

О ПРИТОКЕ ГАЗА К ОТКРЫТОЙ СКВАЖИНЕ  
В ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

А. Г. Хромов

(Новосибирск)

При измерении давления газа в угольных пластах широко используются измерения при помощи скважин. После бурения скважины через весь угольный пласт устье скважины герметизируется, и при помощи соединенных с полостью скважины манометров производится замер давления газа в скважине.

Задача о притоке газа к открытой скважине в угольном пласте была поставлена для определения давления газа в нетронутом угольном пласте на основании экспериментально замеренного давления газа в герметизированной скважине.

Если угольный пласт всюду проницаем, то, несмотря на изменения давления газа вблизи скважины, вызванные изменением напряженного состояния, и утечку газа из скважины во время герметизации ее, через достаточно большое количество времени в скважине установится давление, равное давлению газа в нетронутом угольном пласте. Это объясняется притоком газа с больших расстояний от скважины.

Но при большой глубине залегания угольного пласта в условиях высокого горного давления уголь, особенно мягкий, находится в пластическом состоянии, поэтому будем предполагать, что нетронутый угольный пласт всюду газонепроницаем.

1. При бурении скважины в газонепроницаемом угольном пласте в некоторой окрестности скважины происходит разгрузка угля и изменение его физико-механических характеристик (пористости, газопроницаемости, площадок контакта между зернами угля). Можно указать следующую схематическую картину изменения физико-механических свойств угля в окрестности скважины [1].

В непосредственной близости от скважины образуется газопроницаемая зона 1, далее следует зона 2, в которой пористость угля больше пористости нетронутого угольного пласта, но газопроницаемость угля отсутствует, так как поры изолированы. В остальной части пласта влияние разгрузки отсутствует (зона 3).

Во время бурения скважины в газонепроницаемом угольном пласте и дальнейшей ее герметизации приток газа к скважине происходит только из конечной области фильтрации и устанавливающееся со временем давление газа в ней меньше давления газа  $p_0$  в нетронутом угольном пласте по следующим причинам.

Во-первых, из-за расширения пор давление газа в зонах 1 и 2 меньше  $p_0$ .

Во-вторых, во время бурения скважины и ее герметизации из скважины выходит некоторое количество газа.

Для описания процесса изменения давления газа в скважине и вблизи нее за время бурения скважины, ее герметизации и фильтрации газа к герметизированной скважине предлагается следующая постановка задачи.

Считается, что бурение скважины происходит мгновенно и так же мгновенно меняется напряжение в некоторой окрестности ее. Затем происходит изотермическое расширение газа в порах и десорбция газа. Расширение газа в порах — намного более быстрый процесс, чем фильтрация газа, поэтому принимается, что расширение газа в порах происходит также мгновенно, после чего начинается фильтрация газа к скважине.

Распределение давления газа в пласте перед началом фильтрации определяется из условия постоянства количества газа  $Q$  в единице объема.

Тогда

$$Q = q + m(r) \rho \quad (1.1)$$

Здесь  $q$  — количество сорбированного газа в единице объема пласта,  $m(r)$  — пористость угля,  $\rho$  — плотность свободного газа.

Количество сорбированного газа в единице объема пласта зависит только от давления свободного газа  $p$  и определяется по закону Ленгмюра

$$q = \frac{abp}{1 + ap} \quad (a, b = \text{const}) \quad (1.2)$$

При определении  $m(r)$  используется физико-механическая модель сжатия угля. В статье [2] приводится зависимость  $m$  от относительного изменения объема угольного пласта  $\Delta V/V$ . При пористости до 10—15% эта зависимость близка к линейной.

$$m = c_1 \left[ \left( \frac{\Delta V}{V} \right)_0 - \frac{\Delta V}{V} \right] \quad (c_1 = \text{const}) \quad (1.3)$$

Будем считать, что

$$\frac{\Delta V}{V} = c_2 \sigma_z \quad (c_2 = \text{const}) \quad (1.4)$$

где  $\sigma_z$  — вертикальное напряжение угольного пласта.

