

**ПАРАМЕТРЫ СТАЦИОНАРНОЙ РАДИАЛЬНО — СИММЕТРИЧНОЙ
СТРУИ ПАРОВ, НАГРЕВАЕМЫХ ИЗЛУЧЕНИЕМ ОКГ***Т. Б. Малявина, И. В. Немчинов**(Москва)*

Решение [1] задачи о стационарном радиально-симметричном движении паров, нагреваемых монохроматическим излучением, обобщается на случай произвольной (табличной) зависимости коэффициента поглощения и показателя адиабаты от температуры и плотности. Проведенные расчеты термодинамических и оптических свойств паров ряда элементов в широком диапазоне плотностей и температур и упомянутое решение позволили определить параметры стационарной струи паров в широком диапазоне плотностей потока излучения и характерного размера. Приводятся некоторые результаты расчетов для углерода и алюминия.

Характерной особенностью картины распределения параметров в струе паров оказывается наличие у поверхности зоны холодных паров и зоны резкого их разогрева — фронта волны нагрева. Однако при больших плотностях потока излучения протяженность зоны холодных паров невелика.

Произведена грубая оценка интенсивности переизлучения нагретыми парами. Показано, что при характерных размерах слоя паров порядка $0,3 - 1$ см интенсивность переизлучения может быть достаточно высокой, что может несколько изменить картину движения, найденную без учета переизлучения. Указано, что рассмотренное решение может быть обобщено и на случай, когда учитывается перенос энергии излучением сплошного спектра.

При воздействии излучения ОКГ на поверхность твердого тела образуется струя паров. При достаточно большой плотности потока падающего излучения давление на поверхности, а с ним и температура фазового перехода, повышается настолько, что пары становятся слабо ионизованными и поглощают излучение ОКГ при свободно-свободных переходах электронов в поле ионов и нейтральных атомов. В результате пары сильно разогреваются и ионизируются. Поглощение ионизованными парами может быть настолько большим, что до испаряющейся поверхности доходит лишь небольшая часть энергии излучения (происходит «экранировка» этой поверхности), а остальная часть энергии поглощается парами.

Возможность испарить практически любое вещество и (в результате поглощения излучения в парах) догреть его до весьма высоких температур, а также (при разлете паров в вакуум) разогнать его до больших скоростей позволяет осуществить целый ряд физических и газодинамических экспериментов. Поэтому представляет несомненный интерес оценить параметры струи паров.

Картина процесса нагрева и движения паров может быть весьма сложной. В полной мере она может быть описана лишь путем решения нестационарной газодинамической задачи с учетом выделения энергии при поглощении излучения и целого ряда физических процессов. При достаточно большой длительности подвода энергии или при малом размере «пятна», на которое фокусируется падающее излучение, сказываются эффекты бокового растекания паров и задача становится двумерной, а в некоторых случаях и трехмерной.

Вместе с тем для проведения экспериментальных исследований в образовавшейся плазме, а также самого процесса воздействия излуче-

ния желательнее упростить ситуацию. В этом смысле привлекательным является использование стационарного режима нагрева и движения паров, указанного в [1]. В самом деле, пусть излучение падает со всех сторон на поверхность сферы или в некотором конусе (с вершиной в центре сферы), ограничивающим разлет и опирающимся на контур облучаемой «площадки» на поверхности сферы. Пусть лучи заполняют весь конус и направлены к центру сферы по радиусам. Хотя последнее, строго говоря, невозможно, тем не менее если радиус значительно больше, чем минимальный размер, который может быть достигнут при фокусировании пучка лучей, исходящего от линзы, то практически излучение можно считать падающим перпендикулярно поверхности сферы. Естественно, что при такой геометрии движение паров от испаряющейся сферы будет также радиально-симметричным.

По истечении достаточного большого времени, после того как произойдет разогрев паров (довольно сложная картина этого процесса описана в [2,3]), когда толщина слоя паров станет сравнимой с размером r_0 облучаемой сферы, плотность ρ паров начнет падать быстрее, чем в плоском случае. В области многократной ионизации приближенно можно считать, что коэффициент поглощения оптического излучения κ не зависит от температуры T , а изменяется лишь с плотностью (примерно как ρ^β , $\beta \approx 0.5 \div 1$).

Поэтому более быстрое падение плотности приводит к увеличению прозрачности периферийных слоев паров. Поглощение осуществляется главным образом на расстоянии $(r - r_0) \lesssim r_0$, оптическая толщина этой зоны оказывается постоянной. В результате возможно возникновение стационарного режима движения нагреваемых излучением паров в «сопле с прямыми стенками». Переход через скорость звука осуществляется в некотором критическом сечении радиуса r_* (параметры в этом сечении будем отмечать звездочкой).

В [1] решалась задача (определены параметры в критическом сечении, найдено их распределение по расстоянию от испаряющейся поверхности) для случая, когда коэффициент поглощения описывался степенной функцией внутренней энергии e и плотности ρ

$$\kappa = Ke^{-\alpha\rho^\beta} \quad (0.1)$$

а показатель адиабаты γ считался постоянным.

