

где $\Omega = \{-\infty < \psi < 0, 0 < y < h\}$ — образ $(D_2 \setminus D_3)$. Условия (3.4) — (3.6) переходят в следующие:

$$\omega|_{\psi=0} = \bar{v}, \quad \omega|_{y=0} = \omega_0(\psi), \quad \lim_{\psi \rightarrow -\infty} \omega = v_\infty^2,$$

$$v_\infty' = -\lambda, \quad v_\infty(0) = v_2(-\infty), \quad \omega_0\left(\int_x^0 v_2(\tau) d\tau\right) = v_2^2(x).$$

Член $2\lambda\sqrt{\omega}$ уравнения (5.2) при дифференцировании дает неограниченную в Ω функцию, но, поскольку $\lambda > 0$, доказательство существования решения задачи (1.2), (3.4) — (3.6) не требует существенных изменений по сравнению со случаем $\lambda = 0$ [7, 8].

З а м е ч а н и е 5.1. Течение в скважине можно также моделировать течением Пуазейля.

З а м е ч а н и е 5.2. Задачи, аналогичные задачам пп. 2, 3, нетрудно сформулировать также для различных моделей неоднородной жидкости [10, 11].

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. — М.: Наука, 1977.
2. Ширко И.В. Численное исследование течений в гранулированных средах // Численное моделирование в аэрогидродинамике. — М.: Наука, 1986.
3. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917 — 1967). — М.: Наука, 1969.
4. Воеводин А.Ф., Шугрин С.М. Численные методы расчета одномерных систем. — Новосибирск: Наука, 1981.
5. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Основы фильтрации воды. — М.: Мир, 1971.
6. Beavers C.S., Joseph D.D. Boundary conditions at a naturally permeable wall // J. Fluid Mech. — 1967. — V. 30, pt 1.
7. Олейник О.А. О системе уравнений теории пограничного слоя // ВММФ. — 1963. — Т. 3, № 3.
8. Сулов А.Н. О системе уравнений магнитогидродинамического пограничного слоя // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. — 1974. — № 2.
9. Хуснутдинова Н.В. Тепловой пограничный слой на пластине // ДАН СССР. — 1985. — Т. 285, № 3.
10. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. — Новосибирск: Наука, 1983.
11. Монахов В.Н. Математическая модель фильтрации неоднородной жидкости // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики. — 1989. — Вып. 90.

г. Новосибирск

Поступила 18 /VIII 1993 г.,
в окончательном варианте — 18/II 1994 г.

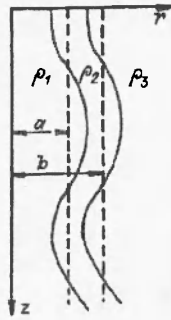
УДК 532.5.522

О.И. Мелихов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ДЛИНЫ РАСПАДА СТРУИ РАСПЛАВА В ВОДЕ

Распад струи высокотемпературного расплава в воде — один из основных механизмов образования грубодисперсной смеси вода—пар—расплав в ходе развития гипотетической тяжелой аварии на АЭС с плавлением активной зоны. При определенных условиях в такой смеси может реализоваться взрывное взаимодействие расплава с водой с потенциально негативными

© О.И. Мелихов, 1995



последствиями для корпуса реактора [1, 2]. Темп распада струи расплава во многом определяет характеристики формирующейся смеси и ее способность детонировать.

В [3] был визуализирован процесс распада струи расплава в воде и показано, что потеря гидродинамической устойчивости течения струи является возможным механизмом ее распада. Там же было отмечено, что низкая плотность пленки пара, образующейся около поверхности высокотемпературной струи, может лимитировать скорость распада. В [4] в рамках плоской постановки и в приближении идеальной жидкости выполнен линейный анализ устойчивости струи расплава в воде. В [4] сделан вывод, что перемешивание существенной доли расплава с водой затруднено из-за экранирующего действия толстой паровой пленки, разделяющей расплав и воду.

