

УДК 534.222.2,544.454.3

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ СПИНОВОЙ ДЕТОНАЦИИ ВОДОРОДОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В КОЛЬЦЕВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

С. А. Ждан, А. И. Рыбников, Е. В. Симонов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, zhdan@hydro.nsc.ru

В рамках квазитрехмерной нестационарной газодинамической постановки сформулирована замкнутая математическая модель непрерывной спиновой детонации с уравнением химической кинетики, согласованным со вторым началом термодинамики, для водородовоздушной смеси, учитывающая обратное влияние пульсационных процессов в камере сгорания на систему подачи смеси. С целью сравнения с экспериментами численное исследование выполнено при соответствующих экспериментальным параметрам геометрических параметрах кольцевой проточной камеры сгорания внешнего диаметра 306 мм. При варьировании расходов смеси в диапазоне  $73.1 \div 171.3 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$  рассчитаны одно-, двух- и трехволновые режимы непрерывной спиновой детонации, проанализирована структура течения, определены удельные импульсы и проведено сравнение с экспериментами. Показано, что применение при моделировании непрерывной спиновой детонации упрощенной одностадийной кинетической схемы окисления водорода, использовавшейся в некоторых работах, приводит к результатам, в несколько раз отличающимся от экспериментальных данных.

Ключевые слова: непрерывная спиновая детонация, камера сгорания проточного типа, поперечные детонационные волны, водородовоздушная смесь, математическое моделирование.

DOI 10.15372/FGV20200212

## ВВЕДЕНИЕ

В качестве альтернативы традиционному сжиганию топлив в турбулентном пламени в настоящее время рассматривается способ их сжигания по схеме Б. В. Войцеховского [1] в режиме непрерывной спиновой детонации (НСД) с поперечными детонационными волнами (ПДВ) [2, 3]. В проточной кольцевой цилиндрической камере сгорания (КС) диаметром 306 мм (ДК-300) впервые НСД топливно-воздушной смеси ацетилен — воздух была реализована в [4], а смеси водород — воздух в [5, 6]. Первые численные исследования НСД в детонационной КС типа ЖРД были выполнены в [7, 8] при использовании водорода в качестве горючего, а для ряда углеводородных топлив — в [9]. Обзор современного состояния численных исследований НСД в двумерной и трехмерной постановках представлен в [10]. В работах [11, 12] по стандартной  $k$ - $\epsilon$ -модели турбулентности с упрощенной одноступенчатой химической

кинетикой проведено численное моделирование в трехмерной постановке НСД стехиометрической водородовоздушной смеси. С целью сравнения с экспериментами расчетная область была взята с геометрическими размерами КС из экспериментов [5] и удельным расходом смеси  $g_{\Sigma} \approx 170 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$ . Причем в [11] для упрощения задачи расчеты проведены при подаче в КС предварительно перемешанной смеси, а в [12] — при отдельной подаче горючего и окислителя. В обоих случаях получены только одноволновые режимы НСД с частотой вращения ПДВ  $f = 1.7 \text{ кГц}$  [11] и  $f = 2 \div 2.1 \text{ кГц}$  [12], в то время как в экспериментах в ДК-300 [5] при  $g_{\Sigma} \approx 135 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$  уже реализовывался регулярный трехволновый режим НСД с частотой ПДВ  $f = 4.46 \text{ кГц}$ . Количественные расхождения результатов расчетов [11, 12] с экспериментами [5] (занижение в три раза числа ПДВ), по-видимому, связаны с использованием при моделировании НСД упрощенной одностадийной кинетической схемы окисления водорода. Поэтому необходимы дальнейшие исследования математических моделей НСД, в которых применяются более достоверные уравнения кинетики окисления водорода в воздухе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-01-00102а).

Данная работа посвящена построению в квазитрехмерном газодинамическом приближении замкнутой математической модели НСД в проточной КС с уравнением химической кинетики [13], согласованным со вторым началом термодинамики, численному исследованию режима НСД смеси водород — воздух и верификации математической модели по экспериментальным данным [5].

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

**Система уравнений.** Рассмотрим задачу математического моделирования детонационного сжигания смеси водород — воздух в проточной кольцевой цилиндрической КС при истечении смеси из коллектора. С целью последующего сравнения расчетных параметров с экспериментальными данными [5] будем рассматривать схему кольцевой КС и ее геометрические размеры максимально приближенными к схеме камеры сгорания, использованной в [5, рис. 1]. Итак, полагаем, что смесь подается из ресивера высокого давления через форсунки в торцевой стенке кольцевого коллектора (общая длина  $L_m$ , ширина  $H_m$ , длина сужающейся части  $L_m/2$ ), проходит через кольцевую щель шириной  $\delta$  и поступает в КС (рис. 1). Диаметр кольцевой КС  $d_c$ , ее общая длина  $L_c$ , длина расширяющейся части  $L_\Delta$  до размера  $\Delta > \delta$ .

Поскольку для экспериментальных КС кольцевой геометрии [5] справедливы неравенства  $\delta < \Delta < H_m \ll d_c$ , задачу можно рассматривать, как и в [3], в квазитрехмерном приближении. В пространстве КС с границами  $\Gamma_0$  (торцевая стенка кольцевого коллектора),  $\Gamma_1$  (вход в КС) и  $\Gamma_2$  (открытый конец КС, через который вытекают продукты детонации) можно, разрезав кольцевую область, развернуть ее в прямоугольную область решения  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ , которая представлена на рис. 2. Здесь  $\Omega_1 = (-L_m < x < 0, 0 < y < l)$ ,

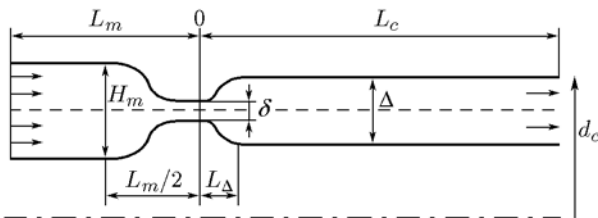


Рис. 1. Схема моделируемой кольцевой цилиндрической КС

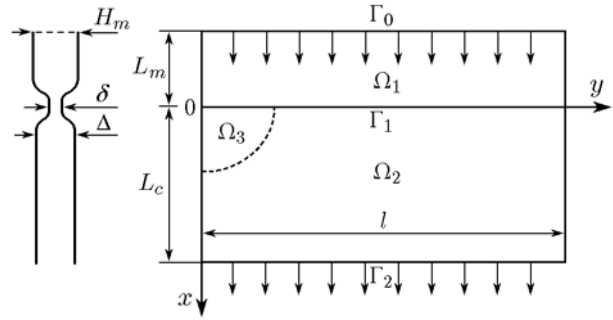


Рис. 2. Область численного решения задачи

$\Omega_2 = (0 < x < L_c, 0 < y < l)$ ,  $x, y$  — пространственные переменные ортогональной системы координат,  $l$  — период задачи.

Пусть в некоторый момент времени после начала подачи реагирующей смеси на вход в КС (граница  $\Gamma_1$ ) в части области решения  $\Omega_3$  выделяется энергия, достаточная для иницирования детонации. В результате иницирования в области  $\Omega_2$  будет распространяться нестационарная детонационная волна. Требуется определить ее динамику, структуру, а также условия выхода на самоподдерживающийся режим НСД в зависимости от определяющих параметров задачи.