В таком случае движение обладает своеобразной автомодельностью: картина движения может быть описана единственным (для каждого α , β и γ) безразмерным распределением p/p_* , ρ/ρ_* , u/u_* , q/q_* от r/r_* (u — скорость движения, q — плотность потока излучения), а параметры в критическом сечении изменяются степенным образом с изменением r_* и q_* , а следовательно, r_0 и q_0 (q_0 — плотность потока излучения на поверхности сферы при отсутствии экранировки).

Вместе с тем ясно, что (0.1) не может описать истинную зависимость $\kappa(e, \rho)$ во всем диапазоне e и ρ . В самом деле, еще в работе [4] было указано, что в задачах о распространении волны испарения под действием излучения (с учетом экранировки парами) у испаряющейся поверхности всегда есть холодный слой с температурой, близкой к температуре фазового перехода T_v . Но в этом слое при не слишком высоких давлениях паров и соответственно температурах фазового перехода T_v газ будет слабо ионизован. Поэтому здесь коэффициенты поглощения изменяются, грубо говоря, по бoльцмановскому экспоненциальному закону, т. е. резко, существенно нелинейным образом зависят от температуры T и почти не зависят от плотности ρ . Таким образом, может оказаться, что холодный слой у поверхности, где несправедливо (0.1), может иметь

достаточную протяженность, что либо изменит картину распределения параметров по сравнению с приводимой в [1], либо вообще приведет к невозможности стационарного режима. Заметим, что точно также в плоском случае (когда толщина слоя паров еще мала по сравнению с характерным размером r_0) картина движения может заметно отличаться от той, которая дается автомодельным решением [5,6], найденным в предположении (0.4). В таком случае картина движения может быть получена лишь путем численных расчетов нестационарной задачи, подобных [2,3] с привлечением табличных зависимостей $\kappa(e, \rho)$ и $\gamma(e, \rho)$. Вместе с тем и стационарное решение [1] легко обобщается на случай переменного показателя адиабаты γ и произвольной зависимости κ от e и ρ . Это позволяет достаточно просто оценить параметры струи паров в зависимости от плотности падающего потока q_0 и характерного размера r_0 с учетом реального уравнения состояния и реальной зависимости коэффициента поглощения от температуры и плотности.

1. Система уравнений, описывающих процесс движения и нагрева, имеет вид

$$dp + \rho u du = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho u r^{\nu-1} = \rho_* u_* r_*^{\nu-1} = \dot{M} / \zeta(\nu) \quad (1.2)$$

$$\dot{M} (h + 1/2 u^2) + F = \dot{M} (h_* + 1/2 u_*^2) + F_* \quad (1.3)$$

$$dF^-/dr = + F^- \kappa \rho \quad (F^- < 0) \quad (1.4)$$

$$dF^+/dr = - F^+ \kappa \rho \quad (F^+ > 0) \quad (1.5)$$

Здесь $h = e + p/\rho$ — энтальпия, M — расход массы, F — полный поток энергии излучения ($F = F^+ + F^-$), F^- — поток энергии, направленный к поверхности, F^+ — поток излучения, отраженный от волны испарения, соотношения на волне испарения (индекс w) имеют вид

$$\rho_w u_w r_w^{\nu-1} = \dot{M} / \zeta(\nu) \quad (1.6)$$

$$p_0 = p_w + \rho_w u_w^2 \quad (1.7)$$

$$\dot{M} (h_w + 1/2 u_w^2) + F_w = - \dot{M} Q_v \quad (1.8)$$

$$F_w^+ = (K_r)_w F_w^- \quad (1.9)$$

$$\zeta(\nu) = 1, 2\pi, 4\pi \text{ при } \nu = 1, 2, 3 \text{ соответственно}$$

Здесь p_0 — неизвестное давление перед волной (в твердом теле). Q_v — теплота испарения, $(K_r)_w$ — эффективный коэффициент отражения от волны испарения. Он может быть определен лишь в результате теоретического или экспериментального исследования структуры волны.

Поскольку основная часть энергии поглощается в парах, не доходя до волны испарения, то величина F_w^- обычно мала по сравнению с F_* и соответственно мала величина F_w^+ . Поэтому величина $(K_r)_w$ не является очень существенным параметром, и при конкретных, проводимых ниже расчетах, использовались значения, найденные исходя из условия, что при отсутствии экранировки (когда влияние этого параметра небольшое) расчетная величина давления на поверхности твердого тела p_0 близка к экспериментальной [7,8]. В частности, для алюминия принималось $(K_r)_w = 0.72$. При выводе (1.8) учитывается, что перед волной испарения поток излучения $F = 0$, и энтальпия холодного вещества в твердом состоянии приравнивается ($-Q_v$). Используя (1.8) и (1.3), получим, что в критической точке выполняется следующее условие баланса потока излучения и гидродинамического потока:

$$F_* + \dot{M} (h_* + 1/2 u_*^2) = - \dot{M} Q_v \quad (1.10)$$

Поскольку здесь происходит переход через скорость звука, то

$$u_* = c_* = \sqrt{K_* p_* / \rho_*} \quad (1.11)$$

Здесь c — скорость звука, а K — дифференциальный показатель адиабаты

$$K = (d \ln p / d \ln \rho)_{s=\text{const}} \quad (1.12)$$

2. Эффективный показатель адиабаты γ определяется соотношением

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma-1)}, \quad \text{или} \quad h = \frac{p\gamma}{\rho(\gamma-1)} \quad (2.1)$$

Здесь e (или h), а также p считаются известными функциями температуры T и плотности ρ (или удельного объема $v = \rho^{-1}$). Удобнее ввести две другие безразмерные функции C и N по соотношению

$$pv = NR'T, \quad h = CR'T, \quad R' = R/A_w \quad (2.2)$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная, A_w — атомный вес (в неионизованном состоянии).