В данной работе выполнено обобщение [4] на случай цилиндрической геометрии, причем в отличие от [4] сделана более реалистическая оценка толщины паровой пленки. Приведено сравнение полученных расчетных результатов с экспериментальными данными по распаду струи жидкого алюминия в воде.

1. Будем рассматривать в качестве основного невозмущенного состояния течение цилиндрической струи расплава с постоянной скоростью U_1 , направленной вдоль оси z (см. рисунок). Цилиндрическая пленка пара с внутренним радиусом a и внешним b отделяет струю от неограниченного объема воды. Пар и вода движутся с постоянными скоростями U_2 и U_3 , параллельными U_1 . Плотности расплава, пара и воды ρ_1, ρ_2 и ρ_3 . Здесь и далее нижние индексы 1, 2, 3 относятся к расплаву, пару и воде соответственно. Все среды будем считать идеальными жидкостями.

Предположим, что малые гармонические осесимметричные возмущения накладываются на границы раздела расплав—пар r_{12} и пар—вода r_{23} :

$$r_{12} = a + \eta_0 \exp(ikz - i\omega t), \quad r_{23} = b + \xi_0 \exp(ikz - i\omega t).$$

Здесь η_0 и ξ_0 — неизвестные константы; k и ω — волновое число и круговая частота наложенных возмущений; z — осевая координата; t — время. Возникающие малые возмущения скорости выразим через потенциал скорости:

$$u = \partial\varphi/\partial z, \quad v = \partial\varphi/\partial r$$

(φ — потенциал скорости, u и v — возмущения осевой и радиальной компонент скорости, r — радиальная координата). Потенциал скорости удовлетворяет уравнению Лапласа

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_j}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial z^2} = 0 \quad (j = 1, 2, 3).$$

Будем искать решение уравнения (1.1) в виде

$$(1.2) \quad \varphi_j = f_j(r) \exp(ikz - i\omega t) \quad (j = 1, 2, 3).$$

Подставив (1.2) в (1.1), получим

$$(1.3) \quad f_j'' + f_j'/r - k^2 f_j = 0 \quad (j=1, 2, 3).$$

Конечные решения уравнения (1.3) для областей, занимаемых расплавом, паром и водой, имеют вид

$$f_1 = A_1 I_0(kr), \quad f_3 = A_3 K_0(kr), \\ f_2 = A_2 I_0(kr) + B_2 K_0(kr),$$

где I_0 и K_0 — функции Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента; A_1, A_2, A_3, B_2 — неизвестные константы.

Для возмущенного течения давление находится из линейризованного интеграла Лагранжа — Коши

$$P_j = -\rho_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial t} - \rho_j U_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} + P_j^0 \quad (j = 1, 2, 3)$$

(P_j^0 — давление в случае невозмущенного течения).

2. На границах раздела сред должны выполняться следующие динамические и кинематические условия.

На внутренней и внешней поверхностях паровой пленки разность давлений должна уравниваться поверхностным натяжением

$$(2.1) \quad r=a: P_1 = P_2 + \frac{\sigma_{12}}{a} - \frac{\sigma_{12}}{a^2} \left[\eta + a^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right];$$

$$(2.2) \quad r=b: P_2 = P_3 + \frac{\sigma_{23}}{b} - \frac{\sigma_{23}}{b^2} \left[\xi + b^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right]$$

(σ_{12} и σ_{23} — коэффициенты поверхностного натяжения расплава и воды относительно пара).

К (2.1) и (2.2) необходимо добавить еще четыре кинематических условия:

$$(2.3) \quad r=a: v_j = \frac{\partial \eta}{\partial t} + U_j \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (j=1, 2);$$

$$(2.4) \quad r=b: v_k = \frac{\partial \xi}{\partial t} + U_k \frac{\partial \xi}{\partial z} \quad (k=2, 3).$$