Приближенное решение задачи о распределении напряжений вокруг скважины, приведенное в работе [3], дает линейную зависимость напряжений от  $r$ , решение в работе [4] — логарифмическую, которую в интервале изменения  $r/r_0$  можно заменить линейной, поэтому в дальнейшем принимается

$$\sigma_z = c_3 + c_4 r \quad (c_3, c_4 = \text{const}) \quad (1.5)$$

Подстановка (1.2) и (1.3) в (1.1) дает

$$m = C(L - r) \quad (C = c_1 c_2 c_4) \quad (1.6)$$

Аналогично определяются зависимости других физико-механических параметров пласта от  $r$ . Например, коэффициент проницаемости  $K^\circ$  пропорционален квадрату площади просветов, и так как при небольших значениях площади просветов линейно зависят от  $\Delta V/V$ , то при малых  $K^\circ$

$$K^\circ = B(l - r)^2 \quad (B = \text{const}) \quad (1.7)$$

Заданием  $K^\circ$  на стенке скважины и радиуса дренирования  $l$  полностью определяется зависимость  $K^\circ = K^\circ(r)$ . Приводимая в работе [1] функция  $K^\circ = K^\circ(\Delta V/V)$  позволяет определить зависимость  $\Delta V/V$  от  $r$ , а следовательно, и зависимости других физико-механических параметров угольного пласта от  $r$ .

Как показали эксперименты [5], радиус зоны дренирования приблизительно в 10 раз больше радиуса скважины.

Расстояние от оси скважины до границы, разделяющей зоны 2 и 3, определяется из условия  $m(L) = m_0$ , где  $m_0$  — пористость нетронутого угольного пласта.

Так как принимается, что расширение газа в порах происходит мгновенно, то количество газа, которое содержалось в единице объема пласта до бурения скважины, равно количеству газа, находящегося в единице объема после бурения ее, ввиду незначительности увеличения объема угольного пласта.

Расширение газа предполагается по изотермическому закону

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad \left( \begin{array}{l} R - \text{газовая постоянная, } T - \text{абсолютная} \\ \text{температура угля} \end{array} \right) \quad (1.8)$$

Равенство количества газа в единице объема угля до и после бурения скважины при использовании (1.2) и (1.8) дает уравнение для нахождения

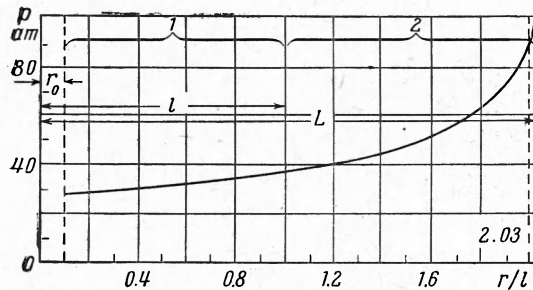
распределения давления газа вблизи скважины, которое устанавливается после бурения ее

$$\frac{abp_0}{1+ap_0} + \frac{m_0p_0}{RT} = \frac{abp(r)}{1+ap(r)} + \frac{m(r)p(r)}{RT} \quad (1.9)$$

Если положить пористость на границе скважины  $m^0 \approx 0.1$ , а пористость нетронутого угольного пласта близкой к нулю, то давление газа на границе скважины будет в 2 ÷ 3 раза меньше давления газа в нетронутом угольном пласте.

Основное падение давления газа происходит в зоне 2.

Падение давления газа в газопроницаемой зоне 1 невелико. На фиг. 1 приведена кривая распределения давления газа вблизи скважины при пористости на границе скважины  $m^0 = 0.06$ ,  $a = 0.055 \text{ ат}$ ,  $b = 0.03 \text{ г/см}^3$ ,  $m_0 = 0$ ,  $p_0 = 100 \text{ ат}$ ,  $l/r = 10$ .



Фиг. 1

При этих значениях <sup>1</sup> параметров  $L = 20.3$ . Если в зоне 2 давление изменяется от 100 до 36 ат, то в зоне 1 от 36 до 25 ат.

Будем считать, что давление, установившееся в зоне 1 после бурения скважины, всюду постоянно и равно некоторому среднему значению  $p_1$ .

Даже при мгновенной герметизации скважины давление газа, которое установится в ней через достаточно большое количество времени, будет меньше  $p_1$  и тем более меньше  $p_0$ .

Для учета количества газа, вытекшего из скважины в период ее герметизации, была поставлена задача о фильтрации газа к открытой скважине.

Так как давление газа в угле много больше атмосферного, то давление газа в скважине можно принять равным нулю.

На границе зон 1 и 2 коэффициент  $K^0 = 0$ , и поэтому в работе было принято, что давление в этом месте остается неизменным в течение всего времени фильтрации газа. О справедливости этого предположения будет сказано ниже.