Естественно, что N , C и γ связаны между собой следующим соотношением:

$$C/N - 1 = (\gamma - 1)^{-1} \quad (2.3)$$

В идеальном одноатомном неионизованном газе имеем

$$N = 1, \quad C = 5/2, \quad \gamma = 5/3$$

В дальнейшем понадобится уравнение состояния в дифференциальной форме. Для этого продифференцируем (2.2) и получим

$$\frac{dh}{h} - A_v \frac{dv}{v} - A_p \frac{dp}{p} = 0 \quad (2.4)$$

где

$$A_p = \left(1 + \frac{\partial \ln C}{\partial \ln T}\right) \left(1 + \frac{\partial \ln N}{\partial \ln T}\right)^{-1} \quad (2.5)$$

$$A_v = A_p \left(1 - \frac{\partial \ln N}{\partial \ln v}\right) + \frac{\partial \ln C}{\partial \ln v} \quad (2.6)$$

Здесь частная производная по v берется при $T = \text{const}$. При адиабатическом движении имеет место следующая связь:

$$de + pdv = 0 \quad \text{или} \quad dh - vdp = 0 \quad (2.7)$$

Из (2.4) и (2.7) получим связь K , γ , A_p и A_v

$$dh/h = (\gamma - 1)\gamma^{-1} dp/p \quad (2.8)$$

$$K = \gamma A_v [1 + (A_p - 1)\gamma]^{-1} \quad (2.9)$$

Термодинамические функции обычно имеют своими аргументами T и v . Однако удобнее проводить газодинамические расчеты (не только в данной задаче), имея таблицы T и γ как функции e и v (или h и v).

Теперь сделаем следующее полезное с практической точки зрения замечание. Если шкала аргументов функции γ или κ , заданной таблицей в точках e_i , v_k , является неравномерной, то затруднен поиск нужной ячейки в таблицах. Нужная ячейка находится последовательным перебором аргументов e_i и v_k и их сравнениями с некоторыми значениями e_0 и v_0 , для которых требуется определить функцию γ или κ . Вместе с тем объем работы существенно (особенно при большом чис-

ле точек в таблице) сокращается, если сделать шкалу таблицы равномерной. Тогда, взяв целую часть от отношения $(e_0 - e_m)/\Delta e$ и $(v_0 - v_m)/\Delta v$, где e_m и v_m — минимальные значения аргументов, Δe и Δv — шаги (постоянные), сразу получим номер i , K искомой ячейки. Что же касается таблиц термодинамических и оптических свойств, то равномерная шкала допустима (без лишних точек в одних областях и их недостатка в других), если в качестве аргументов взять не e и v , а их логарифмы. В этом случае также легко получить выражение для дифференциального показателя адиабаты

$$K = \gamma + \frac{\partial \ln \gamma}{\partial \ln e} - \frac{\partial \ln \gamma}{\partial \ln v} \frac{1}{(\gamma - 1)} \quad (2.10)$$

Здесь частная производная по v берется при $e = \text{const}$. Вводя

$$\chi = Q/h_*, \quad \eta = 1 + (\gamma_* - 1) K_* / 2\gamma_* \quad (2.11)$$

соотношение (1.10) можно переписать в виде

$$Mh_*(\chi + \eta) = -F_* \quad (2.12)$$

3. Безразмерные уравнения получаются из выписанной в п. 1 системы уравнений, если ввести безразмерные переменные (обозначая их теми же буквами и индексом v наверху) по соотношениям

$$p^v = p/p_*, \quad \rho^v = \rho/\rho_*, \quad r^v = r/r_*, \quad F^v = F/F_* \quad (3.1)$$

$$u^v = u/u_*, \quad \kappa^v = \kappa/\kappa_*, \quad (F^+)^v = F^+/F_*, \quad (F^-)^v = -F^-/F_*$$

Поскольку здесь будем пользоваться только безразмерными переменными, то индекс опустим. В результате получим следующую систему:

$$dp + \frac{1}{2} K_* \rho dg = 0, \quad g = u^2 \quad (3.2)$$

$$h + g(\eta - 1) + \chi = F(\eta + \chi) \quad (3.3)$$

$$\rho u S = 1, \quad S = r^{v-1} \quad (3.4)$$

Дифференциальная форма уравнения состояния (2.4) после перехода к безразмерным переменным не изменит своего вида. Из (3.2) — (3.4) и (2.4) можно получить

$$\frac{dS}{S} \left[\frac{dF}{dS} \frac{S}{F} \frac{F}{h} \frac{(\eta + \chi)}{A_v} - 1 \right] = \frac{dg}{2g} \frac{(h - g\varphi)}{h} \quad (3.5)$$

