

**ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ НЕРАВНОВЕСНО ИОНИЗИРОВАННЫМ
ИЗЛУЧАЮЩИМ ГАЗОМ С УЧЕТОМ РАЗЛИЧИЯ ТЕМПЕРАТУР
ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ**

Л. Б. Гавин, Ю. П. Лунькин

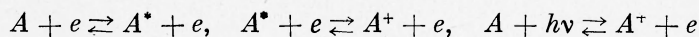
(Ленинград)

Исследуется течение вдоль нулевой линии тока при гиперзвуковом обтекании осесимметричного затупленного тока потоком неравновесно ионизированного одноатомного невязкого излучающего газа с учетом различия температур электронного и атомно-ионного газов. Принимается во внимание возбуждение атомов за счет столкновений с электронами и их последующая ионизация, а также фотоионизация. Поскольку величина отхода ударной волны мала по сравнению с характерным размером тела, уравнение переноса излучения записывается в приближении локально-одномерного плоского слоя. Исследовано влияние параметров набегающего потока на поле течения поперек ударного слоя и распределение радиационного теплового потока.

Обозначения:

\mathbf{r} — радиус-вектор, отсчитанный от центра кривизны носика, обтекаемого тела; $\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_b$ — радиус-векторы поверхностей тела и ударной волны; ϵ — отход ударной волны $\epsilon = r_b - r_T$; L — характерный размер (радиус кривизны тела в носике); \mathbf{V}, \mathbf{W} — вектор и модуль полной скорости газа соответственно; W_m — максимальная скорость газа (скорость истечения в вакуум); u — составляющая скорости газа по радиус-вектору; p — давление газа; ρ — плотность газа; ρ_i — плотность ионов; α — степень неравновесной ионизации газа $\alpha = \rho_i/\rho$; α_E — степень равновесной ионизации газа; T_a — температура атомов и ионов; T_e — температура электронов; T_{e*} — температура возбуждения; T_m — температура поверхности тела; A — атом в основном состоянии; A^* — атом в возбужденном состоянии; ν — частота; ν_j, T_j — частота ионизации и температура ионизации; m_a — масса атома; m_e, e — масса и заряд электрона соответственно; S_E — поперечное сечение электрон-атомного возбуждения; n_{ea} — скорость реакции ионизации электрон-атомным ударом; n_e — плотность электронов; R — удельная газовая постоянная; K — постоянная Больцмана; E — внутренняя энергия единицы массы смеси; κ_ν — спектральный коэффициент поглощения единицы массы атомного газа; δ — коэффициент черноты поверхности тела; τ_ν — оптическая координата; μ_\pm — средний косинус угла для данной угловой зоны распространения фотонов; I_ν — спектральная интенсивность излучения; $B_\nu(T_e)$ — функция Планка; $\mathbf{q}_\nu, \mathbf{q}$ — векторы спектрального и полного потоков лучистой энергии $\mathbf{q} = \int_0^\infty \mathbf{q}_\nu d\nu$; M — число Маха; ∞, b — индексы, относящиеся к параметрам газа в невозмущенном потоке и сразу за ударной волной соответственно.

1. Исходная система уравнений. Для описания неравновесных процессов в ударном слое необходимо задать определенную кинетическую модель газа. В данной работе использовалась кинетика, предложенная Чепином [1] для аргона. Учитываются реакции



Исходная система уравнений, описывающая течение газа в ударном слое содержит следующие уравнения. Уравнения неразрывности, количества

движения и энергии

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.1)$$

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \left[\rho \mathbf{V} \left(\frac{1}{2} V^2 + E + \frac{1}{\rho} \right) \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q} \quad (1.3)$$

Уравнение для температуры электронов

$$\nabla \cdot \left(\frac{5}{2} K T_e n_e \mathbf{V} \right) = \sum_i Q_i \quad (1.4)$$

Здесь Q_i — вклад i -го процесса в баланс энергии электронов. Учитываются следующие вопросы: Q_1 — упругие столкновения электронов с ионами A^+ , Q_2 — потеря на ионизацию атомов A , Q_3 — вклад реакции фотоионизации в электронную энергию

$$Q_1 = \frac{n_e^2 e^4}{m_a} \left(\frac{8\pi m_e}{K T_e} \right)^{1/2} \left(\frac{T_a}{T_e} - 1 \right) \ln \left[\frac{9}{4} \frac{(K T_e)^3}{\pi n_e e^6} + 1 \right] \quad (1.5)$$

$$Q_2 = -K T_j n_{ea}, \quad Q_3 = -K T_e \nabla \cdot \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} \mathbf{q}_\nu d\nu \quad (1.6)$$

