматривать как тензорный параметр состояния — аналог обычной скалярной концентрации растворенного вещества. Идея о том, что для описания диффузионной теории деформации твердых тел недостаточно скалярных величин (концентрации и химического потенциала), а нужно вводить соответствующие тензоры, высказана в работах [3, 4] (см. также [5, 6]). В качестве параметров состояния неидеального твердого раствора выбираются температура T , энтропия s , тензоры напряжений σ , деформации e , химического потенциала ϕ и концентрации c , для которых в [3, 4] получена взаимосвязанная система уравнений.

Цель данной работы — построить двумерный аналог указанной системы уравнений с учетом специфики поверхностных явлений, моделируя тонкий приповерхностный слой поверхностью, обладающей собственными параметрами состояния.

1. Балансовые уравнения. Для материального объема, изображенного на фигуре, справедливы уравнения баланса массы

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{V_1} \rho_1 dV_1 + \int_{V_2} \rho_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \rho d\Sigma \right) = 0;$$

тензора плотности дефектов

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{V_1} \mathbf{P}_1 dV_1 + \int_{V_2} \mathbf{P}_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \mathbf{P} d\Sigma \right) = 0;$$

количества движения

$$(1.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{V_1} \rho_1 \mathbf{v}_1 dV_1 + \int_{V_2} \rho_2 \mathbf{v}_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \rho \mathbf{v} d\Sigma \right) = \int_{V_1} \rho_1 \mathbf{F}_1 dV_1 + \\ + \int_{V_2} \rho_2 \mathbf{F}_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \rho \mathbf{F} d\Sigma + \int_{A_1} \mathbf{n}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 dA_1 + \int_{A_2} \mathbf{n}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 dA_2 + \int_{\Gamma} \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Gamma;$$

полной энергии

$$(1.4) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{V_1} \rho_1 E_1 dV_1 + \int_{V_2} \rho_2 E_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \rho E d\Sigma \right) = \int_{V_1} \rho_1 \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{v}_1 dV_1 + \\ + \int_{V_2} \rho_2 \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{v}_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \rho \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} d\Sigma + \int_{A_1} \mathbf{n}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{v}_1 dA_1 + \int_{A_2} \mathbf{n}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{v}_2 dA_2 + \\ + \int_{\Gamma} \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v} d\Gamma - \int_{A_1} \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{q}_1 dA_1 - \int_{A_2} \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{q}_2 dA_2 - \int_{\Gamma} \mathbf{N} \cdot \mathbf{q} d\Gamma;$$

энтропии

$$(1.5) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{V_1} \rho_1 s_1 dV_1 + \int_{V_2} \rho_2 s_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \rho s d\Sigma \right) = \int_{V_1} \eta_1 dV_1 + \\ + \int_{V_2} \eta_2 dV_2 + \int_{\Sigma} \eta d\Sigma - \int_{A_1} \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{J}_1^{(s)} dA_1 - \int_{A_2} \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{J}_2^{(s)} dA_2 - \int_{\Gamma} \mathbf{N} \cdot \mathbf{J}^{(s)} d\Gamma,$$

где ρ — плотность; $\mathbf{P} = \rho \mathbf{c}$ — тензор плотности дефектов; \mathbf{v} — скорость; \mathbf{F} — вектор массовых сил; $\boldsymbol{\sigma}_1$ и $\boldsymbol{\sigma}_2$ — трехмерные тензоры напряжений; $\boldsymbol{\sigma}$ — двумерный тензор напряжений на поверхности; $E = u + (1/2)v^2$; u — плотность внутренней энергии; \mathbf{q} — вектор теплового потока; $s, \eta, \mathbf{J}^{(s)}$ — плотность, возникновение и поток энтропии; t — время; \mathbf{n} — внешняя нормаль к поверхности; \mathbf{N} — внешняя нормаль к контуру Γ , касательная к поверхности Σ (см. фигуру). Индексами 1 и 2 отмечены величины, относящиеся к двум контактирующим средам; величины без индексов являются характеристиками поверхности.

Переход в уравнениях (1.1) — (1.5) к пределу при стягивании объема V к точке на поверхности Σ [7, 8] в предположении равенства скоростей на поверхности приводит к локальным уравнениям

$$(1.6) \quad d\rho/dt + \rho \nabla_{\Sigma} \cdot \mathbf{v} = 0;$$

$$(1.7) \quad \rho d\mathbf{c}/dt = -\nabla_{\Sigma} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{J}_1 + \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{J}_2;$$

$$(1.8) \quad \rho d\mathbf{v}/dt = \rho \mathbf{F} + \nabla_{\Sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{n}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 - \mathbf{n}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2;$$