Неустановившееся газодинамическое течение водородовоздушной реагирующей смеси в области решения  $\Omega$  описывалось системой уравнений нестационарной газовой динамики с химическими превращениями:

$$\rho_t + S^{-1}(\rho u S)_x + (\rho v)_y = 0,$$

$$(\rho u)_t + S^{-1}(\rho u^2 S)_x + (\rho uv)_y + p_x = 0,$$

$$(\rho v)_t + S^{-1}(\rho uv S)_x + (\rho v^2)_y + p_y = 0, \quad (1)$$

$$(\rho E)_t + S^{-1}[\rho u(E + p/\rho)S]_x + [\rho v(E + p/\rho)]_y = 0,$$

$$(\rho Y)_t + S^{-1}(\rho u Y S)_x + (\rho v Y)_y = \rho f_5,$$

$$(\rho \mu)_t + S^{-1}(\rho u \mu S)_x + (\rho v \mu)_y = \rho f_6.$$

Здесь  $t$  — время;  $\rho$  — плотность;  $u, v$  — компоненты вектора скорости;  $p$  — давление;  $E = U + (u^2 + v^2)/2$ ;  $U(T, \mu)$  — полная внутренняя энергия газа;  $T$  — температура;  $\mu$  — текущая молярная масса смеси;  $Y$  — доля периода химической индукции.

Зависимость площади сечения канала коллектора и КС  $S = S(x)$  вдоль координаты  $x$  с плавным, синусоидальным сужением

( $-L_m/2 < x < 0$ ) до ширины  $\delta$  и последующим плавным, синусоидальным расширением ( $0 < x < L_\Delta$ ) до ширины канала КС  $\Delta$  задавалась в виде

$$S(x) = \begin{cases} H_m l, & -L_m < x < -L_m/2, \\ [(H_m - \delta) \sin(-\pi x/L_m) + \delta] l, & -L_m/2 < x < 0, \\ [(\Delta - \delta) \sin(\pi x/2L_\Delta) + \delta] l, & 0 < x < L_\Delta, \\ \Delta l, & x \geq L_\Delta. \end{cases} \quad (2)$$

Энерговыведение описывалось в рамках двухстадийной модели кинетики [14]: индукционная стадия ( $0 < Y \leq 1$ ,  $f_5 = -1/t_{ind}$ ,  $f_6 = 0$ ), когда энерговыведения нет; стадия химического превращения ( $Y = 0$ ,  $f_5 = 0$ ,  $f_6 \neq 0$ ), когда скорость энерговыведения определяется скоростью химических реакций.

В зоне индукции ( $0 < Y \leq 1$ ) химическая задержка воспламенения смеси водород — воздух, согласно экспериментам [15], имеет вид

$$t_{ind} = \frac{K_a \mu_{O_2}}{\rho z} \exp\left(\frac{\varepsilon_a}{RT}\right), \quad (3)$$

где  $\varepsilon_a = 17.15$  ккал/моль — энергия активации,  $K_a = 5.38 \cdot 10^{-11}$  моль  $\cdot$  с/л — предэкспонент,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu_{O_2}$  — молярная масса кислорода,  $z = \mu_{O_2}/(\mu_{O_2} + 2\phi\mu_{H_2} + \alpha\mu_{in})$  — массовая доля кислорода в водородовоздушной смеси,  $\mu_{H_2}$  — молярная масса водорода,  $\phi$  — коэффициент избытка горючего,  $\alpha = 3.772$ ,  $\mu_{in} = 28.144$  кг/кмоль. В инертной составляющей воздуха кроме азота ( $N_2$ ) учитывался также аргон (Ar). Тогда структурная формула для водородовоздушной смеси представима в виде  $2\phi H_2 + O_2 + 3.7275N_2 + 0.0445Ar$ , а  $\mu_{in} = 0.988\mu_{N_2} + 0.012\mu_{Ar}$ . Здесь  $\mu_{N_2}$ ,  $\mu_{Ar}$  — молярные массы азота и аргона.

Дополним систему уравнений (1) уравнениями состояния

$$p = \rho RT/\mu, \quad U = U_{th} + U_{ch}, \quad (4)$$

где  $U_{th}$ ,  $U_{ch}$  — термодинамическая и химическая составляющие внутренней энергии. Будем отсчитывать внутреннюю энергию газа  $U(T, \mu)$  от предельно диссоциированного состава при нулевой температуре.

В зоне индукции ( $Y > 0$ ) молярная масса смеси  $\mu = \mu_0 = \text{const}$  и нет энерговыведения, поэтому справедливы выражения

$$U_{th} = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho}, \quad U_{ch} = -\frac{E_2^0 z}{\mu_{O_2}} - \frac{\phi E_1^0 z}{8\mu_{H_2}}, \quad (5)$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты газа в зоне химической индукции;  $E_1^0$ ,  $E_2^0$  — энергии диссоциации молекул  $H_2$  и  $O_2$  соответственно.

В зоне химических превращений согласно [13, 16] термодинамическая и химическая составляющие внутренней энергии газа имеют вид

$$U_{th} = A(\mu, T) \frac{RT}{\mu}, \quad U_{ch} = E_d \left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_{\min}} \right), \quad (6)$$

$$A(\mu, T) = \frac{\mu}{\mu_a} + \frac{1 - \sigma}{2} + \left( \frac{\mu}{\mu_a} + \sigma - 1 \right) \frac{\theta/T}{\exp(\theta/T) - 1},$$

где  $\sigma = \sigma_{\max}(\mu/\mu_{\min} - 1)/(\mu_{\max}/\mu_{\min} - 1)$ ;  $\mu_a$ ,  $\mu_{\min}$ ,  $\mu_{\max}$  — молярные массы газа соответственно в атомарном, предельно диссоциированном и предельно рекомбинированном состояниях;  $\sigma_{\max}$  — молярная доля трехатомных молекул в предельно рекомбинированном состоянии;  $\theta$  — эффективная температура возбуждения колебательных степеней свободы молекул;  $E_d$  — средняя энергия диссоциации продуктов реакции;  $\gamma = 1 + 1/A(\mu_0, T)$ . Все параметры однозначно определяются атомарным составом исходной смеси (массовых долей кислорода  $z$ ). Для водородовоздушной смеси имеем

$$\mu_0^{-1} = \frac{z(1 + 2\phi)}{\mu_{O_2}} + X_{in},$$

$$\mu_{\min}^{-1} = \frac{2z(1 + 2\phi)}{\mu_{O_2}} + X_{in}, \quad E_d \approx E_1^0 \approx E_2^0,$$

при недостатке кислорода  $z \leq z_{st}$  ( $\phi \geq 1$ )

$$\mu_{\max}^{-1} = \frac{2\phi z}{\mu_{O_2}} + X_{in}, \quad \sigma_{\max} = \frac{2z\mu_{\max}}{\mu_{O_2}},$$

$$\theta = 3000 + 500\sigma_{\max},$$

при избытке кислорода  $z > z_{st}$  ( $\phi < 1$ )

$$\mu_{\max}^{-1} = \frac{(1 + \phi)z}{\mu_{O_2}} + X_{in}, \quad \sigma_{\max} = \frac{2\phi z \mu_{\max}}{\mu_{O_2}},$$

$$\theta = 1500 + (2000 + 750 \cdot 3.7275/\phi)\sigma_{\max}.$$

Здесь  $X_{in} = [1 - (1 + 2\phi\mu_{H_2}/\mu_{O_2})z]/\mu_{in}$ ,  $z_{st} = \mu_{O_2}/(\mu_{O_2} + 2\mu_{H_2} + \alpha\mu_{in})$  — массовая доля кислорода в смеси водород — воздух при стехиометрическом соотношении окислитель — горючее ( $\phi = 1$ ).