Уравнение скорости неравновесной ионизации

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \alpha) = m_a n_{ea} - m_a \nabla \cdot \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} \mathbf{q}_\nu d\nu \quad (1.7)$$

Согласно [1]

$$n_{ea} = \left(\frac{\rho}{m_a} \right)^2 2C_E \left(\frac{2}{\pi m_e} \right)^{1/2} (K T_e)^{1/2} \left(\frac{T_{e*}}{T_e} + 2 \right) \exp \left(-\frac{T_{e*}}{T_e} \right) \alpha (\alpha_E - \alpha) \quad (1.8)$$

Уравнение состояния

$$p = \rho R (T_a + \alpha T_e) \quad (1.9)$$

Уравнение переноса излучения вдоль направления s

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial s} = \rho (1 - \alpha) \kappa_\nu \left(\frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B_\nu - I_\nu \right) \quad (1.10)$$

Граничные условия к системе уравнений (1.1) — (1.4), (1.7), (1.9), (1.10) аналогичны граничным условиям на теле и на ударной волне [2], кроме условия сохранения энергии и дополнительного условия о неразрывности T_e при переходе через ударную волну

$$\frac{5}{2} R (T_{a\infty} + \alpha_\infty T_{e\infty}) + \alpha_\infty R T_j + \frac{W_\infty^2}{2} + \frac{q_b}{\rho_\infty W_\infty} = \quad (1.11)$$

$$= \frac{5}{2} R (T_{ab} + \alpha_\infty T_{eb}) + \alpha_\infty R T_j + \frac{W_b^2}{2} + \frac{q_b}{\rho_b W_b} \quad (1.12)$$

$$T_{e\infty} = T_{eb}$$

Проделав выкладки, аналогичные выкладкам работы [2], получим выражения для потока лучистой энергии и его дивергенции в приближении

локально-одномерного плоского слоя

$$q(\tau_\nu) = 2\pi \sum_{i=0}^{N-1} (\mu_{i+1} - \mu_i) [F_1^i(\tau_\nu) + \delta Q_2^i(\tau_\nu) + (1 - \delta) F_2^i(\tau_\nu) + F_3^i(\tau_\nu)] \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot q = 2\pi\rho(1 - \alpha)\kappa_\nu \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\mu_{i+1} - \mu_i}{\mu_i} \right) [-F_1^i(\tau_\nu) - \delta Q_2^i(\tau_\nu)\mu_i - \\ - (1 - \delta) F_2^i(\tau_\nu) - F_3^i(\tau_\nu)] + 4\pi\rho(1 - \alpha)\kappa_\nu Q_1(\tau_\nu) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Здесь

$$F_1^i(\tau_\nu) = \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu_i}\right) \int_0^{\tau_\nu} \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \exp\left(\frac{t}{\mu_i}\right) dt \quad (1.15)$$

$$F_2^i(\tau_\nu) = \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu_i}\right) \int_0^{\tau_{vb}} \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \exp\left(-\frac{t}{\mu_i}\right) dt \quad (1.16)$$

$$F_3^i(\tau_\nu) = \exp\left(\frac{\tau_\nu}{\mu_i}\right) \int_0^{\tau_{vb}} \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \exp\left(-\frac{t}{\mu_i}\right) dt \quad (1.17)$$

$$Q_2^i(\tau_\nu) = B(T_m) \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu_i}\right) \quad (1.18)$$

$$Q_1(\tau_\nu) = \frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} B = \int_{\nu_j}^{\nu_k} B_\nu d\nu = \frac{16K^4 T_e^4}{h^3 c^2} \left\{ \exp\left(-\frac{h\nu_j}{KT_e}\right) \left[\left(\frac{h\nu_j}{kT_e}\right)^3 + 3\left(\frac{h\nu_j}{kT_e}\right)^2 + 6\left(\frac{h\nu_j}{kT_e}\right) + 6 \right] - \right. \\ \left. - \exp\left(-\frac{h\nu_k}{kT_e}\right) \left[\left(\frac{h\nu_k}{kT_e}\right)^3 + 3\left(\frac{h\nu_k}{kT_e}\right)^2 + 6\left(\frac{h\nu_k}{kT_e}\right) + 6 \right] \right\} \quad (1.20) \end{aligned}$$