2. Уравнение фильтрации газа с учетом десорбции в осесимметричном случае имеет вид [6]

$$\frac{\partial (mp + qRT)}{\partial t} = \frac{1}{2\mu r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r K^0 \frac{\partial p^2}{\partial r} \right] \quad \left( \begin{array}{l} t - \text{время,} \\ \mu - \text{вязкость газа} \end{array} \right) \quad (2.1)$$

Решение этого уравнения  $p = p(r, t)$  должно удовлетворять условиям

$$p(r_0, t) = 0, \quad p(l, t) = p_1, \quad p(r, 0) = p_1, \quad p(r, \infty) = 0 \quad (2.2)$$

Зависимость  $q(p)$ , определяющаяся законом Ленгмюра (1.2), в большом интервале изменения давления газа может быть линейно аппроксимирована, поэтому в дальнейшем считается

$$RTq = cp \quad (2.3)$$

Выше при некоторых предположениях показано, что  $K^0 = B(l-r)^2$ . В дальнейшем принимается

$$K^0 = K_0^0 \left( \frac{l-r}{l-r_0} \right)^n \quad (2.4)$$

и приводится исследование решения при различных  $n$ .

<sup>1</sup> Значения параметров  $a$  и  $b$  заимствованы из работы [5].

В безразмерных величинах уравнение (2.1) и условия (2.2) имеют следующий вид:

$$M \frac{\partial \beta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \xi K \frac{\partial \beta^2}{\partial \xi} \right] \quad (2.5)$$

$$\xi = \xi_0, \quad \beta = 0; \quad \xi = 1, \quad \beta = 1; \quad \tau = 0, \quad \beta = 1; \quad \tau = \infty, \quad \beta = 0 \quad (2.6)$$

где

$$\xi = \frac{r}{l}, \quad \tau = \theta t, \quad \beta = \frac{p}{p_1}, \quad M = \frac{m+c}{m_0+c}, \quad K = (1-\xi)^n$$

$$\theta = \frac{K_0 p_1}{(1-\xi_0)^n (m_0+c) \mu l^2} \quad (2.7)$$

3. Для решения задачи (2.5) и (2.6) предлагается следующий интегральный метод. Умножив обе части уравнения (2.5) на  $\xi$ , проинтегрируем результат по  $\xi$  от  $\xi_0$  до 1

$$\int_{\xi_0}^1 M \xi \frac{\partial \beta}{\partial \tau} d\xi = \left[ \xi K \frac{\partial \beta^2}{\partial \xi} \right]_{\xi=\xi_0}^{\xi=1} \quad (3.1)$$

Кроме того, проинтегрируем уравнение (2.5) от 0 до  $\infty$ . Получим

$$M [\beta]_{\tau=0}^{\tau \rightarrow \infty} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \xi K \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \int_0^{\infty} \beta^2 d\tau \right) \right] \quad (3.2)$$

Согласно уравнению (3.1) в любой момент времени уменьшение количества газа за единицу времени во всей области фильтрации равно суммарному расходу газа через ее границы. Согласно уравнению (3.2) в любой замкнутой области изменение количества газа за все время фильтрации равно суммарному количеству газа, вышедшему через границы этой области за то же время.

Уравнения (3.1), (3.2) позволяют указать метод последовательных приближений для решения поставленной задачи.

Решение ищется в виде

$$\beta = \frac{f(\xi)}{g(\tau) + f(\xi)} \quad (3.3)$$

функции  $f(\xi)$  и  $g(\tau)$  подлежат определению. Условия (2.6) примут вид

$$\begin{aligned} \xi = \xi_0, \quad f(\xi_0) = 0; & \quad \xi = 1, \quad f(\xi) \rightarrow \infty \\ \tau = 0, \quad g(\tau) = 0; & \quad \tau \rightarrow \infty, \quad g(\tau) \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.4)$$

Подстановка (3.3) в (3.2) дает

$$-M = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \xi K \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \int_0^{\infty} \frac{f^2(\xi)}{[g(\tau) + f(\xi)]^2} d\tau \right) \right]$$

Двукратное интегрирование по  $\xi$  в неопределенных пределах приводит это уравнение к виду

$$\int_{\xi_0}^{\xi} \frac{1}{\xi K} \left( \int_{\xi_0}^{\xi} M \xi d\xi \right) d\xi + [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0} \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{\xi_0}{\xi K} d\xi \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{g^2(\tau)} = f^2(\xi) \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{[g(\tau) + f(\xi)]^2} \quad (3.5)$$