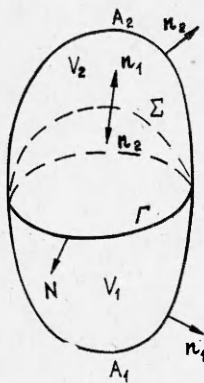
$$(1.9) \quad \rho dE/dt = \rho \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} - \nabla_{\Sigma} \cdot \mathbf{q} + \nabla_{\Sigma} \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v}) + \\ + \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{q}_1 + \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{q}_2 - \mathbf{n}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{v}_1 - \mathbf{n}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{v}_2;$$

$$(1.10) \quad \rho ds/dt = \eta - \nabla_{\Sigma} \cdot \mathbf{J}^{(s)} + \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{J}_1^{(s)} + \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{J}_2^{(s)},$$

где $\mathbf{J} = \mathbf{wP}$ — трехвалентный тензор потока дефектов; \mathbf{w} — диффузионная скорость; ∇_{Σ} — поверхностный набла-оператор.

Из уравнений (1.8), (1.9) следует баланс внутренней энергии

$$(1.11) \quad \rho du/dt = -\nabla_{\Sigma} \cdot \mathbf{q} + (\nabla_{\Sigma} \mathbf{v}) : \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{q}_1 + \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{q}_2.$$



2. Условие локального равновесия. Следуя [3, 4] и базируясь на принципе локальной автономности поверхностной фазы [9], запишем условие локального равновесия в виде

$$(2.1) \quad du = Tds + \rho^{-1}\sigma : de + \varphi : dc.$$

Уравнения состояния определяются формулами

$$(2.2) \quad T = (\partial u / \partial s)_{e,c}, \quad \sigma = \rho(\partial u / \partial e)_{s,c}, \quad \varphi = (\partial u / \partial c)_{s,e}.$$

Если ввести плотность большого потенциала

$$\omega = u - Ts - \varphi : c,$$

то вместо уравнений (2.1), (2.2) получим

$$(2.3) \quad d\omega = -sdT + \rho^{-1}\sigma : de - c : d\varphi;$$

$$(2.4) \quad s = -(\partial\omega / \partial T)_{e,\varphi}, \quad \sigma = \rho(\partial\omega / \partial e)_{T,\varphi}, \quad c = -(\partial\omega / \partial \varphi)_{T,e}.$$

В теории поверхностных явлений обычно используют плотности, рассчитанные на единицу площади поверхности: $u^* = \rho u$, $\omega^* = \rho\omega$, $s^* = \rho s$. Тогда уравнения (2.1) — (2.4) переписутся в виде

$$(2.5) \quad du^* = Tds^* + (\sigma - \omega^*a) : de + \varphi : dP;$$

$$(2.6) \quad T = \left(\frac{\partial u^*}{\partial s^*} \right)_{e,P}, \quad \varphi = \left(\frac{\partial u^*}{\partial P} \right)_{s^*,e}, \quad \sigma = \omega^*a + \left(\frac{\partial u^*}{\partial e} \right)_{s^*,P};$$

$$(2.7) \quad d\omega^* = -s^*dT + (\sigma - \omega^*a) : de - P : d\varphi;$$

$$(2.8) \quad s^* = -(\partial\omega^* / \partial T)_{e,\varphi}, \quad P = -(\partial\omega^* / \partial \varphi)_{T,e},$$

$$o = \omega^*a + (\partial\omega^* / \partial e)_{T,\varphi},$$

где a — метрический тензор на поверхности Σ .

Уравнения состояния для тензора напряжений (2.6), (2.8), связывающие тензор поверхностных напряжений с поверхностной плотностью большого потенциала, являются разновидностями формулы Херринга [10] и, в частности, подчеркивают важную роль величины ω^* при изучении поверхностных явлений в твердых растворах.

Разложим плотность большого потенциала ω^* в ряд по естественным переменным в окрестности состояния равновесия (отмечаемого индексом нуль), ограничиваясь квадратичными слагаемыми:

$$(2.9) \quad \omega^* = \omega_0^* - \frac{\rho_0 C}{2T_0} \Theta^2 - \beta K \Theta \text{tr } e - \rho_0 \xi \Theta \text{tr } \Phi + \\ + \frac{\lambda}{2} (\text{tr } e)^2 - \frac{\rho_0 D}{2} (\text{tr } \Phi)^2 - \gamma K (\text{tr } e) (\text{tr } \Phi) + \\ + \mu e : e - \rho_0 \nu \Phi : \Phi + 2\zeta e : \Phi.$$