Здесь было введено обозначение

$$\varphi = \frac{\gamma}{K(\gamma - 1)} \frac{K_*(\gamma_* - 1)}{\gamma_*} \quad (3.6)$$

При выводе (3.5) было использовано соотношение (2.9). В звуковой точке имеем

$$p = h = g = F = S = \varphi = 1 \quad (3.7)$$

Для непрерывного перехода через скорость звука необходимо, чтобы звуковая точка была особой. Поэтому имеет место следующее соотношение:

$$dF/dS = A_v^*/(\eta + \chi) \quad (3.8)$$

Легко показать, что оно связывает энерговыделение с работой сил расширения.

Заметим, что выражение (3.5) получено вне зависимости от того, каков механизм переноса энергии (монохроматическим излучением, излучением

сплошного спектра или, скажем, электронной теплопроводностью). Поэтому условие перехода через скорость звука (3.8) также является достаточно общим.

Если же перенос энергии осуществляется лишь монохроматическим излучением, то безразмерные уравнения переноса (1.4) и (1.5) примут вид

$$\frac{dF^-}{dS} = \frac{\kappa F^-}{\lambda(\nu-1)g^{1/2}S^{\omega+1}} \quad (3.9)$$

$$\frac{dF^+}{dS} = -\frac{\kappa F^+}{\lambda(\nu-1)g^{1/2}S^{\omega+1}} \quad (3.10)$$

где $\lambda = l_*/r_*$, $\omega = (\nu-2)/(\nu-1)$ (l — пробег излучения, $l = 1/(\kappa\rho)$, $F^+ > 0$, $F^- > 0$, $F = (F^+ - F^-) > 0$). Отсюда получим следующее условие в критической точке:

$$\lambda(\nu-1) = -(\chi + \eta)(F^+(1) + F^-(1))/A_v^* \quad (3.11)$$

Заметим, что в (3.11) вошла не величина полного потока $F(1) = F^+(1) - F^-(1)$, а сумма $F^+(1) + F^-(1)$ — аналог плотности энергии излучения, так как условие (3.8) и (3.11) есть условие не на поток, а на энерговыделение в критической точке. Это замечание существенно для обобщения рассматриваемого здесь решения на случай сплошного спектра.

4. Разложение в особой точке может быть получено из (3.5), (3.8) — (3.11), а также исходной системы. Вводя (при $|g-1| \ll 1$), как и в [1]

$$F-1 = z(g-1), \quad S-1 = A(F-1) = Az(g-1) \quad (4.1)$$

получим

$$A = (\chi + \eta)/A_v^* \quad (4.2)$$

Из (3.3) и (3.4) следует:

$$\begin{aligned} \rho - 1 &= -(1/2 + Az)(g-1) \\ h - 1 &= [AA_v^*z - (\eta - 1)](g-1) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Вблизи особой точки можно использовать аппроксимацию (0.1), где

$$\alpha = \alpha_* = \left(\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln h} \right)_*, \quad \beta = \beta_* = \left(\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln \rho} \right)_* \quad (4.4)$$

Если κ задано как функция h и ρ , то α и β определяются непосредственно численным дифференцированием таблиц.

Таким образом, вблизи критической точки получим следующее разложение для безразмерного κ :

$$(\kappa - 1) = -\alpha(h-1) + \beta(\rho-1) \quad (4.5)$$

Если же κ задано как функция T и ρ , то

$$\alpha = -\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln T} \left(1 + \frac{\partial \ln C}{\partial \ln T} \right)^{-1}, \quad \beta = \frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln \rho} + \alpha \frac{\partial \ln C}{\partial \ln \rho} \quad (4.6)$$

В результате из (3.5) при учете условия (3.11) получим квадратное уравнение для определения наклона z интегральной кривой

$$a_z z^2 + b_z z + c_z = 0 \quad (4.7)$$

Для простоты ограничимся случаем, когда можно пренебречь изменением φ . Тогда коэффициенты в (4.7) определяются следующим образом

$$a_z = \frac{2}{A_v^*} \left\{ -1 + (\eta + \chi) \left[\alpha + \frac{(\beta + \omega)}{A_v^*} + 1 \right] \right\} \quad (4.8)$$

$$b_z = [-2\alpha(\eta - 1) - (2\eta - 3) + \beta]/A_v^* + 1 \quad (4.9)$$

$$c_z = -\eta/(\eta + \chi) \quad (4.10)$$

Легко видеть, что при $\gamma = K = \text{const}$ получим следующие выражения для a_z , b_z и c_z :

$$a_z = 2[-1 + (\alpha + \beta + \omega + 1)(\eta + \chi)] \quad (4.11)$$

$$b_z = -\alpha(\gamma - 1) + \beta - \gamma + 3 \quad (4.12)$$

$$c_z = -(\gamma + 1)/2(\eta + \chi) \quad (4.13)$$

Заметим, что в [1], где был рассмотрен случай $\gamma = \text{const}$, приведено неправильное выражение для a_z , что впрочем, практически не сказалось на результатах численных расчетов. На ошибку указала Б. М. Просвирнина, которую авторы благодарят.