Подстановка (3.3) в (3.1) дает

$$-g'(\tau) \int_{\xi_0}^1 M \xi \frac{f(\xi)}{[f(\xi) + g(\tau)]^2} d\xi = \xi_0 [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0} \frac{1}{g(\tau)^2} \quad (3.6)$$

Отсюда для времени фильтрации получаем выражение

$$\tau = \frac{g(\tau)}{\xi [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0}} \int_{\xi_0}^1 M \xi f(\xi) \left\{ 1 + \frac{1}{1 + g(\tau)/f(\xi)} - 2 \frac{f(\xi)}{g(\tau)} \ln \left[ 1 + \frac{g(\tau)}{f(\xi)} \right] \right\} d\xi \quad (3.7)$$

Отыскание  $f(\xi)$  и  $g(\tau)$  состоит в следующем: первоначально задается некоторая функция  $f_1(\xi)$  и подставляется в уравнение (3.7), откуда после интегрирования определяется  $g_1(\tau)$ ,  $g_1(\tau)$  подставляется в (3.5), после чего определяется  $f_2(\xi)$ , и т. д.

Поставленная задача будет считаться решенной, если при некотором  $m$  функции  $f_m(\xi)$ ,  $f_{m+1}(\xi)$ ,  $g_m(\tau)$ ,  $g_{m+1}(\tau)$  будут удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{aligned} |f_{m+1}(\xi) - f_m(\xi)| &< \varphi(\xi) \quad \text{при } \xi \in [\xi_0, 1] \\ |g_{m+1}(\tau) - g_m(\tau)| &< \psi(\tau) \quad \text{при } \tau \in [0, \infty] \end{aligned} \quad (3.8)$$

где  $\varphi(\xi)$ ,  $\psi(\tau)$  — некоторые малые по сравнению с  $f_m(\xi)$ ,  $g_m(\tau)$  функции.

Последовательности функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$  при  $m \rightarrow \infty$  либо сходятся к некоторым предельным функциям  $f(\xi)$  и  $g(\tau)$ , либо расходятся, либо имеют некоторую циклическую повторяемость.

В последнем случае каждому  $\xi$  и  $\tau$  внутри их интервалов изменения соответствуют некоторые интервалы изменения функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$ . При этом на плоскостях  $\xi$ ,  $f(\xi)$  и  $\tau$ ,  $g(\tau)$  можно указать области, ограниченные некоторыми кривыми  $F_1(\xi)$ ,  $F_2(\xi)$  и  $G_1(\tau)$ ,  $G_2(\tau)$ , в которых лежат все кривые  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$ , начиная с некоторых кривых  $f_k(\xi)$  и  $g_k(\tau)$ , где  $k$  достаточно велико.

Условия (3.8) будут выполнены при достаточно большом  $m$ , если

$$\begin{aligned} |F_2(\xi) - F_1(\xi)| &< \varphi(\xi) \quad \text{при } \xi \in [\xi_0, 1] \\ |G_2(\tau) - G_1(\tau)| &< \psi(\tau) \quad \text{при } \tau \in [0, \infty] \end{aligned} \quad (3.9)$$

4. При выборе  $f_1(\xi)$  необходимо учитывать следующее.

Во-первых, функция  $f_1(\xi)$  должна быть такой, чтобы несобственные интегралы в уравнениях (3.5), (3.7) не расходились ни на одном из этапов отыскания решения.

Во-вторых, от того, насколько функция  $f_1(\xi)$  отличается от  $f(\xi)$  или  $F_1(\xi)$  и  $F_2(\xi)$ , зависит сколько понадобится приближений, чтобы функции  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$  удовлетворяли условиям (3.8).

Чтобы найти удачное задание функции  $f_1(\xi)$ , было проведено исследование функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$  на концах интервалов их изменения.

Асимптоты функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$  при  $\xi \rightarrow 1$  и  $\tau \rightarrow \infty$  имеют разные аналитические выражения, когда  $n$  [см. (2.4)] находится в интервалах  $[0, 2]$ ,  $[2, 3]$ ,  $[3, \infty]$ .

Сначала проводится исследование асимптотического поведения функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$  для  $n$  в интервале  $[2, 3]$ .