2. Течение вдоль нулевой линии тока. Исследование системы (1.1) — (1.4), (1.7), (1.9), (1.10) представляет большие трудности, поэтому в качестве первого шага к получению решения во всей дозвуковой области рассматривается течение газа вдоль нулевой линии тока. В этом случае система уравнений в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для замыкания системы на основании работ [3,4] задавались профиль скорости $u = u_b \xi$, где $\xi = (r - r_T)/(r_b - r_T)$, и величина безразмерного отхода ударной волны

$$\varepsilon = 0.775 / \rho^* \quad \left(\rho^* = \int_0^1 \rho(\xi) / \rho_\infty d\xi \right)$$

Введем безразмерные величины

$$\begin{aligned} u^* = \frac{u}{W_m}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_\infty W_m^2}, \quad T_a^* = \frac{RT_a}{W_m^2}, \quad T_e^* = \frac{RT_e}{W_m^2} \\ q^* = \frac{2q}{\rho_\infty W_m^3}, \quad r^* = \frac{r}{L} \end{aligned}$$

Тогда исходная система уравнений, описывающая течение неравновесно ионизированного излучающего газа вдоль нулевой линии тока около тела со сферическим затуплением, примет вид (звездочки у безразмерных

величин опущены)

$$\rho u \frac{du}{d\xi} = - \frac{dp}{d\xi} \quad (2.1)$$

$$\rho u \frac{d}{d\xi} [5(T_a + \alpha T_e) + 2\alpha T_j + u^2] = - \frac{dq}{d\xi} \quad (2.2)$$

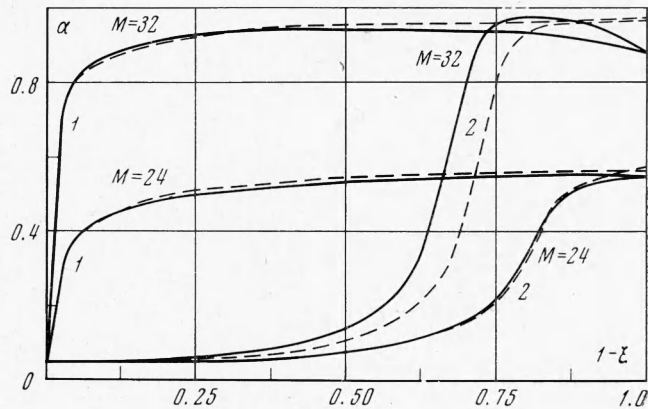
$$\rho u \frac{d}{d\xi} \left(\frac{5}{2} \alpha T_e \right) = \varepsilon (Q_1 - T_j m_a n_{ea}) - T_e m_a \frac{d}{d\xi} \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} q_\nu d\nu \quad (2.3)$$

$$\rho u \frac{d\alpha}{d\xi} = \varepsilon m_a n_{ea} - m_a \frac{d}{d\xi} \int_{\nu_j}^{\infty} (h\nu)^{-1} q_\nu d\nu \quad (2.4)$$

$$p = \rho (T_a + \alpha T_e) \quad (2.5)$$

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\xi} = \varepsilon \rho (1 - \alpha) \kappa_\nu \left(\frac{1 - \alpha_E}{1 - \alpha} B_\nu - I_\nu \right) \quad (2.6)$$

Данная система дифференциальных уравнений разрешалась относительно производных по ξ и интегрировалась от волны ($\xi = 1$) до тел ($\xi = 0$) методом Эйлера с многократным пересчетом без деления шага