Дифференцирование выражения (2.9) приводит к конкретному виду уравнений состояния

$$(2.10) \quad s = \frac{C}{T_0} \Theta + \frac{\beta K}{\rho_0} \text{tr } e + \xi \text{tr } \Phi, \quad c = 2\nu \Phi - \frac{2\zeta}{\rho_0} e + \left(D \text{tr } \Phi + \right. \\ \left. + \xi \Theta + \frac{\gamma K}{\rho_0} \text{tr } e \right) a, \quad \sigma = 2\mu e + 2\zeta \Phi + (\omega_0^* - \beta K \Theta - \gamma K \text{tr } \Phi + \lambda \text{tr } e) a,$$

где $\Theta = T - T_0$; $\Phi = \varphi - \varphi_0$; λ , μ , K — двумерные коэффициенты упругости; C — теплоемкость; β — коэффициент температурного расширения; γ — коэффициент диффузионного расширения; D и ν — коэффициенты, характеризующие массеюмость; ζ и ξ описывают перекрестные эффекты между процессами диффузии и деформации и теплопроводности соответственно.

В разложении (2.9) и в уравнениях состояния (2.10) для тензора поверхностных напряжений σ учтено постоянное слагаемое ω_0^* , существенное при изучении поверхностных явлений. Необходимость учета слагаемых такого рода подчеркивалась в [11].

3. Возникновение энтропии и система уравнений. Совместное рассмотрение [12] условия локального равновесия и балансовых уравнений конкретизирует выражения для потока и возникновения энтропии (ср. с [13]):

$$\mathbf{J}^{(s)} = \frac{\mathbf{q} - \mathbf{J} : \boldsymbol{\Phi}}{T}, \quad \eta = \left(\nabla_{\Sigma} \frac{1}{T} \right) \cdot \mathbf{q} - \left(\nabla_{\Sigma} \frac{\Phi}{T} \right) : \mathbf{J} + \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{q}_1 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} \right) + \\ + \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{q}_2 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_2} \right) - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{J}_1 : \left(\frac{\Phi}{T} - \frac{\Phi_1}{T_1} \right) - \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{J}_2 : \left(\frac{\Phi}{T} - \frac{\Phi_2}{T_2} \right).$$

Феноменологические уравнения с учетом принципа Кюри и симметрии феноменологических коэффициентов $L_{12} = L_{21}$, $M_{12} = M_{21}$ запишутся в виде

$$(3.1) \quad \mathbf{q} = L_q \nabla_{\Sigma} / T, \quad \mathbf{J} = -L_J \nabla_{\Sigma} \Phi / T, \\ \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{q}_1 = L_{11}(1/T - 1/T_1) + L_{12}(1/T - 1/T_2), \quad \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{q}_2 = \\ = L_{12}(1/T - 1/T_1) + L_{22}(1/T - 1/T_2), \quad \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{J}_1 = -M_{11}(\Phi/T - \\ - \Phi_1/T_1) - M_{12}(\Phi/T - \Phi_2/T_2), \quad \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{J}_2 = -M_{12}(\Phi/T - \Phi_1/T_1) - \\ - M_{22}(\Phi/T - \Phi_2/T_2).$$

Используя уравнения (1.7), (1.11), после линеаризации и пренебрежения взаимосвязанными эффектами в уравнениях процесса (3.1) получим систему уравнений, состоящую из уравнений движения (1.8), обобщающих известную формулу Лапласа [14] для жидкостей, связывающую скачок давлений с поверхностным натяжением; уравнений состояния (2.10); уравнения теплопроводности

$$\Lambda \Delta_{\Sigma} \Theta = \rho_0 C \frac{\partial \Theta}{\partial t} + T_0 \beta K \frac{\partial \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial t} + \rho_0 T_0 \xi \frac{\partial \text{tr } \boldsymbol{\Phi}}{\partial t} - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{q}_1 - \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{q}_2;$$

уравнений диффузии

$$M \Delta_{\Sigma} \Phi = \rho_0 D \frac{\partial \text{tr } \boldsymbol{\Phi}}{\partial t} \mathbf{a} + 2\rho_0 \nu \frac{\partial \Phi}{\partial t} - 2\xi \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + \rho_0 \xi \frac{\partial \Theta}{\partial t} \mathbf{a} + \gamma K \frac{\partial \text{tr } \mathbf{e}}{\partial t} \mathbf{a} - \\ - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{J}_1 - \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{J}_2;$$

условий типа обмена по закону Ньютона

$$\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{q}_i = \alpha_i (\Theta_i - \Theta), \quad \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{J}_i = \varepsilon_i (\Phi_i - \Phi), \quad i = 1, 2;$$

кинематических

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$$

и геометрических условий

$$(3.2) \quad \mathbf{e} = (\nabla_{\Sigma} \mathbf{u})_{\parallel}^s,$$

где Λ — коэффициент теплопроводности; M — коэффициент массопроводности; α — коэффициент теплообмена; ε — коэффициент массообмена; \mathbf{u} — вектор перемещения; верхний индекс s в формуле (3.2) означает симметричную часть, а нижний индекс \parallel указывает на то, что берется поверхностная составляющая пространственного тензора $\nabla_{\Sigma} \mathbf{u}$.