При  $\xi \rightarrow \xi_0$  первое слагаемое в правой части уравнения (3.5) стремится к нулю быстрее, чем второе, а

$$\int_{\xi_0}^{\xi} \frac{\xi_0}{\xi K} d\xi \rightarrow \xi - \xi_0, \quad \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{[g(\tau) - f(\xi)]^2} > \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{g(\tau)^2}$$

так как  $f(\xi) \rightarrow 0$ . Отсюда следует, что

$$f_m(\xi) \rightarrow [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0} (\xi - \xi_0)^{\frac{1}{2}} \quad \text{при } \xi \rightarrow \xi_0 \quad (4.1)$$

При  $g(\tau) \rightarrow \infty$  выражение, стоящее в фигурных скобках уравнения (3.7), стремится к единице, поэтому

$$\tau \rightarrow \frac{g_m(\tau)}{\xi_0 [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0}} N[\xi_0, 1] \quad \text{при } g(\tau) \rightarrow \infty \quad (4.2)$$



Здесь и в дальнейшем

$$N(a, b) = \int_a^b M\xi f_m(\xi) d\xi \quad (4.3)$$

Тогда для правой части уравнения (3.5) при  $\xi \rightarrow 1$  справедлива следующая оценка:

$$f_{m+1}^2(\xi) \int_0^\infty \frac{d\tau}{[g_m(\tau) + f_{m+1}(\xi)]^2} \rightarrow \int_0^\infty \left[ 1 + \frac{\xi_0}{N(\xi_0, 1)} \frac{\tau}{f_{m+1}(\xi)} \right]^{-2} d\tau = \\ = f_{m+1}(\xi) \frac{N(1, \xi_0)}{\xi_0} \quad (4.4)$$

Так как левая часть уравнения (3.5) при  $\xi \rightarrow 1$  стремится к  $(1 - \xi)^{2-n} / (n - 2)$ , то

$$f_{m+1}(\xi) \rightarrow B_{m+1} \frac{1}{(1 - \xi)^{n-2}}$$

Предыдущее справедливо и для  $f_{m-1}(\xi)$ ,  $f_m(\xi)$ ; следовательно,

$$f_m(\xi) \rightarrow B_m \frac{1}{(1 - \xi)^{n-2}}, \quad B_m = \frac{1}{n-2} \frac{\xi_0}{N(1, \xi_0)} \quad \text{при } \xi \rightarrow 1 \quad (4.5)$$

Первый член разложения выражения, стоящего в фигурной скобке уравнения (3.5), есть  $1/3 [g(\tau)/f(\xi)]^2$ , поэтому

$$g_m(\tau) \rightarrow \left[ \frac{3\xi_0}{N(\xi_0, 1)} \right]^{1/3} \tau^{1/3} \quad \text{при } \tau \rightarrow 0 \quad (4.6)$$

Асимптотические поведения функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$  при  $\xi \rightarrow \xi_0$  и  $\tau \rightarrow 0$  не зависят от  $n$  и поэтому при  $n > 3$  выражаются (4.1) и (4.6).

При  $\xi \rightarrow 1$  и  $\tau \rightarrow \infty$  асимптотические поведения функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$ , когда  $2 < n < 3$  и когда  $n > 3$ , различны, так как при  $n > 3$  интеграл  $N(1, \xi_0)$ , определенный (4.3), расходится.

Асимптотическое поведение функций  $f_m(\xi)$  при  $\xi \rightarrow 1$  ищется в виде

$$f_m(\xi) \rightarrow \frac{B_m}{(1 - \xi)^\alpha} \quad (\alpha > 1) \quad (4.7)$$

где  $\alpha$  и  $B_m$  подлежат определению.

Выражение, стоящее в фигурной скобке уравнения (3.5), является функцией только  $g(\tau)/f(\xi)$ . Оно близко к единице на части интервала  $[\xi_0, 1]$ , в которой  $g(\tau)/f(\xi) \gg 1$ , и быстро уменьшается до нуля с уменьшением  $g(\tau)/f(\xi)$  до величин, сравнимых с единицей и меньших ее, так как первый член разложения выражения в фигурных скобках при малых  $g(\tau)/f(\xi)$  по степеням  $g(\tau)/f(\xi)$  есть  $1/3 [g(\tau)/f(\xi)]^2$ .