Подставляя найденные решения в условия (2.1) — (2.4), получим линейную однородную систему относительно констант $A_1, A_2, A_3, B_2, \eta_0, \xi_0$:

$$\begin{aligned} & -\varphi_1(\omega - kU_1)I_0(a)A_1 + \varphi_2(\omega - kU_2)K_0(a)B_2 + \\ & + \varphi_2(\omega - kU_2)I_0(a)A_2 + \sigma_{12}(k^2 - a^{-2})\eta_0 = 0, \\ & -\varphi_2(\omega - kU_2)I_0(b)A_2 + \varphi_2(\omega - kU_2)K_0(b)B_2 + \\ & + \varphi_3(\omega - kU_3)K_0(b)A_3 + \sigma_{23}(k^2 - b^{-2})\xi_0 = 0, \\ & kI_0'(a)A_1 + i(\omega - kU_1)\eta_0 = 0, \\ & kI_0'(a)A_2 + kK_0'(a)B_2 + i(\omega - kU_2)\eta_0 = 0, \\ & kI_0'(b)A_2 + kK_0'(b)B_2 + i(\omega - kU_2)\xi_0 = 0, \\ & kK_0'(b)A_3 + i(\omega - kU_3)\xi_0 = 0. \end{aligned}$$

Дифференцирование функций Бесселя производится по полному аргументу; здесь и ниже волновое число k в аргументах функций Бесселя для краткости опускается.

Данная система имеет нетривиальное решение только при нулевом детерминанте. Это условие приводит к дисперсионному уравнению

$$(2.5) \quad [I_{01}(a)\rho_1(\omega - kU_1)^2 - \sigma_{12}k(k^2 - a^{-2})] \{K_{01}(b) [H_1(a) + H_0(b)] \rho_2(\omega - kU_2)^2 + [K_{01}(b)\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k(k^2 - b^{-2})] [H_1(b) - H_1(a)]\} + K_{01}(a)\rho_2(\omega - kU_2)^2 \{K_{01}(b) [H_0(b) - H_0(a)] \rho_2(\omega - kU_2)^2 + [K_{01}(b)\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k(k^2 - b^{-2})] [H_0(a) + H_1(b)]\} = 0,$$

где $I_{01}(x) = I_0(x)/I_1(x)$; $K_{01}(x) = K_0(x)/K_1(x)$; $H_0(x) = I_0(x)/K_0(x)$; $H_1(x) = I_1(x)/K_1(x)$; $I_1(x)$ и $K_1(x)$ — функции Бесселя первого порядка мнимого аргумента.

Отметим близкие по постановке работы [5, 6], в которых получены похожие дисперсионные уравнения.

3. Поскольку в общем виде дисперсионное уравнение (2.5) весьма громоздко, то предварительно рассмотрим ряд предельных случаев, в каждом из которых оно существенно упрощается.

Переход к плоской постановке. Устремим радиус струи к бесконечности ($ka \rightarrow \infty, kb \rightarrow \infty$). При этом становятся справедливыми асимптотические представления функций Бесселя:

$$(3.1) \quad x \rightarrow \infty: I_0(x) \approx I_1(x) \approx \exp(x)/\sqrt{2\pi x};$$

$$(3.2) \quad x \rightarrow \infty: K_0(x) \sim K_1(x) \approx \exp(-x)/\sqrt{2\pi x}.$$

С учетом (3.1), (3.2) уравнение (2.5) примет вид

$$(3.3) \quad \text{th}(k\delta)\rho_2(\omega - kU_2)^2 [\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k^3] [\rho_1(\omega - kU_1)^2 - \sigma_{12}k^2] + \\ + \rho_2^2(\omega - kU_2)^4 \text{th}(k\delta) + \rho_2(\omega - kU_2)^2 [\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k^3] = \\ = 0 \quad (\delta = b - a).$$

Уравнение (3.3) совпадает с дисперсионным уравнением для плоского случая, полученным в [4].