За фронтом воспламенения состав (молярная масса  $\mu$ ) газовой фазы изменяется в соответствии с уравнением химической кинетики [13], согласованным со вторым началом термодинамики, и для уточненного описания термодинамической части внутренней энергии (6) имеет вид

$$f_6 = 4K_+[W_1(\mu)\rho^2 - W_2(T, \mu)\rho],$$

$$W_1(\mu) = \frac{(1 - \mu/\mu_{\max})^2}{\mu}, \quad (7)$$

$$W_2(T, \mu) = K_- \left( \frac{\mu}{\mu_{\min}} - 1 \right) \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\beta/2} \times$$

$$\times \left[ 1 - \exp \left( \frac{-\theta}{T} \right) \right]^\beta \exp \left( - \frac{E_d}{RT} \right),$$

где  $K_+$  — константа обобщенной скорости рекомбинации,  $K_-$  — константа равновесия,  $T_0$  — начальная температура смеси,  $\beta = 1 + \sigma_{\max}/(\mu_{\max}/\mu_{\min} - 1)$ .

Система уравнений (1)–(7) замкнута и полностью определяет нестационарное движение реагирующей водородовоздушной смеси с переменным тепловыделением в зоне реакции детонационной волны.

**Граничные условия.** (а) На границе  $\Gamma_0$  ( $x = -L_m$ ,  $0 \leq y \leq l$ ) подачу горючего и окислителя в коллектор моделируем поступлением горючей смеси через систему микросопел Лаваля, равномерно распределенных вдоль  $\Gamma_0$ . Отношение площадей критического и выходного сечений микросопел полагаем равным отношению суммарной площади сечений отверстий  $S_*$  к площади полного поперечного сечения коллектора  $S_m$ . Газодинамические параметры на выходе из микросопел определяются исходными параметрами смеси в ресивере и давлением в коллекторе  $p(-L_m, y, t)$  [7]. Тогда на границе  $\Gamma_0$  справедливы соотношения:

$$p = p(-L_m, y, t), \text{ если } p' \leq p(-L_m, y, t) < p_r;$$

$$u = u_{\max}[1 - (p/p_r)^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2}, \quad \rho = \rho_r(p/p_r)^{1/\gamma},$$

$$\text{если } p'' \leq p(-L_m, y, t) < p_r; \quad (8)$$

$$\rho u S_m = \rho_* u_* S_*, \quad \gamma/(\gamma-1)p/\rho + u^2/2 = u_{\max}^2/2,$$

$$\text{если } p(-L_m, y, t) < p''.$$

Здесь  $p_r$ ,  $\rho_r$ ,  $T_r = p_r \mu_0 / (\rho_r R)$  — давление, плотность и температура смеси в ресивере;  $\rho_*$ ,  $u_*$ ,  $u_{\max}$  — критические плотность, скорость и максимально возможная скорость, которые являются известными функциями  $\gamma$ ,  $p_r$ ,  $\rho_r$ ;  $S_m$  и  $S_*$  — площади выходного и критического сечений микросопел;  $p'$  и  $p''$  — расчетные давления сверх- и дозвукового режимов истечения, удовлетворяющие уравнению

$$(p/p_r)^{1/\gamma} [1 - (p/p_r)^{(\gamma-1)/\gamma}]^{1/2} =$$

$$= [2/(\gamma+1)]^{1/(\gamma-1)} [(\gamma-1)/(\gamma+1)]^{1/2} S_*/S_m.$$

(б) На границе  $\Gamma_1$  ( $x = 0$ ,  $0 \leq y \leq l$ ), где имеет место переход из коллектора через кольцевую щель в КС, выставлялось условие

$$Y = 1, \quad \mu = \mu_0, \quad (9)$$

обеспечивающее инертность газового потока в коллекторе ( $-L_m \leq x \leq 0$ ), поскольку в экспериментах [5] подача  $H_2$  осуществлялась на входе в КС.

(в) На левой и правой границах области  $\Omega$  ставилось условие периодичности решения. В силу периодичности (с периодом  $l$ ) по координате  $x$  любая газодинамическая функция  $F(x, y, t)$  удовлетворяет условию

$$F(x, 0, t) = F(x, l, t), \quad -L_m \leq x \leq L_c. \quad (10)$$

(г) На выходе из КС (граница  $\Gamma_2$ :  $x = L_c$ ;  $0 \leq y \leq l$ ) при истечении продуктов сгорания в пространство с противодавлением  $p = p_a$  граничные значения давления  $P_{ex}$ , плотности  $R_{ex}$ , компонентов вектора скорости  $u_{ex}$  и  $v_{ex}$ , а по ним — потоки массы, импульса и энергии на границе  $\Gamma_2$

$$M_{ex} = R_{ex} u_{ex}, \quad J_{ex} = P_{ex} + u_{ex} M_{ex}, \quad (11)$$

$$E_{ex} = (U + u^2/2 + v^2/2)_{ex} M_{ex} + P_{ex} u_{ex}$$

определялись по методике [17, § 15] решением задачи о распаде произвольного разрыва с заданием противодавления  $p_a$  в законтурной ячейке конечно-разностной сетки. Начальные данные в КС — неподвижная стехиометрическая смесь водород — воздух при  $p = p_a$ .

**Исходные константы модели.** При численном решении сформулированной задачи (1)–(11) необходимо задать все исходные константы модели и определяющие термодинамические свойства смеси выбранного состава и ее

продуктов сгорания, а также константы, входящие в уравнение химической кинетики (7). Базовые константы:  $\mu_{\text{H}_2} = 2$  кг/кмоль,  $\mu_{\text{O}_2} = 32$  кг/кмоль,  $\mu_{\text{in}} = 28.144$  кг/кмоль,  $\alpha = 3.772$ ,  $R = 8.3144 \cdot 10^3$  Дж/(кмоль · К),  $E_1^0 = 104.2$  ккал/моль,  $E_2^0 = 117.9$  ккал/моль,  $E_d = 110$  ккал/моль,  $K_+ = 6 \cdot 10^8$  м<sup>6</sup>/(кмоль<sup>2</sup> · с),  $T_0 = 300$  К,  $p_0 = 1.013 \cdot 10^5$  Па.

При заданном значении коэффициента избытка горючего  $\phi$  определяются массовая доля кислорода в смеси  $z = \mu_{\text{O}_2}/(\mu_{\text{O}_2} + 2\phi\mu_{\text{H}_2} + \alpha\mu_{\text{in}})$ , исходная молярная масса смеси  $\mu_0(z)$  и другие константы, входящие в описание термодинамических свойств газа и его продуктов сгорания:  $\mu_{\text{min}}(z)$ ,  $\mu_{\text{max}}(z)$ ,  $\sigma_{\text{max}}(z)$ ,  $\theta(z)$ ,  $\beta(z)$ ,  $K_-(z)$ .

Значения указанных констант для стехиометрической ( $\phi = 1$ ) смеси водород — воздух следующие:  $z_{st} = 0.2251$ ,  $\mu_0 = 20.992$  кг/кмоль,  $\mu_{\text{min}} = 14.5483$ ,  $\mu_{\text{max}} = 24.6304$ ,  $\sigma_{\text{max}} = 0.3492$ ,  $\theta = 3175$  К,  $\beta = 1.5$ ,  $K_- = 3529$  кмоль/м<sup>3</sup>.

Отметим, что константу химического равновесия  $K_-$  определяли из уравнения химической кинетики (7) подстановкой в него рассчитанных в [18] значений параметров детонации Чепмена — Жуге при  $f_6 = 0$ .