Задача может быть решена следующим образом. Зададимся значениями температуры T_* и плотности ρ_* в критическом сечении. По термодинамическим таблицам найдем h_* и γ_* , а также K_* , α_* и β_* . По соотношению (1.11) находим скорость движения u_* , а по соотношению (2.11) — η и χ . Зададимся произвольным значением $F^+(1)$, например, $F^+(1) = 0$. Решение серии вариантов удобно начинать с таких параметров T_* и ρ_* , когда практически все излучение поглощается в парах и поэтому действительно $F^+(1) \ll 1$. В дальнейшем постепенно уменьшая T_* , будем каждый раз начинать расчет, используя $F^+(1)$ из предыдущего варианта. Из (3.11) находим размер r_* критического сечения, а по (2.10) — полный размерный поток F_* . Используя (4.7)–(4.10), выходим из особой точки и начинаем численный расчет обыкновенных дифференциальных уравнений, двигаясь к поверхности тела. Непосредственно за волной испарения соблюдается условие фазового равновесия, поэтому температура связана однозначной зависимостью с давлением: $T_w = T_v(p)$. Эту зависимость обычно аппроксимируют следующей аналитической функцией:

$$\lg p = a - b/T \quad (4.14)$$

Для алюминия согласно приведенной обработке данных [9], где зависимость $T_v(p)$ получена вплоть до $p = 100$ бар, имеем $a = 5.351$, $b = 1.223$, если p в бар, а T в эв. После того как получаемая в результате расчета зависимость $T(p)$ пересечет (4.14), по соотношению (1.7) досчитываем давление P_0 перед волной испарения. Соотношения (1.6) и (1.8) выполняются автоматически, так как были учтены в соотношениях в критическом сечении. По соотношению (1.9) получаем F_w^+ . Поскольку $F_*^+ = F_w^+(F_w^-/F_*^-)$, то сразу определяем и величину F_*^+ . Теперь можно вновь начинать расчет до полной сходимости. Обычно требуется довольно небольшое число итераций.

Далее проводим расчет сверхзвуковой зоны, двигаясь от тела до тех пор, пока не перестанет изменяться величина F^+ (и F^-). Обычно это происходит на расстоянии нескольких радиусов критического сечения. Теперь определяем q_0 по F_∞ . В дальнейшем движение можно считать адиабатическим и для определения скорости истечения u_∞ (на бесконечности) использовать соотношение (1.3).

5. Таблицы термодинамических и оптических свойств паров вещества, необходимые для проведения подобного рода расчетов, к сожалению, отсутствуют. Поэтому такие расчеты производились для нескольких веществ.

Степень ионизации вещества определялась по системе уравнений ионизационного равновесия Саха [10] с учетом электронейтральности плазмы, закона сохранения ядер в единице объема (уравнения материального баланса) и снижения потенциала ионизации [10,11]. Решение этой нелинейной алгебраической системы производилось методом, который описан в работе [12]. Величина внутренней энергии e вещества рассчитывалась, как для идеального газа с учетом дебаевской поправки [10,11], энергии электронного возбуждения и затрат энергии на ионизацию. Необходимые для расчета энергии уровней и статистические веса брались из таблиц [12-14]. При расчете давления учитывалось изменение числа частиц вследствие ионизации и дебаевская поправка. Точность расчета термодинамических функций, по-видимому, близка к точности соответствующих расчетов для воздуха [15].

При расчете коэффициентов поглощения учитывались свободно-свободные переходы электронов в поле ионов, а также поглощение благодаря связанно-свободным переходам с высоковозбужденных состояний в предположении о водородоподобности этих состояний (при замене суммирования по уровням, участвующим в поглощении, на интегрирование [16]). Результирующее выражение имеет следующий вид:

$$l = 0.571 \cdot 10^{-2} \varepsilon^{+3} T^{1/2} / \{ [1 - \exp(-\varepsilon/T)] \psi \} \quad (5.1)$$

Здесь l в см, энергия квантов ε и температура T в эв, δ — относительная плотность, α_e — относительная концентрация электронов, а α_i — ионов с зарядовым числом i ($i = 0$ для нейтрального атома)

$$\psi = \alpha_e \left(\sum_i \alpha_i i^2 \right) \exp(\varepsilon/T)$$

$$\delta = \rho v_L = N_n / N_L, \quad \alpha_i = N_i / N_n, \quad \sum_{i=0}^z \alpha_i = 1 \quad (5.2)$$