Тождественность свойств сред 2 и 3. Пусть среды 2 и 3 неразличимы ($\rho_2 = \rho_3, \sigma_{23} = 0, U_2 = U_3$). Очевидно, что, не уменьшая общности, можно положить $U_2 = U_3 = 0$. Опуская промежуточные выкладки, приведем конечный вид дисперсионного уравнения (2.5):

$$(3.4) \quad (\rho_1 I_{01}(a) + \rho_2 K_{01}(a))\omega^2 - 2kU_1 \rho_1 I_{01}(a)\omega + \\ + \rho_1 k^2 U_1^2 I_{01}(a) - \sigma_{12}k(k^2 - a^{-2}) = 0.$$

Уравнение (3.4) совпадает с дисперсионным уравнением для задачи Рэлея о распаде струи.

Предельно малая толщина паровой пленки. Пусть $b \rightarrow a$. Не ограничивая общность, будем считать, что $U_3 = 0$. Тогда (2.5) примет форму

$$(3.5) \quad I_{01}(a)\rho_1(\omega - kU_1)^2 + K_{01}\rho_3\omega^2 - \sigma_{12}k(k^2 - a^{-2}) = 0.$$

Уравнение (3.5) представляет собой дисперсионное уравнение задачи об устойчивости струи плотностью ρ_1 , текущей со скоростью U_1 в жидкости с плотностью ρ_3 . На границе раздела поверхностное натяжение $\sigma_{\Sigma} = \sigma_{12} + \sigma_{23}$.

Предельно большая толщина паровой пленки. Рассмотрим ситуацию, когда $a \ll b$. Пренебрегая в (2.5) малыми комплексами бесселевых функций, получим

$$(3.6) \quad [I_{01}(a)\rho_1(\omega - kU_1)^2 + K_{01}(a)\rho_2(\omega - kU_2)^2 - \sigma_{12}k(k^2 - \\ - a^{-2})] [I_{01}(b)\rho_2(\omega - kU_2)^2 + K_{01}(b)\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k(k^2 - b^{-2})] = 0.$$

Здесь задача устойчивости рассматриваемой системы сводится к двум независимым задачам. В первой (внутренней) исследуется динамика струи расплава в паровой среде, что соответствует равенству нулю первой квадратной скобки в (3.6). Во второй (внешней) изучается устойчивость струи пара в окружающей его воде (вторая квадратная скобка в (3.6) равна нулю).

Малая плотность пара. Если $\rho_2 \ll \rho_1$ и $\rho_2 \ll \rho_3$, то в (2.5) можно пренебречь членами с ρ_2 . Тогда оно упростится и примет вид

$$(3.7) \quad [I_{01}(a)\rho_1(\omega - kU_1)^2 - \sigma_{12}k(k^2 - a^{-2})] \times \\ \times [K_{01}(b)\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k(k^2 - b^{-2})] = 0,$$

а задача сведется к последовательному анализу устойчивости струи расплава в вакууме и устойчивости «струи» вакуума в воде.

4. Возникающие случайным образом в начальный момент возмущения для неустойчивого режима течения со временем нарастают. Наибольший

интерес представляют самые быстрорастущие возмущения, причем важно знать как скорость их роста, так и их характерный размер. Используя полученные выше дисперсионные уравнения, изучим этот вопрос.

Предварительно, следуя [4], оценим толщину паровой пленки, окружающей струю. Будем считать, что парообразование происходит в основном в области, расположенной перед передним краем погружающейся в воду струи. Тепловой поток от переднего торца струи идет на испарение находящейся перед ним воды:

$$(4.1) \quad \pi a^2 q = m h_{32}.$$

Здесь q — тепловой поток с единицы поверхности струи; m — массовая скорость генерации пара, кг/с; h_{32} — скрытая теплота парообразования воды.

Основной вклад в поток тепла вносит излучение

$$(4.2) \quad q = k_r \sigma_r T_1^4,$$

где k_r — коэффициент излучательной способности расплава; σ_r — постоянная Стефана—Больцмана; T_1 — температура расплава.