Поэтому для интеграла в правой части (3.5) при  $\xi \rightarrow 1$  справедлива следующая оценка:

$$\int_{\xi_0}^1 M\xi f_m(\xi) \left\{ 1 + \frac{1}{1 + g_m(\tau)/f_m(\xi)} - 2 \frac{f_m(\xi)}{g_m(\tau)} \ln \left[ 1 + \frac{g_m(\tau)}{f_m(\xi)} \right] \right\} d\xi \approx N(\xi_0, \xi_k) \quad (4.8)$$

Здесь  $\xi_*$  — точка, в которой  $f_m(\xi) = \gamma g_m(\tau)$ , причем  $\gamma$  — коэффициент порядка единицы, функция  $N[\xi_0, \xi_*]$  определена (4.3).

Разобьем интервал  $[\xi_0, \xi_*]$  на два:  $[\xi_0, \xi_1]$  и  $[\xi_1, \xi_*]$ , где  $\xi_1$  — точка, в которой  $M\xi$  достаточно близко к единице. Тогда

$$N(\xi_0, \xi_*) = N(\xi_0, \xi_1) + N(\xi_1, \xi_*) \approx A + \int_{\xi_1}^{\xi_*} f_m(\xi) d\xi \quad (4.9)$$

Подстановка (4.7) и (4.9) в (4.8) дает

$$\int_{\xi_0}^1 M \xi f_m(\xi) \left\{ 1 + \frac{1}{1 + g_m(\tau)/f_m(\xi)} - 2 \frac{f_m(\xi)}{g_m(\tau)} \ln \left[ 1 + \frac{g_m(\tau)}{f_m(\xi)} \right] \right\} d\xi \approx$$

$$\approx N(\xi_0, \xi_1) + B_m \int_{\xi_1}^{\xi_*} \frac{1}{(1-\xi)^\alpha} d\xi = D + D_m g_m(\tau)^{1-1/\alpha} \quad (4.10)$$

где

$$D = N(\xi_0, \xi_1) - \frac{B_m}{1-\alpha} \frac{1}{(1-\xi)^{\alpha-1}}, \quad D_m = \frac{1}{\alpha-1} B_m \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha-1}{\alpha} \quad (4.11)$$

Из (3.7) и (4.11) следует, что

$$\tau \rightarrow \frac{D_m}{\xi_0 [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0}} g_m(\tau)^{2-1/\alpha} \quad \text{при } g_m(\tau) \rightarrow \infty \quad (4.12)$$

Далее исследуется поведение  $f_m(\xi)$  при  $\xi \rightarrow 1$

$$\int_0^\infty \frac{d\tau}{[1 + g_m(\tau)/f_m(\xi)]^2} \approx \int_0^{\tau_*} d\tau = H f_{m+1}(\xi)^{2-1/\alpha} \quad (4.13)$$

где  $\tau_*$  — время, когда  $g_m(\tau) = \lambda f_{m+1}(\xi)$  ( $\lambda$  — величина порядка единицы)

$$H = D_m \frac{1}{\xi_0 [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0}} \gamma^{2-1/\alpha}$$

Так как левая часть уравнения (3.5) при  $\xi \rightarrow 1$  растет как  $1/(n-2)(1-\xi)^{n-2}$ , то уравнение для определения асимптотического поведения  $f_{m+1}(\xi)$  при  $\xi \rightarrow 1$  имеет вид

$$\frac{1}{n-2} \frac{1}{(1-\xi)^{n-2}} = H f_{m+1}^{2-1/\alpha} \quad (4.14)$$

Отсюда

$$f_{m+1}(\xi) \rightarrow \frac{1}{[(n-2)H]^\delta} \frac{1}{(1-\xi)^\alpha} \quad \left( \delta = \frac{1}{2-1/\alpha}, \quad \alpha = \frac{n-2}{2-1/\alpha} \right) \quad (4.15)$$

Одинаковое асимптотическое поведения  $f_m(\xi)$  и  $f_{m-1}(\xi)$  при  $\xi \rightarrow 1$  возможно только при  $\alpha = (n-1)/2$ .