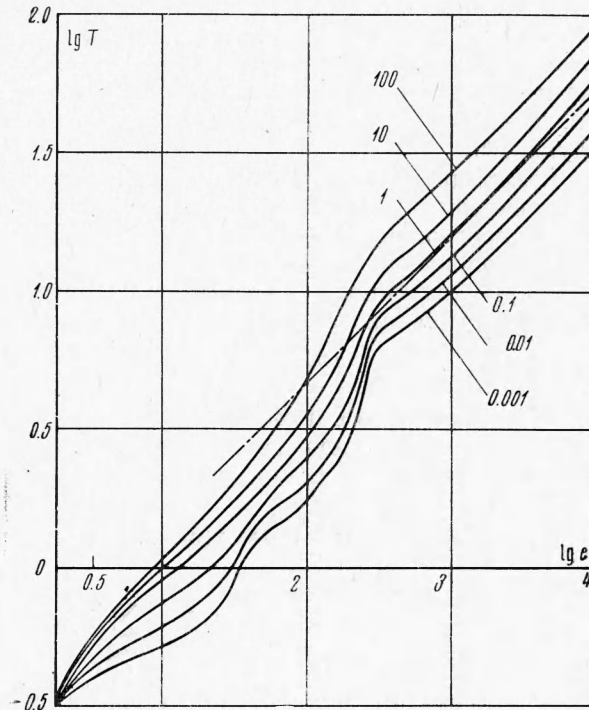
В приведенном выражении N_i — число частиц в единице объема, N_n — число ядер (или «начальное» число частиц «до ионизации») N_L — число Лошмидта. Таким образом, удельный объем v_L (при $\delta = 1$) равен $2.2415 \cdot 10^4 / A_w$ см³/г. Для алюминия $\rho_L = 1/v_L = 1.20 \cdot 10^{-3}$ г/см³.

При низких температурах T и степенях ионизации α_e становятся существенными концентрация нейтральных атомов и свободно-свободные переходы электронов в поле таких атомов. Они были учтены в соответствии с результатами работы [17]. Необходимое при расчетах сечение упругого взаимодействия, к сожалению, для паров металлов неизвестно. Поэтому оно было довольно грубо оценено исходя из «размера атома» по водородоподобному приближению и первому потенциалу ионизации I_1 . Для алюминия оно было принято равным $20.4 \pi a_0^2$, где $\pi a_0^2 = \sigma_B$ — боровское сечение.

Вносимая таким образом в этой области температур погрешность, по-видимому, все же ниже, чем неточность, связанная с другими допущениями, и в первую очередь предположениями об идеальности плазмы, о полном равновесии как фазового перехода, так и степени ионизации, отсутствии диффузии электронов и электронной теплопроводности, а также неучета поглощения в уширенных линиях.

Результаты расчетов примерно для 80 температур (вплоть до $T = 40$ эв) и 12 значений плотности от $\delta = 100$ до $\delta = 3 \cdot 10^{-4}$ были затем переинтерполированы на равномерную шкалу по $\ln(e)$ (тоже на 80 точек) и $\ln(v)$. Приводим результаты расчетов для алюминия.

На фиг. 1 представлена зависимость величины температуры T (эв) от e (кдж/г) и δ (реально при расчетах использовалась вдвое более густая сетка по δ), на фиг. 2 — эффективного показателя адиабаты γ , на фиг. 3 — зависимость массового коэффициента поглощения κ (см²/г) для квантов с энергией $\epsilon = \epsilon_0 = 1.16$ эв. (Пунктиром показаны значения κ на кривой фазового равновесия.) По зависимости, представленной на фиг. 3, может быть оценена величина коэффициента поглощения для квантов других



Фиг. 1

энергий $\epsilon \neq \epsilon_0$ (таких, для которых допустим суммарный учет поглощения с высоковозбужденных состояний, т. е. с энергией $\epsilon = 1 \div 3 T$)

$$\kappa = \kappa_0 (\epsilon_0/\epsilon)^3 [\exp(\epsilon/T) - 1] / [\exp(\epsilon_0/T) - 1] \quad (5.3)$$

Легко видеть, что $\kappa \sim \epsilon^{-2}$ при $\epsilon \ll T$.

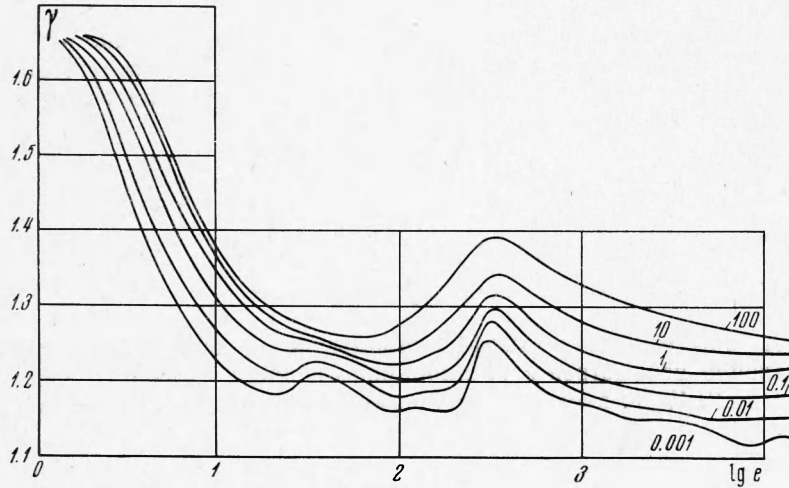
Зависимости для других элементов аналогичны, однако для элементов с меньшим атомным номером Z , например, для B_e и C , носят менее плавный характер и, наоборот, являются более плавными для веществ с большим Z (например, для W и Pb). Соответственно для последних шире диапазон применимости аппроксимации (0.1) и $\gamma = \text{const}$.