Таким образом, получена замкнутая система уравнений, описывающая поверхностные явления в упруго поляризующихся твердых телах, которую, в частности, можно рассматривать как обобщенные граничные условия для пространственной системы уравнений, предложенной в [3, 4].

Поступила 15 XII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Темнов О. В. Диа- и параупругая поляризация в твердых телах. — В кн.: Исследования по упругости и пластичности. Л.: изд. ЛГУ, 1974.
2. Кремер Э. Общая континуальная теория дислокаций и собственных напряжений. М.: Мир, 1965.

3. Подстригач Я. С. Дифференціальні рівняння дифузійної теорії деформації твердого тіла.— ДАН УССР, 1963, № 3.
4. Подстригач Я. С. Диффузионная теория неупругости металлов.— ПМТФ, 1965, № 2.
5. Stuke B. Allgemeine Rahmgleichungen der Kontinuumsdynamik.— Physics Letters, 1966, vol. 21, N 6.
6. Stuke B. Tensorielle chemische Potentiale — eine notwendige Erweiterung der Gibbs'schen Thermodynamik.— Z. Naturforschung, 1975, Bd 30a, N 11.
7. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966.
8. Delhaye J. M. Jump conditions and entropy sources in two—phas systems. Local instant formulation.— Intern. J. Multiphase Flow, 1974, vol. 1, N 3.
9. Ghez R. A generalized Gibbsian surface.— Surface Sci., 1966, vol. 4, N 2.
10. Herring C. Surface tension as a motivation for sintering.— In: The Physics of Powder Metallurgy. N. Y.: McGraw—Hill, 1951.
11. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1970.
12. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1974.
13. Kovac J. Non-equilibrium thermodynamics of interfacial systems.— Physica, 1977, vol. A86, N 1.
14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954.

УДК 539.3 .5 : 678

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЯДЕР РЕЛАКСАЦИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВОЛНОВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Н. М. Иванов, В. П. Музыченко

(Даугавпилс)

Для полного описания механического поведения полимерных материалов, обладающих выраженными вязкоупругими свойствами, необходимо проведение соответствующих экспериментов в широком интервале изменения времен. В подобных экспериментах рассматривается реакция материала на нагрузки, изменение которых во времени может охватывать диапазон от одного периода в час до десятков мегагерц и до нескольких месяцев и даже лет при ползучести [1]. В последнее время опубликовано много работ, посвященных исследованиям механических свойств линейных вязкоупругих сред. В [2—7] приведена обширная литература, в которой описываются методика и результаты таких исследований.

Для решения краевых задач теории вязкоупругости, связанных с распространением нестационарных волн, необходимо разрабатывать теоретико-экспериментальные методы построения вязкоупругих моделей, соответствующие условиям, наиболее близко приближающимся по длительности и интенсивности к нагрузкам, инициирующим переходные процессы.

Наряду с традиционными экспериментальными динамическими методами определения параметров вязкоупругих моделей [8—13] предлагается использовать метод численного решения обратной задачи для нестационарного стержня, нагружаемого коротким импульсом продольной деформации. Исходными данными для такой задачи могут служить продолжительность входного сигнала, а также координаты характерных точек на осциллограммах, зафиксировавших переходной процесс в определенном сечении полимерного образца-стержня, захватывающий несколько отраженных (например, до десяти), желательнее не взаимодействующих друг с другом волн.

Предлагаемый метод является существенной модификацией метода бегущих волн [1], а по своей экспериментальной реализации наиболее схож с методом «волны удара» (МВУ), применяемым [14] при дефектоскопии строительных конструкций. Соответствующий верхний предел частот метода лежит выше 10—20 кГц, максимально возможных для метода свободных колебаний или резонансного метода [11—13], ограниченных высшей гармоникой, которая может быть возбуждена в образце при помощи наименьшей присоединенной массы из-за возбуждения «стоячей» волны [1], и ниже методов ультразвукового прозвучивания, которым свойственны крайне низкие уровни, не соответствующие реальным, действующим интенсивностям нагрузок. В отличие от резонансного метода предлагаемый метод избавлен от наличия электромеханического момента сил от взаимодействия «возбуждающей» катушки с магнитным полем, приводящего к большим ошибкам [15].

В излагаемой ниже постановке метод описан в [16], но был ориентирован только на нахождение параметров ядер Работнова [17] лишь по одному сигналу, что снижало точность метода.

На фиг. 1 приводится графическая зависимость продольной деформации от времени, зафиксированная измерительной системой для свободно подвешенного стержня из ПММА длиной 0,985 м, толщиной 0,0095 м при выстреле в торец пулей из пневматической винтовки.