После замены  $\alpha$  через  $n$  выражения (4.12) и (4.15) преобразуются к виду

$$\tau \rightarrow \frac{D_m}{\xi_0 [f'(\xi)]_{\xi=\xi_0}} g_m(\tau)^{2(n-2)/(n-1)} \quad \text{при } g_m(\tau) \rightarrow \infty$$

$$f_m(\xi) \rightarrow [(\alpha-2)H]^{2 \frac{n-2}{n-1}} \left( \frac{1}{1-\xi} \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{при } \xi \rightarrow 1 \quad (4.16)$$

Приводим сводку исследования функций  $f_m(\xi)$  и  $g_m(\tau)$

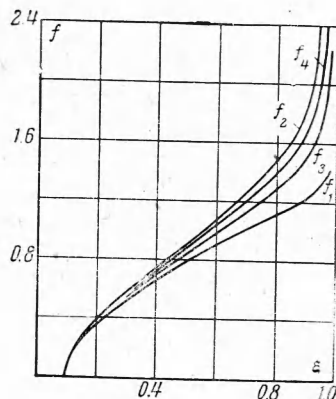
$2 < n < 3,$	$n > 3$	
$f(\xi) \approx (\xi - \xi_0)^{\frac{1}{2}},$	$f(\xi) \approx (\xi - \xi_0)^{\frac{1}{2}}$	при $\xi \rightarrow \xi_0$
$f(\xi) \approx \left( \frac{1}{1-\xi} \right)^{n-2},$	$f(\xi) \approx \left( \frac{1}{1-\xi} \right)^{\frac{n-1}{2}}$	при $\xi \rightarrow 1$
$g(\tau) \approx \tau^{\frac{1}{3}},$	$g(\tau) \approx \tau^{\frac{1}{3}}$	при $\tau \rightarrow 0$
$g(\tau) \approx \tau,$	$g(\tau) \approx \tau^{\frac{1}{2} \frac{n-1}{n-2}}$	при $\tau \rightarrow 0$

5. Исследования поведения функции  $f_m(\xi)$  при  $\xi \rightarrow 1$  показывают, что давление газа на границе газопроницаемости остается неизменным в течение всего периода фильтрации ( $f_1(1) = \infty$ ) при любом  $n > 2$ , но производная  $\partial p / \partial x$  при  $2 < n < 3$  бесконечна, а при  $n > 3$  равна нулю. При  $n < 2$  нельзя считать, что  $f(\xi)$  меняется в бесконечных пределах, что является следствием отсутствия постоянства давления газа на границе газопроницаемости во время фильтрации газа.

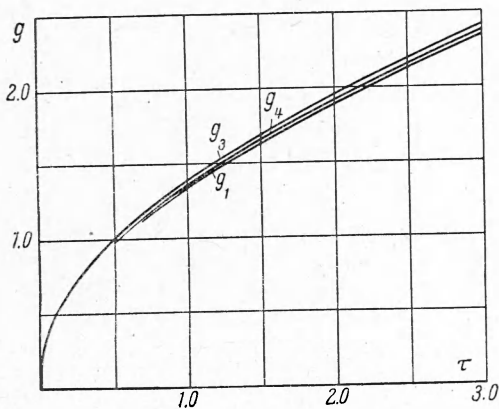
Ранее было указано, что зависимость коэффициента проницаемости от  $\xi$  в окрестности скважины близка к зависимости (2.4). Так как дается в работе метод построения решения для  $n > 2$ , то при проведении расчетов было положено  $n = 2.2$ . В качестве первого приближения задавалась  $f_1(\xi)$ , график которой представлен на фиг. 2. Поведение  $f_1(\xi)$  на концах задано в соответствии с таблицей. Из (4.5) видно, что стремление  $f_m(\xi)$  с ростом  $m$  к некоторой предельной функции будет двусторонним, так как увеличение  $f_m(\xi)$  ведет к уменьшению  $B_{m+1}$  и наоборот. Поэтому после получения  $f_2(\xi)$  следующим приближением была взята функция  $f_3(\xi)$  как среднее геометрическое

$$f_3(\xi) = \sqrt{f_1(\xi) f_2(\xi)} \tag{5.1}$$

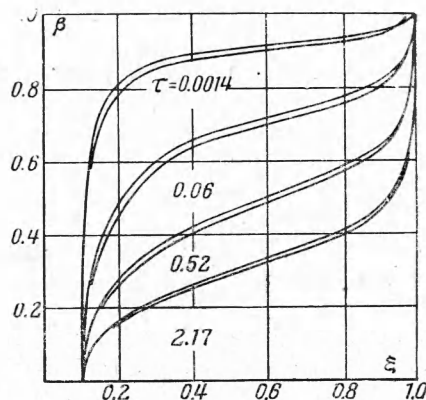
После этого аналогично были получены  $g_3(\tau)$ ,  $f_4(\xi)$  и  $g_4(\tau)$ . Функции  $f_1(\xi)$ ,  $f_2(\xi)$ ,  $f_3(\xi)$ ,  $f_4(\xi)$  приведены на фиг. 2, функции  $g_1(\tau)$ ,



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

$g_3(\tau)$ ,  $g_4(\tau)$  — на фиг. 3. На фиг. 4 приведены кривые  $\beta(\xi, \tau)$ , полученные по третьему и четвертому приближениям  $g_m(\tau)$  и  $f_m(\xi)$ .