С целью сравнения с экспериментами [5] численное моделирование проведено при тех же геометрических размерах коллектора и канала КС:

$$\begin{aligned} L_m &= 7.5 \text{ см}, \quad H_m = 4.2 \text{ см}, \\ L_\delta &= L_m/2, \quad \delta = 0.2 \text{ см}, \\ L_c &= 66.5 \text{ см}, \quad L_\Delta = 4 \text{ см}, \quad \Delta = 2.3 \text{ см}. \end{aligned} \quad (12)$$

**Определяющие параметры задачи.** При фиксированных геометрических размерах коллектора и КС (12) решение сформулированной нестационарной задачи о НСД зависит от определяющих параметров

$$p_r, T_r, S_*, \phi, p_a, l. \quad (13)$$

Первые четыре — параметры в системе подачи смеси: давление  $p_r$  и температура торможения  $T_r$  в ресивере, суммарная площадь критических сечений микросопел  $S_*$  на входе в коллектор, коэффициент избытка горючего  $\phi$ , которые задают начальный расход смеси в коллектор и КС:

$$G_{\Sigma 0} = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{0.5(\gamma+1)/(\gamma-1)} p_r \sqrt{\frac{\gamma \mu_0}{RT_r}} S_*. \quad (14)$$

Параметр  $p_a$  — противодавление, параметр  $l$  — период задачи вдоль оси  $y$ .

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Задача (1)–(11) решалась численно. Области решения  $\Omega_1$  (коллектор) и  $\Omega_2$  (КС) покрывались неподвижной сеткой с равномерными шагами ячеек по оси  $y$  и неравномерными шагами по оси  $x$ . Число ячеек в области  $\Omega_1$  равно  $50 \times 400$ , а в области  $\Omega_2$  —  $200 \times 400$  ячеек. Для интегрирования уравнений (1) применялась конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации Годунова — Колгана [17, 19].

Расчеты динамики формирования НСД стехиометрической смеси водород — воздух выполнены при геометрических размерах коллектора и канала КС, указанных в (12), и значениях параметров в системе подачи и противодавлении, соответствующих экспериментальным данным [5]:

$$\begin{aligned} \frac{p_r}{p_0} &= 6.4, \quad \frac{T_r}{T_0} = 0.757, \quad \frac{S_*}{S_m} = 0.027, \\ \phi &= 1, \quad \frac{p_a}{p_0} = 1, \end{aligned} \quad (15)$$

с удельным расходом смеси  $g_{\Sigma 0} = G_{\Sigma 0}/S_\Delta = 73.1$  кг/(с · м<sup>2</sup>). Для нахождения периодического решения с ПДВ остается единственный свободный параметр — период задачи  $l$ . Для сравнения картины течения с одноволновым ( $n = 1$ ) режимом НСД [5] параметр  $l$  полагали равным периметру КС, вычисленному по среднему диаметру кольцевого зазора:  $\Pi = \pi(d_c - \Delta) = 88.907$  см.

В начальный момент времени ( $t = 0$ ) в области энерговыделения  $\Omega_3$  (см. рис. 2), сформированной в виде четверти эллипса, мгновенно выделялась энергия, достаточная для иницирования детонации. В результате по КС начинала распространяться ПДВ.

Расчетные зависимости безразмерных статического давления  $P(t) = p(t)/p_0$  (сплошная линия) и среднего за период статического давления  $\langle P(t) \rangle = \langle p(t) \rangle/p_0$  (штриховая линия) в точке КС с координатами ( $x = 1.5$  см,  $y = 0$ ) от времени  $t$  представлены на рис. 3. Здесь

$$\langle p(t) \rangle = \frac{1}{l} \int_0^l p(x, y, t) dy. \quad \text{Видно, что при рас-}$$

пространении ПДВ по КС давление меняется немонотонно — пульсирует со временем. Расчеты показали, что на ранней стадии процесса (до 5 мс) давление совершает нерегулярные

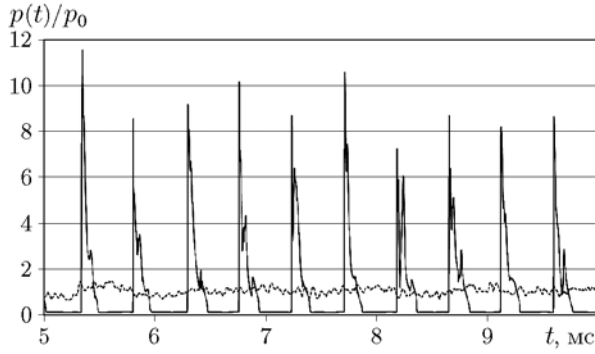


Рис. 3. Зависимости текущего (сплошная линия) и среднего за период (пунктирная) статического давления от времени в точке КС с координатами ( $x = 1.5$  см,  $y = 0$ )

колебания с уменьшающейся амплитудой, а затем переходит к почти периодическим (с периодом  $\Delta t \approx 0.47$  мс) колебаниям. Среднее же давление выходит со временем на постоянное значение  $\langle P \rangle \approx 1.1$ . Заметим, что в экспериментах [5] при  $\phi = 1$  и  $g_{\Sigma} = 73.1$  кг/(с·м<sup>2</sup>) датчик статического давления, установленный на расстоянии  $x = 1.5$  см от торца КС, показал  $\langle P \rangle \approx 1.2$ .

Зная период по времени  $\Delta t$ , можно найти частоту вращения ПДВ  $f = 1/\Delta t = 2.13$  кГц, среднюю за период скорость  $D = l/\Delta t \approx 1.9$  км/с, а также отношение  $D/D_{СЖ} = 0.96$ . Здесь  $D_{СЖ} = 1.966$  км/с — скорость идеальной детонации Чепмена — Жуге в стехиометрической водородовоздушной смеси [18]. Итак, по слою вдуваемой из коллектора через границу  $\Gamma_1$  смеси водород — воздух непрерывно распространяется ПДВ со скоростью  $D$ , которая меньше скорости детонации Чепмена — Жуге.

Для контроля выхода периодического решения на квазистационарный детонационный режим в каждый момент времени дополнительно вычисляли на выходе из КС средние за период  $l$  величины:

$$g_{\Sigma}(L_c, t) = \frac{1}{l} \int_0^l \rho u dy;$$

$$\langle p_0(L_c, t) \rangle = \quad (16)$$

$$= \frac{1}{l} \int_0^l (p(L, y, t) + \rho u^2(L, y, t)) dy;$$

$$I_{sp} = (\langle p_0 \rangle - p_a) \cdot S_{\Delta} / (G_f g).$$

Здесь  $g_{\Sigma}(L_c, t)$  — средний удельный расход смеси,  $\langle p_0(L_c, t) \rangle$  — среднее полное давление на выходе из КС,  $I_{sp}$  — средний удельный импульс на единицу массы горючего,  $S_{\Delta} = \pi(d_c - \Delta)\Delta$  — площадь проходного сечения КС,  $G_f$  — расход горючего,  $g$  — ускорение свободного падения.