Образовавшийся пар движется со скоростью U относительно струи. Запишем баланс массы пара:

$$(4.3) \quad m = \pi [(a + \delta)^2 - a^2] \rho_2 U \quad (U = U_1 - U_2).$$

С учетом (4.1) и (4.2) соотношение (4.3) примет вид

$$(4.4) \quad h_{32} [(a + \delta)^2 - a^2] \rho_2 U = k_r \sigma_r T_1^4 a^2.$$

Относительная скорость пара U определяется из условия равенства силы Архимеда, выталкивающей пар вверх, и силы трения пара о струю расплава и о воду. Это условие для участка паровой пленки высотой Δz запишем как

$$(4.5) \quad (\rho_3 - \rho_2) g \Delta z \pi [(a + \delta)^2 - a^2] = F_{12} + F_{32}.$$

Здесь g — ускорение свободного падения; F_{12} и F_{32} — силы трения, которые являются функциями скорости пара относительно расплава и воды:

$$(4.6) \quad F_{12} = 2\pi a \Delta z c_{12} \frac{\rho_2 (U_1 - U_2)^2}{2},$$

$$F_{32} = 2\pi (a + \delta) \Delta z c_{32} \frac{\rho_2 |U_2| U_2}{2}.$$

В (4.6) принято $U_3 = 0$, т.е. вода, в которую вливается струя расплава, неподвижна. Коэффициенты трения c_{12} , c_{32} являются функциями соответствующих чисел Рейнольдса:

$$c_{12} = \begin{cases} 0,057 \text{Re}_{12}^{-0,25}, & \text{Re} \geq 400, \\ 4 \text{Re}_{12}^{-1}, & \text{Re} < 400, \end{cases}$$

$$\text{Re}_{12} = \rho_2 |U_1 - U_2| \delta / \mu_2$$

(μ_2 — вязкость пара), аналогичная формула используется и для c_{32} .

Подставляя в (4.5) выражения для F_{12} и F_{32} , получим

$$(4.7) \quad (\rho_3 - \rho_2) g [(a + \delta)^2 - a^2] = c_{12} \rho_2 U^2 a + c_{32} \rho_2 |U_1 - U| (U_1 - U) (a + \delta).$$

Система нелинейных уравнений (4.5) и (4.7) определяет δ и U при известной скорости движения струи U_1 .

Полученная система решается численно итерационным методом. Поэтому при дальнейшем анализе будем рассматривать конкретную ситуацию. Воспользуемся недавними результатами экспериментальных исследований распада струи расплавленного алюминия в воде, выполненных в Аргоннов-

Таблица 1

β	x_m	t_m^{-1}	$L/2a$
1	36,47	154,48	3,03
1,001	3,10	5,557	7,16
1,006	1,48	1,703	11,16
1,01	1,38	1,217	14,57
1,1	0,82	0,4278	24,62
2	0,706	0,3507	25,86
4	0,704	0,3475	26,03
∞	0,704	0,3473	26,04

ской национальной лаборатории США [7]. В эксперименте № 11 струя алюминия с температурой $T_1 = 973$ К вливалась со скоростью $U_1 = 5$ м/с в неподвижную воду, находящуюся при атмосферном давлении. Радиус струи $a = 10$ мм, плотность алюминия $\rho_1 = 2700$ кг/м³, коэффициент поверхностного натяжения $\sigma_{12} = 1$ Н/м. Для воды примем следующие значения термодинамических параметров: $\rho_2 = 0,59$ кг/м³, $\rho_3 = 998$ кг/м³, $h_{32} = 2,257$ МДж/кг. Решая численно уравнения (4.5) и (4.7), имеем $U_2 = 1,8$ м/с, $\delta = 0,6 \cdot 10^{-4}$ м.

5. Определим для найденных параметров размер самых быстрорастущих возмущений и темп их роста и на основании этого оценим длину распада струи.

Дисперсионное уравнение (2.5) имеет четыре комплексных попарно сопряженных корня. При $a \ll b$ (приближение толстой пленки) уравнение (2.5) распадается на два квадратных уравнения, относящихся к внутренней и внешней задачам. Каждое из этих уравнений имеет два комплексных корня. Численное исследование показало, что и при конечных значениях толщины паровой пленки все корни можно классифицировать на две группы: два корня и соответствующие им частные решения описывают эволюцию границы раздела расплав—пар и два другие корня определяют поведение границы пар—вода. Корни уравнения (2.5) находились с помощью итераций, причем в качестве начальных приближений использовались внутренние и внешние решения задачи о толстой пленке.