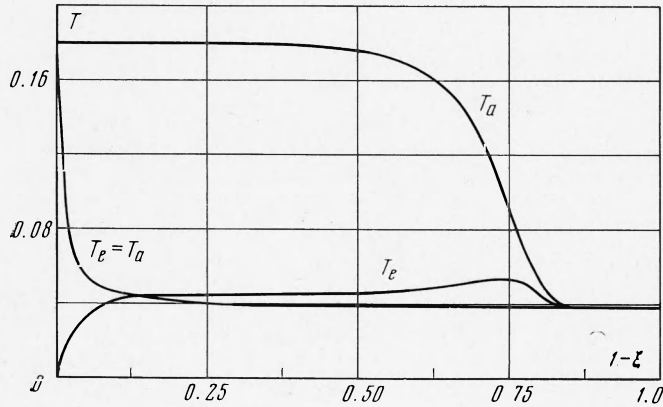
Фиг. 1

интегрирования. В связи с интегральным характером радиационных членов решение получалось итерационным методом.

3. Обсуждение результатов. Приведем результаты расчета течения применительно к обтеканию сферы $R = 4$ см потоком аргона при $T_{a\infty} = 300^\circ \text{K}$, $T_{e\infty} = 300^\circ \text{K}$, $\alpha_b = 5 \cdot 10^{-2}$, $24 \leq M \leq 32$, $p_\infty = 0.001 \text{ ат}$. В большинстве расчетов предполагалось, что коэффициент черноты поверхности тела $\delta = 0.5$. Расчеты приведены для общего случая $T_e \neq T_a$ и для сравнения при $T_e = T_a$ (результаты расчетов без учета излучения представлены пунктирными кривыми).

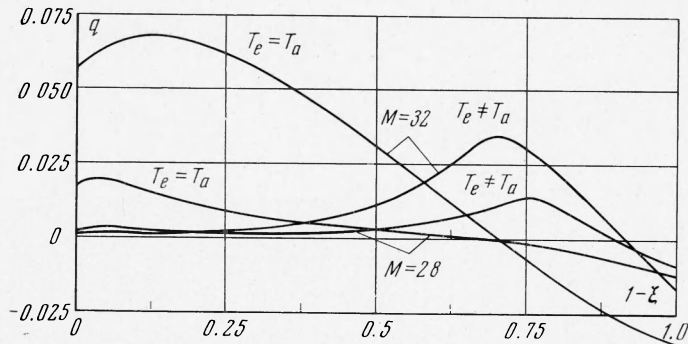
На фиг. 1 представлены профили степени ионизации поперек ударного слоя. Видно, что имеет место резкая разница в длинах зон релаксации для случаев $T_e = T_a$ (кривые 1) и $T_e \neq T_a$ (кривые 2), хотя значения степени ионизации на теле практически совпадают. Увеличение длины зоны релаксации в случае $T_e \neq T_a$ объясняется тем, что упругий обмен энергией между электронной и атомно-ионной компонентами газа происходит не мгновенно, а протекает в течение определенного промежутка времени. Учет излучения, как отмечалось в работе [2], приводит к некоторому уменьшению длины зоны релаксации.

На фиг. 2 приведены профили температур в ударном слое при $M = 28$. В случае $T_e = T_a$ наблюдается резкое падение температуры вблизи ударной волны (это объясняется протеканием в этой области лавинной ионизации) до своего равновесного значения. В случае $T_e \neq T_a$ значительное падение T_a наблюдается гораздо позже в соответствии с новым положением фронта лавинной ионизации. Сразу же за ударной волной имеет место сильное увеличение электронной температуры от $T_{e0} = T_{e\infty}$ до некоторой



Фиг. 2

величины, превышающей равновесное значение T_e : этот подъем характеризует интенсивный обмен энергией между ионами и электронами за счет упругих столкновений. Далее с ростом T_e усиливается расход энергии электронного газа на ионизацию, и T_e , пройдя через максимум, начинает



Фиг. 3

убывать вместе с T_a вплоть до равновесия, где T_e и T_a совпадают. Появление максимума T_e вблизи фронта лавинной ионизации объясняется наличием двух конкурирующих факторов: увеличением энергии электронного газа за счет упругих столкновений и потерей энергии на ионизацию.

На фиг. 3 показаны профили лучистых потоков q в ударном слое для разных чисел Маха. Имеет место резкое различие профилей q в случаях $T_e = T_a$ и $T_e \neq T_a$. В случае $T_e = T_a$ q имеет один максимум, положение которого совпадает с положением фронта лавинной ионизации. В удар-