Результаты расчетов показывают, что при  $t > 8$  мс от момента инициирования НСД параметры  $g_{\Sigma}(L_c, t)$  и  $I_{sp}$  выходят на постоянные значения, которые для рассматриваемого варианта таковы:

$$g_{\Sigma}(L_c, t) \approx g_{\Sigma 0} = 73.1 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2), \quad I_{sp} \approx 2680 \text{ с}.$$

**Структура ПДВ.** На рис. 4 представлена двумерная структура течения при распространении ПДВ в КС с размерами (12) при  $l = 88.91$  см в момент времени  $t = 10.8$  мс. Высота фронта ПДВ при параметрах подачи (15) равна  $h = 10$  см. Верхняя часть рисунков (при  $x > 0$ ) — структура течения в коллекторе ( $\Omega_1$ ), нижняя ( $x < 0$ ) — в КС ( $\Omega_2$ ). ПДВ движется слева направо со скоростью  $D = 1.9$  км/с по треугольной низкотемпературной области исходной смеси, вдуваемой через верхнюю границу из коллектора. Изобары (рис. 4,а) показывают быстрый спад давления за фронтом ПДВ. Когда давление за ПДВ становится меньше, чем в коллекторе, продукты детонации отесняются вниз новыми порциями смеси, поступающей из коллектора. Видно, что ПДВ формирует косую ударную волну (УВ) (рис. 4,а), проникающую вверх через щель в коллектор, в результате чего среднее давление в нем со временем повышается и для данного варианта расчета выходит на постоянное значение  $\langle P(-L_m, t) \rangle \approx 4.34$ . Вниз от ПДВ отходит косая УВ (шлейф), движущаяся по горячим продуктам детонации ( $T \approx 1600 \div 1800$  К, рис. 4,б). За фронтом косой УВ температура достигает значений  $T \approx 2200 \div 2800$  К в верхней части шлейфа, а на выходе из КС температура и степень ее неоднородности уменьшаются ( $T = 1950 \div 2350$  К). Изомахи для проекции вектора скорости на ось  $x$ , приведенные на рис. 4,в, показывают, что перед фронтом ПДВ значения  $M_x$  монотонно увеличиваются от 0.55 до 1.17 с удалением от входа в КС (граница  $\Gamma_1$ ), в то время как в продуктах детонации за фронтом ПДВ скорость дозвуковая. Попытка для данного варианта с  $g_{\Sigma} = 73.1$  кг/(с·м<sup>2</sup>) продолжить расчет с уменьшением периода задачи до  $l = \Pi/2 = 44.45$  см ( $n = 2$ ) приводила к срыву и

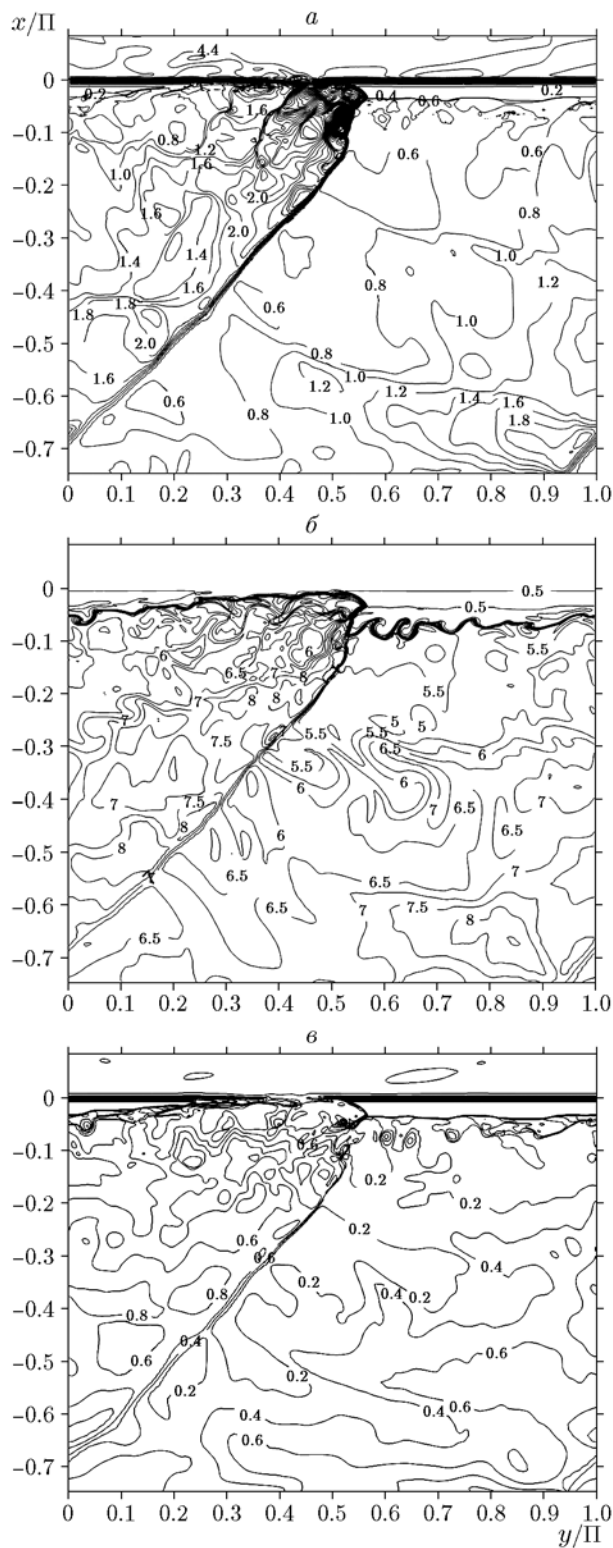


Рис. 4. Расчетная двумерная структура НСД смеси водород — воздух при  $g_{\Sigma} = 73.1 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$ ,  $\phi = 1$ ,  $n = 1$ :  
 а — изобары  $p/p_0$ , б — изотермы  $T/T_0$ , в — изомахи  $M_x = u/c$

затуханию ПДВ. Последнее означает, что описанное выше численное решение для одноволновой НСД в КС с параметрами (12) является единственным.

**Увеличение давления подачи.** При геометрических размерах коллектора и КС (12) рассмотрен вопрос о влиянии давления подачи смеси в ресивере  $p_r$  на параметры и структуру течения с ПДВ. При фиксированных значениях  $T_r/T_0 = 0.757$ ,  $S_*/S_m = 0.027$ ,  $\phi = 1$ ,  $p_a/p_0 = 1$  проведены расчеты НСД, в которых варьировались давление подачи в диапазоне  $p_r/p_0 = 6.4 \div 15$  и, соответственно, удельный расход смеси  $g_{\Sigma 0} = 73.1 \div 171.3 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$ . Обобщающие данные расчетов приведены в табл. 1. Здесь  $\langle p \rangle$  — среднее статическое давление на входе в КС,  $n$  — число ПДВ, размещающихся на периметре КС,  $h$  — размер ПДВ.