Перейдем к безразмерным переменным, выбрав в качестве характерных масштабов радиус струи a и период капиллярных колебаний $t_x = (\rho_1 a^3 / \sigma_{12})^{1/2}$. Обозначим через x_m безразмерное волновое число наиболее быстрорастущего возмущения ($x_m = k_m a$, k_m — соответствующее размерное волновое число). Пусть t_m — характерное безразмерное время развития наиболее быстрорастущих возмущений:

$$t_m = [|\operatorname{Im} \omega_m| t_x]^{-1}$$

(ω_m — комплексная частота этих возмущений).

Для рассмотренного выше конкретного случая, в котором толщина пленки соответствует безразмерному параметру $\beta = b/a = 1,006$, численное решение дисперсионного уравнения (2.5) дало $t_m^{-1} = 1,703$, $x_m = 1,48$.

Эти данные позволяют оценить длину распада струи. Согласно [8], время распада струи по порядку величины

$$t_0 = k_m a t_m t_x,$$

а длина, на которой происходит распад струи,

$$L = U_1 t_0 = U_1 k_m a t_m t_x.$$

Соответствующая безразмерная величина имеет вид

$$(5.1) \quad \frac{L}{2a} = \frac{1}{2} \sqrt{We} x_m t_m \quad (We = \rho_1 U_1^2 a / \sigma_{12})$$

Т а б л и ц а 2

Номер эксперимента	a , см	U_1 , м/с	We	T_1 , К	$L/2a$ (эксперимент)	$L/2a$ (расчет)
9	0,5	2,5	82,5	973	9	7,51
10	1	2,5	165	973	10	7,41

(We — число Вебера).

Подставляя в (5.1) найденные из дисперсионного уравнения значения x_m и t_m , получим $L/2a = 11,16$, что хорошо согласуется с экспериментальным значением $L/2a = 14$. Интересно отметить, что применение асимптотического дисперсионного уравнения (3.5) для малой толщины паровой пленки дает $L/2a = 3,03$. Таким образом, учет паровой пленки, несмотря на ее малую толщину, принципиально важен. Пленка как бы экранирует струю расплава от возмущений, идущих от воды.

Для выяснения влияния толщины паровой пленки на устойчивость расплава в воде была проведена серия расчетов с различными β , результаты которых приведены в табл. 1, откуда следует, что наличие даже тонкой паровой пленки существенно стабилизирует струю расплава, и уже при 10%-й толщине пленки влияние воды на динамику струи прекращается, и можно пользоваться приближением толстой пленки. Кстати, рассмотренный выше случай предельно малой плотности пара (3.7), когда струя фактически граничит с вакуумом, дает значение безразмерной длины распада струи $L/2a = 26,10$.

Значение толщины пленки в упоминавшемся эксперименте лежит в переходной области, где зависимость длины распада струи от толщины пленки существенна. Поэтому здесь важна надежная оценка толщины пленки. Оценка, выполненная в настоящей работе, привела к хорошему согласию с экспериментом. Оценка же, приведенная в [4], существенно завысила толщину пленки и как следствие вызвала значительное расхождение с экспериментом.

В [7] представлена информация о еще двух выполненных экспериментах по определению длины распада струи жидкого алюминия в воде (эксперименты № 9 и 10). Результаты расчетов этих экспериментов приведены в табл. 2.

Сопоставление нашего исследования с работой [4], где аналогичная задача изучалась в плоской постановке, показало, что для приведенных выше параметров струи анализ устойчивости в рамках плоской постановки ведет к заведомо ошибочным результатам при $a < 5$ см. Плоская постановка становится применимой для струй с радиусом $a > 50$ см.