6. Грубая аппроксимация табличной зависимости, представленной на фиг. 3, в области многократной ионизации приводит к следующему выражению (если ϵ в эв):

$$\kappa = K\epsilon^{-2}\delta^{0.6}, \quad K = 7.90 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{г}, \quad K = K\rho_L^{-0.6} \quad (6.1)$$

В соответствии с результатами расчетов, представленными на фиг. 2, в качестве типичного значения можно принять $\gamma = 1.20$. Используя (6.1), легко получить приближенные зависимости измерения параметров как в стадии стационарного режима, так и в предшествующей стадии неста-

ционной плоской волны нагрева. Для этого можно воспользоваться автомодельным решением [5,6]. По просьбе авторов В. М. Кроль провел расчеты системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описы-



Фиг. 2

вающих распределение параметров в автомодельном режиме и получил

$$\begin{aligned}
 e_m &= 25q_0^{0.842} t^{0.526} \epsilon_0^{-1.05} \\
 p_0 &= 8.6q_0^{0.579} t^{-0.263} \epsilon_0^{0.526} \\
 u_m &= 9.5q_0^{0.421} t^{0.263} \epsilon_0^{-0.526} \\
 \rho_m &= 0.50 \cdot 10^{-4} q_0^{-0.263} t^{-0.789} \epsilon_0^{1.759} \\
 m_w &= 0.55 \cdot 10^{-4} q_0^{0.158} t^{0.474} \epsilon_0^{1.05}
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$

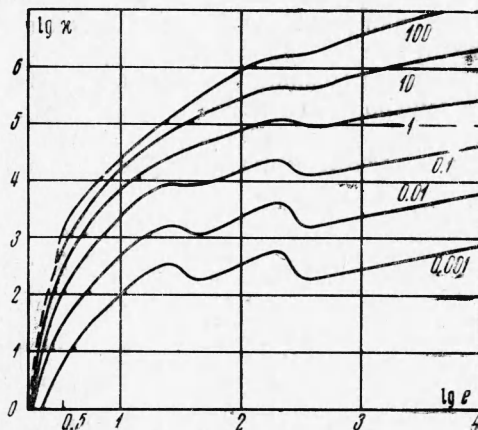
Здесь e_m — величина максимальной внутренней энергии, ρ_m — плотность в той точке, где $e = e_m$. Величина u_m — максимальная скорость паров, m_w — величина испаренной массы, p_0 — давление на испаряющейся поверхности. Проинтегрировав зависимость $p_0(t)$, получаем следующее отношение величины созданного импульса J к величине подведенной энергии E :

$$\begin{aligned}
 J/E &= 12 E^{-0.421} t^{0.158} \epsilon_0^{0.526} = \\
 &= 12 E^{-0.263} q_0^{-0.158} \epsilon_0^{0.526}
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

Здесь и в дальнейшем q_0 в Мвт/см^2 , u в км/сек , t в $\mu\text{сек}$, e в кдж/г , p в бар , ρ в г/см^3 , m в г/см^2 , E в дж , J в $\text{дин}\cdot\text{сек}$.

Аппроксимируя зависимость внутренней энергии от температуры T ($^\circ\text{э}$) и относительной плотности δ , представленную на фиг. 1 следующим образом:

$$e = 5.37 T^{1.90} \delta^{-0.154}
 \tag{6.4}$$



Фиг. 3

(штрих-пунктир на фиг. 1 для $\delta = 1$) получим выражение для максимальной температуры (в эв)

$$T = 1.5 q^{0.442} l^{0.213} \varepsilon_0^{0.410} \quad (6.5)$$

Рассмотрим теперь стационарный режим, используя законы сохранения в критической точке и условие (3.14), которое при отсутствии отражения, при $\gamma = \text{const}$ и без учета затрат тепла на испарение, т.е. при $Q_v = 0$, переходит в $\lambda = l_*/r_* = (\gamma + 1)/4$, получим

$$\begin{aligned} \rho_* &= 1.453 (Kr_*)^{-5/8} \varepsilon_0^{5/4} \\ e_* &= 1.04 q_*^{2/3} (Kr_*)^{5/12} \varepsilon_0^{-5/6} \\ p_* &= 0.303 q_*^{2/3} (Kr_*)^{-5/24} \varepsilon_0^{5/12} \\ u_* &= 0.50 q_*^{1/3} (Kr_*)^{5/24} \varepsilon_0^{-5/12} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Расчет обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих распределение параметров в стационарном режиме, в предположении справедливости (0.1) привел к следующим значениям безразмерных параметров:

$$F_\infty^v = 1.48, e_m^v = 1.15, u_\infty^v = 3.26, p_w^v = 2.29, r_0^v = 0.815$$