На рис. 5 представлены расчетные зависимости безразмерного статического давления от времени  $P(t) = p(t)/p_0$  в точке КС с координатами  $(x = 0, y = 0)$  для варианта  $p_r/p_0 = 10$  ( $g_{\Sigma 0} = 114.2 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$ ) при значениях периода задачи  $l = \Pi/2$  (сплошная линия) и  $l = \Pi/3$  (штриховая). Видно, что при  $l = \Pi/2$  ( $n = 2$ ) осуществляются периодические колебания давления с периодом  $\Delta t = 0.244 \text{ мс}$  ( $f = 4.1 \text{ кГц}$ ,

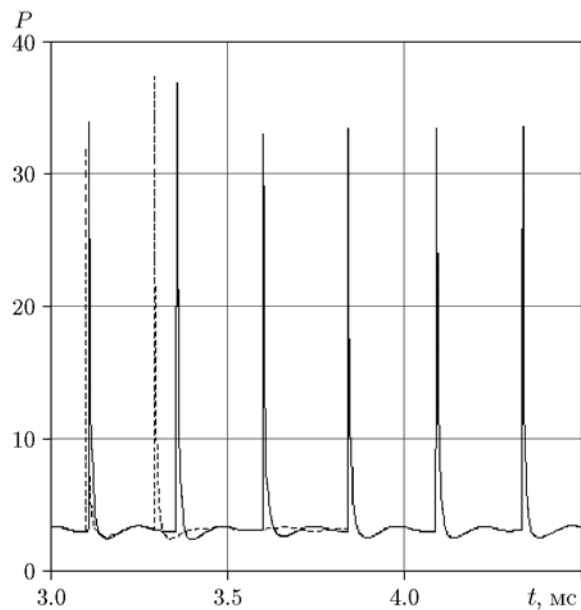


Рис. 5. Зависимости статического давления от времени в точке КС с координатами  $(x = 0, y = 0)$  для  $p_r/p_0 = 10$  при  $l = 44.45 \text{ см}$  (сплошная линия) и  $l = 29.63 \text{ см}$  (штриховая)

Таблица 1  
Расчетные параметры НСД смеси водород — воздух в КС (12)

$p_r/p_a$	$g_{\Sigma}$ , кг/(с·м <sup>2</sup> )	$\langle p \rangle/p_a$	$\langle p_0 \rangle/p_a$	$n$	$h$ , см	$D$ , км/с	$f$ , кг/ц	$I_{sp}$ , с
6.4	73.1	2.45	1.55	1	10	1.9	2.13	2680
7.5	85.7	2.63	1.69	1	9.4	1.93	2.17	2720
8.5	97.1	2.68	1.75	2	8.0	1.81	4.07	2740
10	114.2	3.73	1.93	2	7.1	1.82	4.1	2995
11	125.6	4.3	2.1	2	6.6	1.86	4.2	3200
12	137.0	4.71	2.23	3	6.2	1.7	5.74	3360
15	171.3	6.0	2.80	3	5.6	1.77	5.97	3860

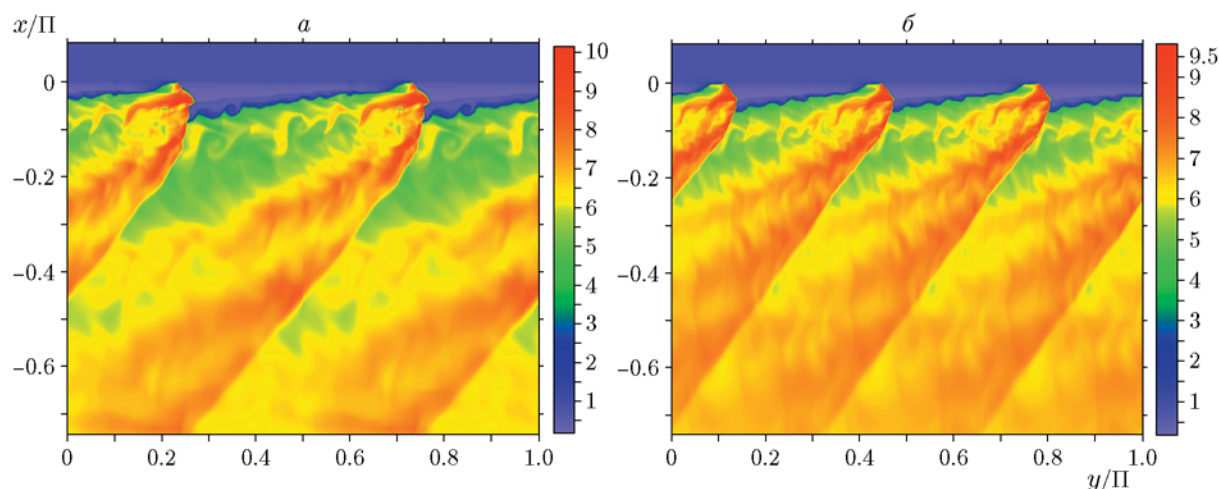


Рис. 6. Поле температур  $T/T_0$  в КС при НСД смеси водород — воздух ( $\phi = 1$ ):

$a$  —  $g_{\Sigma} = 114.2$  кг/(с·м<sup>2</sup>),  $n = 2$ ,  $D = 1.82$  км/с;  $b$  —  $g_{\Sigma} = 171.3$  кг/(с·м<sup>2</sup>),  $n = 3$ ,  $D = 1.77$  км/с

$D = 1.82$  км/с), т. е. волна выходит на режим НСД. При уменьшении периода до  $l = \Pi/3$  ( $n = 3$ ) после двух пульсаций (штриховая линия) с переменной амплитудой давления наблюдается его монотонный спад с последующим выходом при  $t > 3.4$  мс на почти постоянное значение  $P(t) \approx 3.15$ . Анализ решения показал, что произошел срыв вращающейся ПДВ и унос фронта горения и продуктов сгорания вниз по потоку к выходу из КС. После этого в области решения реализуется течение нереагирующей смеси, втекающей из коллектора через верхнюю границу  $\Gamma_1$  в КС и вытекающей из нее через нижнюю границу  $\Gamma_2$ . Одноволновый режим НСД, согласно классификации [3], в данном случае является «паразитным» периодическим решением, которое не имеет физического смысла. Итак, при увеличении давления подачи смеси до  $p_r/p_0 = 10$  ( $g_{\Sigma} = 114.2$  кг/(с·м<sup>2</sup>))

единственным периодическим решением в КС (12) является двухволновый режим НСД. Его двумерная структура (поле температур) представлена на рис. 6,  $a$ .

Серия расчетов НСД, проведенная при  $p_r/p_0 = 15$  ( $g_{\Sigma 0} = 171.3$  кг/(с·м<sup>2</sup>)) с последовательным уменьшением периода задачи до  $l = \Pi/4 = 22.2$  см и отсечением, как указано выше, «паразитных» решений, позволила получить в КС с параметрами (12) единственное решение — трехволновый ( $n = 3$ ) режим НСД, распространяющийся со скоростью  $D = 1.77$  км/с. Его двумерная структура (поле температур) представлена на рис. 6,  $b$ .

Согласно данным табл. 1 с увеличением давления подачи смеси  $p_r$  монотонно растут среднее статическое давление  $\langle p \rangle$  на входе в КС (от 2.5 до 6 атм), среднее полное давление  $\langle p_0 \rangle$  на выходе из КС (от 1.5 до 2.8 атм), число



Таблица 2  
 Расчетные параметры НСД ( $p_r/p_a = 15$ ,  $l = 29.63$  см)  
 в камерах сгорания различной длины

$L_c$ , см	$\langle p \rangle / p_a$	$\langle p_0 \rangle / p_a$	$p_2 / p_1$	$T_2 / T_1$	$h$ , см	$D$ , км/с	$I_{sp}$ , с
66.5	6.0	2.8	1.61	1.11	5.6	1.77	3860
40	5.95	2.78	2.07	1.24	5.6	1.78	3850
30	5.95	2.79	2.23	1.27	5.6	1.79	3910
20	5.94	2.81	3.25	1.32	5.6	1.79	3940
10	5.94	2.89	3.79	1.47	5.6	1.8	4160