На герметизацию пробуренной в угольном пласте скважины уходит около 2 часов. Оценим количество газа, вытекающего из скважины за это время.

При выбранных нами в разделе 1 значениях коэффициентов  $b$  и  $a$  величина  $c = 0.8$ . Осредненное давление газа  $p_1$  в зоне фильтрации положим равным 30 ат. Если принять, что на стенке скважины  $K^\circ$  равен  $0.5 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2$ , а вязкость метана  $\mu = 0.011$  сантипуаза, то при этих значениях параметров  $\phi = 0.6 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$  и  $\tau = 0.06$ . На фиг. 4 приведена

<sup>1</sup> Значение  $K^\circ$  на стенке скважины взято из работы [7].



безразмерная кривая распределения давления газа в зоне фильтрации при  $\tau = 0.06$ .

Количество газа, вытекшего за это время из скважины, составляет около 25% от общего количества газа, находившегося в зоне дренирования до начала фильтрации газа. Отсюда следует, что давление газа, уступающее в герметизированной скважине, ниже давления газа в нетронутым угольном пласте.

6. Так как интегральный метод, предложенный в статье для решения поставленной задачи, является новым, встал вопрос о проверке его путем сравнения решения, полученного данным методом, с точным решением одной из задач теории фильтрации.

Для такой проверки была выбрана задача о притоке упругой жидкости к прямолинейной галерее [8].

Интегральный метод не позволяет решить задачу о фильтрации жидкости из бесконечной области фильтрации, поэтому было найдено решение об истечении упругой жидкости в прямолинейную галерею из конечной области фильтрации и проведено сравнение его с точным решением задачи об истечении жидкости из бесконечной зоны фильтрации для значений времени, при которых давление газа на непроницаемой стенке остается неизменным.

Кроме того, давление жидкости считалось равным нулю, что не умаляет общности задачи.

Точное решение дается следующей формулой:

$$\frac{p}{p_0} = \operatorname{erf}(\xi), \quad \xi = \frac{x}{2\sqrt{xt}}, \quad \operatorname{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-u^2} du$$

Здесь  $p$  — давление жидкости,  $p_0$  — первоначальное давление жидкости в зоне фильтрации.

Решение интегральным методом ищется в виде

$$\frac{p}{p_0} = \operatorname{erf}(\xi), \quad \xi = \frac{f(x)}{g(\tau)}$$

функции  $f(x)$  и  $g(t)$  подлежат определению.

Значения давления газа для  $\tau = 0.02, 0.1, 1.0, 6.0$ , вычисленные по формуле точного решения, и значения, найденные интегральным методом, заметно различаются только при  $\tau = 6.0$  вблизи непроницаемой стенки, что является следствием наличия этой стенки.

Автор глубоко благодарен С. А. Христиановичу, предложившему данную задачу, а также Е. И. Шемякину и С. В. Кузнецову, высказавшим ряд замечаний при обсуждении данной статьи, и А. М. Балашовой, проводившей численные расчеты.

Поступила 19 X 1961

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов С. В. Распределение давления газа впереди движущегося забоя. ПМТФ, 1961, № 3.
2. Кузнецов С. В. Об одной модели пористого грунта (геометрические параметры и коэффициент фильтрации грунта). ПМТФ, 1961, № 1.
3. Ильюшин А. А. Вопросы теории течения пластического вещества по поверхностям. ПММ, 1954, т. XVIII, вып. 3.
4. Желтов Ю. П., Христианович С. А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 5.
5. Скочинский А. А. и др., Метан в угольных пластах. Углетехиздат, 1958.
6. Полубаринова-Кочина П. Я. О неустановившейся фильтрации газа в угольном пласте. ПММ, 1953, т. XVII, вып. 6.
7. Бобров И. В. Проведение подготовительных выработок на пластах, опасных по выбросам угля и газа. МакНИИ, 1959.
8. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостехиздат, 1956.