Таким образом, сравнение с результатами эксперимента позволяет сделать вывод, что предложенная модель распада струи расплава в воде, основанная на анализе ее гидродинамической устойчивости, достаточно адекватно описывает процесс, и ее можно использовать для оценок параметров смеси расплава и воды при рассмотрении последствий аварий на АЭС с плавлением активной зоны.

Автор выражает благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований, который финансировал выполнение данной работы по проекту 93—02—15995.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gronenberg A.W., Benz R. Vapor explosion phenomena with respect to nuclear reactor safety assessment // Adv. Nucl. Sci. Technol. — 1980. — V. 12.
2. Степанов Е.В. Физические аспекты явления парового взрыва. — М., 1991. — (Препр./ИАЭ; № 5440/3).
3. Theofanous T.G., Saito M. An assessment of class-9 (core-melt) accidents for PWR dry-containment systems. — S.I., 1981. — (Rept/Purdue Univ.; PNE—81—148).
4. Epstein M., Fauske H.K. Steam film instability and the mixing of core-melt jets and water // Proc. National Heat Transfer Conf., Denver, 1985.

5. Бородин В.А., Дяткин Ю.Ф., Ягодкин В.И. Устойчивость и распад цилиндрической пленки жидкости в газовой среде // ПМТФ. — 1966. — № 1.
6. Шутов А.А. Неустойчивость составной струи капельной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1985. — № 4.
7. Gabor J.D., Purviance R.T., Cassulo J.C., Spencer B.W. Molten aluminum alloy fuel fragmentation experiments // Proc. 5th Intern. Meeting on Reactor Thermal Hydraulics, Salt Lake City, 1992.
8. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. — М.: Физматгиз, 1959.

г. Электрогорск

Поступила 8/XII 1993 г.

УДК 536.24.01

А.Я. Кузин

РЕГУЛЯРИЗОВАННОЕ ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Методы обратных задач теплопроводности (ОЗТ) широко используются для решения задач диагностики и идентификации процессов теплообмена по результатам экспериментов [1—4]. И если методы решения одномерных ОЗТ в настоящее время изучены достаточно полно, то методы решения двумерных и трехмерных нелинейных ОЗТ нуждаются в развитии. Имеющиеся в литературе работы посвящены в основном решению линейных двумерных граничных ОЗТ. Известные результаты в этом направлении получены в работах О.М. Алифанова с сотрудниками, в которых развивается метод итерационной регуляризации. В [1] даны постановки двумерных и трехмерных ОЗТ и предложен метод итерационного решения линейной двумерной обратной задачи в экстремальной постановке для тел в виде плоской пластины, который допускает обобщение на тела другой формы. В [5, 6] рассматриваются методика и алгоритм итерационного решения линейной двумерной ОЗТ при разностной аппроксимации краевой задачи теплопроводности в случае полого кругового цилиндра и медной цилиндрической оболочки и представлены результаты методического исследования данного алгоритма. В [7] этот подход развивается применительно к интегральной форме двумерной задачи с постоянными теплофизическими коэффициентами. Существенный скачок в развитии метода итерационной регуляризации сделан в работе [8], где на основе этого метода представлен алгоритм решения трехмерной граничной обратной задачи для многослойного полого сферического сегмента. К сожалению, в [8] отсутствует численная апробация предложенного алгоритма.

Наибольшие трудности при реализации метода итерационной регуляризации связаны с вычислением градиента минимизируемого функционала. Эта процедура требует большого искусства от исполнителя и для сложных математических моделей может оказаться трудно разрешимой задачей. В данном случае для решения обратной задачи полезными могут оказаться регуляризирующие численные методы. В [9] предложен регуляризирующий (по Тихонову) алгоритм (РА) для численного решения нелинейной одномерной обратной задачи теплопроводности. В дальнейшем в [10—13] этот алгоритм был развит и применен для решения конкретных обратных задач механики реагирующих сред.

В настоящей работе одномерный РА обобщен на двумерный случай. Исследовано влияние перетекания тепла на точность определения температуры и плотности теплового потока методами обратных задач. Показано влияние погрешности в исходных данных на решение обратной задачи.

© А.Я. Кузин, 1995