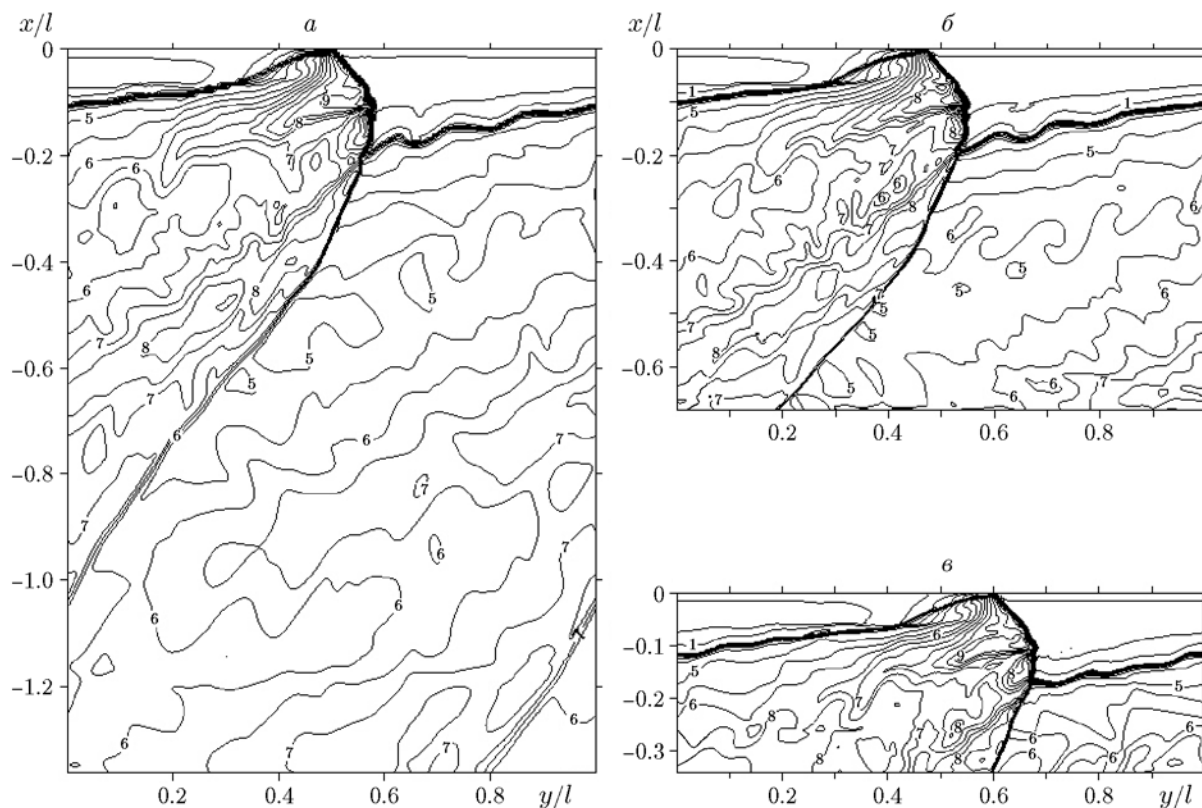


Рис. 7. Расчетная двумерная структура ПДВ (изотермы  $T/T_0$ ) в КС различной длины:  
 а —  $L_c = 40$  см, б — 20 см, в — 10 см

ПДВ (от 1 до 3) и удельный импульс (от 2680 до 3860 с), а высота фронта ПДВ  $h$  монотонно уменьшается (от 10 до 5.6 см).

**Уменьшение длины камеры сгорания.** При фиксированных значениях определяющих параметров (13):  $\phi = 1$ ,  $p_r/p_0 = 15$ ,  $T_r/T_0 = 0.757$ ,  $S_*/S_m = 0.027$ ,  $p_a/p_0 = 1$ ,  $l = \Pi/3 = 29.6$  см — исследовано влияние длины камеры  $L_c$  на параметры и двумерную структуру газодинамического течения НСД. В расчетах последовательно уменьшалась длина в диапазоне  $L_c = 66.5 \rightarrow$

10 см. Некоторые результаты расчетов приведены в табл. 2 ( $p_2/p_1$ ,  $T_2/T_1$  — отношение давлений и температур на фронте косоугольной УВ на выходе из КС), а двумерная структура НСД (поле температур) в КС разной длины представлена на рис. 7.

Видно, что структура течения в окрестности ПДВ, высота ее фронта ( $h \approx 5.6$  см) и угол наклона к оси абсцисс косоугольной УВ, примыкающей к ПДВ ( $\approx 65^\circ$ ), практически не меняются при уменьшении длины КС до  $L_c = 10 \div 20$  см.

Согласно данным табл. 2 с уменьшением длины КС средние за период расчетные параметры задачи ( $\langle p \rangle$ ,  $\langle p_0 \rangle$ ,  $D$ ) меняются слабо, в то время как степень неоднородности газодинамических параметров на выходе из КС монотонно растет. Так, при  $L_c = 66.5$  см на выходе из КС получены скачки давления  $(p_2 - p_1)/p_1 \approx 0.61$  и температуры  $(T_2 - T_1)/T_1 \approx 0.11$ , а при  $L_c = 10$  см скачки этих параметров увеличились более чем в четыре раза:  $(p_2 - p_1)/p_1 \approx 2.79$  и  $(T_2 - T_1)/T_1 \approx 0.47$ .

Интересно отметить (см. табл. 2), что при  $L_c < 30$  см ( $h/L_c > 0.2$ ) удельный импульс НСД  $I_{sp}$  начинает расти с уменьшением длины КС, увеличиваясь примерно на 6 % при  $L_c = 10$  см ( $h/L_c \approx 0.56$ ). Анализ решения (см. рис. 7, в) показал, что при длине КС  $L_c = 10$  см только часть продуктов детонации проходит через фронт косой УВ, увеличивающей их энтропию, остальная же часть продуктов сразу истекает из КС. При росте длины КС доля проходящих через фронт косой УВ продуктов детонации постепенно повышается до полного их прохождения через фронт косой УВ (см. рис. 7, а, б), соответственно увеличиваются и необратимые энтропийные потери в продуктах. Известно [3], что при реализации НСД приращение энтропии за фронтом ПДВ меньше, чем при горении. Дополнительные энтропийные потери за фронтом косой УВ, естественно, несколько снижают эффективность детонационного горения.

Результаты расчетов при варьировании параметра  $L_c$  показали (см. табл. 2), что режим НСД при уменьшении длины КС до  $L_c = 10$  см сохраняется. Более того, энтропийные потери в продуктах детонации уменьшаются, что при  $L_c = 10$  см ( $h/L_c \approx 0.56$ ) приводит к росту удельного импульса примерно на 6 % до  $I_{sp} \approx 4160$  с.

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

При численном моделировании НСД в кольцевой проточной КС [5] для диапазона давления подачи смеси водород — воздух  $p_r = (6.4 \div 15)p_a$  установлено, что с ростом удельного расхода смеси  $g_\Sigma$  увеличиваются число ПДВ и частота их вращения, среднее статическое давление на входе в КС  $\langle p \rangle$ , среднее полное давление на выходе из КС  $\langle p_0 \rangle$  и удельный импульс  $I_{sp}$ , а скорость НСД уменьшается с  $D = 1.9$  до  $1.77$  км/с. Причем расчетные скорости распространения ПДВ (см. табл. 1) больше на

20 ÷ 30 %, а размеры ПДВ в  $1.5 \div 2.5$  раза меньше, чем в экспериментах [5]. Это объясняется условием мгновенного перемешивания компонентов смеси в рассматриваемой математической модели, в то время как в эксперименте этот фактор оказывал значительное влияние, уменьшая детонационную способность смеси и скорость распространения ПДВ, с одной стороны, и увеличивая высоту ПДВ — с другой.

Сравнение при одинаковых значениях удельного расхода смеси в расчетах и экспериментах числа размещающихся на периметре камеры ДК-300 детонационных волн показывает почти полное соответствие между ними. Так, при  $g_\Sigma = 73$  кг/(с·м<sup>2</sup>) наблюдалась одна ПДВ, при  $g_\Sigma = 97$  кг/(с·м<sup>2</sup>) — две ПДВ, при  $g_\Sigma = 137$  кг/(с·м<sup>2</sup>) — три ПДВ. Исключение составляет промежуточный вариант с  $g_\Sigma = 114$  кг/(с·м<sup>2</sup>): в эксперименте [5] наблюдалось три ПДВ, а в расчете — две ПДВ.

Расчетные зависимости частоты вращения ПДВ от удельного расхода смеси приведены на рис. 8. Там же для сравнения представлены данные экспериментов [5] и расчетов [11, 12]. Эксперименты [5] (точки 1) и расчеты (точки 2) показывают, что с увеличением удельного расхода число ПДВ растет, а при фиксированном их количестве растут скорость и частота вращения ПДВ. Причем наши расчеты коррелируют с экспериментом, превышая экспериментальные данные по частоте на 30 %. Там же для сравнения приведены результаты расчетов

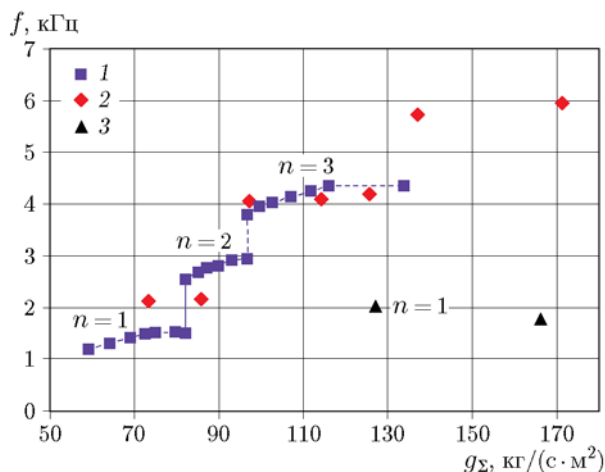


Рис. 8. Зависимости частоты вращения ПДВ от удельного расхода смеси:

1 — эксперименты [5], 2 — расчеты авторов, 3 — расчеты [11, 12]

в трехмерной постановке [11, 12] (точки 3), в которых был получен только одноволновый режим НСД. Видно, что расчеты [11, 12] для смеси водород — воздух в три раза отличаются от экспериментов [5] и данных расчетов (точки 2) по числу ПДВ и в два раза — по частоте их вращения. Поскольку расчеты [11] с предварительно перемешанной смесью и расчеты [12] при раздельной подаче горючего и окислителя дают одинаково неправильные результаты (одноволновые режимы НСД), то несоответствие с экспериментами [5] связано с использованием в этих работах упрощенной одностадийной кинетической схемы окисления водорода. Итак, достоверность уравнений химической кинетики является определяющим фактором при моделировании НСД.

## ВЫВОДЫ

В рамках квазитрехмерной нестационарной газодинамической постановки сформулирована замкнутая математическая модель НСД для смеси водород — воздух в проточной кольцевой КС с уравнением химической кинетики [13]. При геометрических параметрах КС [5] и варьируемых расходах водородовоздушной смеси численно исследована динамика ПДВ и ее двумерная структура. В диапазоне расходов смеси  $73 \div 171 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$  рассчитаны одноволновый, двухволновый и трехволновый режимы НСД, проанализирована структура течения и проведено сравнение с экспериментами [5] и расчетами [11, 12]. С уменьшением длины КС вплоть до  $L_c = 10 \text{ см}$  сохраняется режим НСД и наблюдается рост удельного импульса из-за уменьшения энтропийных потерь в продуктах детонации. Показано, что при моделировании НСД в смеси водород — воздух применение упрощенной одностадийной кинетической схемы окисления водорода типа [11] приводит к результатам, отличающимся от экспериментальных данных в несколько раз.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Войцеховский Б. В.** Стационарная детонация // Докл. АН СССР. — 1959. — Т. 129, № 6. — С. 1254–1256.
2. **Bykovskii F. A., Zhdan S. A., Vedernikov E. F.** Continuous spin detonations // J. Propul. Power. — 2006. — V. 22, N 6. — P. 1204–1216.
3. **Быковский Ф. А., Ждан С. А.** Непрерывная спиновая детонация. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013.
4. **Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф.** Спиновая детонация топливно-воздушной смеси в цилиндрической камере // Докл. АН. — 2005. — Т. 400, № 3. — С. 338–340.
5. **Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф.** Непрерывная спиновая детонация топливно-воздушных смесей // Физика горения и взрыва. — 2006. — Т. 42, № 4. — С. 107–115.
6. **Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф.** Непрерывная спиновая детонация водородовоздушной смеси с добавкой воздуха в продукты и зону смесеобразования // Физика горения и взрыва. — 2010. — Т. 46, № 1. — С. 60–68.
7. **Ждан С. А., Быковский Ф. А., Ведерников Е. Ф.** Математическое моделирование вращающейся волны детонации в водородно-кислородной смеси // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 4. — С. 90–101.
8. **Hishida M., Fujiwara T., Wolanski P.** Fundamentals of rotating detonations // Shock Waves. — 2009. — V. 19, N 1. — P. 1–10.
9. **Schwer D., Kailasanath K.** Fluid dynamics of rotating detonation engines with hydrogen and hydrocarbon fuels // Proc. Combust. Inst. — 2013. — V. 34. — P. 1991–1998.
10. **Zhou R., Wu D., Wang J.** Progress of continuously rotating detonation engines // Chin. J. Aeronaut. — 2016. — V. 29, N 1. — P. 15–29.
11. **Дубровский А. В., Иванов В. С., Фролов С. М.** Трехмерное численное моделирование непрерывной детонации водородно-воздушной смеси в кольцевой камере сгорания // Горение и взрыв. — 2012. — Т. 5, № 5. — С. 145–150.
12. **Фролов С. М., Дубровский А. В., Иванов В. С.** Трехмерное численное моделирование рабочего процесса в камере сгорания с непрерывной детонацией при раздельной подаче горючего и окислителя // Хим. физика. — 2013. — Т. 32, № 2. — С. 56–65.
13. **Николаев Ю. А., Зак Д. В.** Согласование моделей химических реакций в газах со вторым началом термодинамики // Физика горения и взрыва. — 1988. — Т. 24, № 4. — С. 87–90.
14. **Левин В. А., Коробейников В. П.** Сильный взрыв в горючей смеси газов // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1969. — № 6. — С. 48–51.
15. **Strehlow R. A., Crooker A. J., Cussey R. E.** Detonation initiation behind an accelerating shock wave // Combust. Flame. — 1967. — V. 11, N 4. — P. 339–351.
16. **Прохоров Е. С.** Приближенная модель для расчета равновесных течений химически реагирующих газов // Физика горения и взрыва. — 1996. — Т. 32, № 3. — С. 77–85.

17. **Численное** решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. — М.: Наука, 1976.
18. **Николаев Ю. А., Топчиян М. Е.** Расчет равновесных течений в детонационных волнах в газах // Физика горения и взрыва. — 1977. — Т. 13, № 3. — С. 393–404.
19. **Колган В. П.** Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Учен. зап. ЦАГИ. — 1972. — Т. 3, № 6. — С. 68–77.

*Поступила в редакцию 18.03.2019.*

*После доработки 28.05.2019.*

*Принята к публикации 29.05.2019.*

---