Подставляя эти значения и учитывая, что $q_* = 0.448 q_0$ и $r_* = 1.227 r_0$, находим

$$\begin{aligned} e_m &= 26.5 q_0^{0.667} r_0^{0.416} \varepsilon_0^{-0.834} \\ p_0 &= 6.6 q_0^{0.667} r_0^{-0.203} \varepsilon_0^{0.416} \\ J/E &= 6.6 q_0^{-0.333} r_0^{-0.208} \varepsilon_0^{0.416} \\ \rho_* &= 0.63 \cdot 10^{-4} r_0^{-0.625} \varepsilon_0^{1.25} \\ u_\infty &= 7.9 q_0^{0.333} r_0^{0.208} \varepsilon_0^{-0.416} \\ T_m &= 1.8 q_0^{0.351} r_0^{-0.168} \varepsilon_0^{-0.338} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Здесь размер сферы r_0 в см.

Для сравнения приведем аналогичные зависимости для полностью ионизованного газа, для определенности — бериллия ($\alpha_e = Z = 4$, что примерно равно среднему значению α_e для алюминия в рассматриваемом диапазоне температур). Значения характерных безразмерных параметров заимствуем из работ [1, 6]. Константа $K = 0.50 \cdot 10^{14}$ в законе (0.1) если κ в $\text{см}^2/\text{г}$, ρ в $\text{г}/\text{см}^3$, e в $\text{кдж}/\text{г}$. Показатели степени $\alpha = 3/2$, $\beta = 1$. Для плоской нестационарной волны нагрева получим

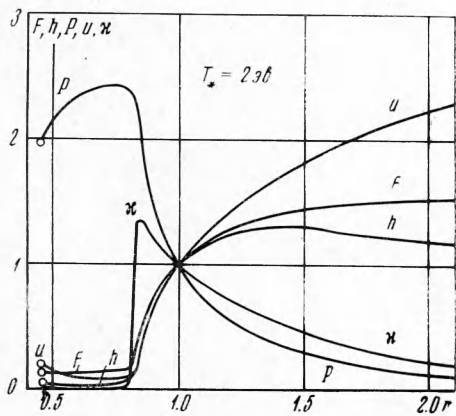
$$\begin{aligned} p_0 = p_w &= 5.6 q_0^{3/4} t^{-1/8} \varepsilon_0^{1/4} \\ \rho_m &= 0.26 \cdot 10^{-5} q_0^{1/4} t^{-3/8} \varepsilon_0^{1/4} \\ e_m &= 105 q_0^{1/2} t^{1/4} \varepsilon_0^{-1/2} \\ m_w &= 0.5 \cdot 10^{-5} q_0^{1/2} t^{3/4} \varepsilon_0^{1/2} \\ u_0 &= 54 q_0^{1/4} t^{1/8} \varepsilon_0^{-1/4} \\ J/E &= 6.3 q_0^{-1/4} t^{-1/8} \varepsilon_0^{1/4} \\ T &= 1.5 q_0^{1/2} t^{1/4} \varepsilon_0^{-1/2} \end{aligned} \quad (6.8)$$

Заметим, что энергия, затрачиваемая на полную ионизацию бериллия, равна $\sim 4 \cdot 10^3$ кдж/г, а такое состояние паров наступает при температуре ~ 50 эв. В квазистационарном режиме радиально-симметрич-

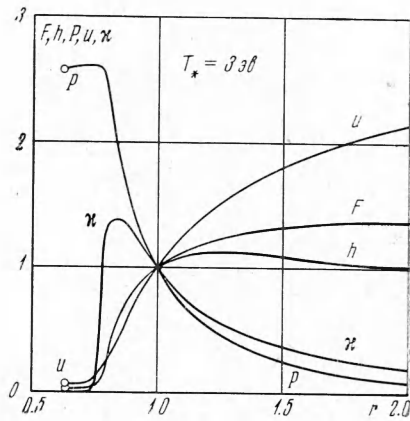
ного движения получим следующие законы изменения параметров:

$$\begin{aligned} \rho_* &= 0.40 \cdot 10^{-5} q_0^{1/3} r_0^{-1/3} \varepsilon_0^{2/3} \\ e_m &= 61 q_0^{4/9} r_0^{2/9} \varepsilon_0^{-4/9} \\ p_0 = p_w &= 4.8 q_0^{7/9} r_0^{-1/9} \varepsilon_0^{2/9} \\ u_0 &= 30 q_0^{2/9} r_0^{1/9} \varepsilon_0^{-2/9} \\ J/E &= 4.8 q_0^{-2/9} r_0^{-1/9} \varepsilon_0^{2/9} \\ T_m &= 0.88 q_0^{4/9} r_0^{2/9} \varepsilon_0^{-4/9} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Как следует из сопоставления зависимостей (6.3) и (6.8), (6.7) и (6.9), в области многократной ионизации имеем более резкую зависимость параметров от плотности q_0 потока падающего излучения и размера сферы r_0 (а в плоском случае — времени t), а также энергии квантов ε , чем в случае полностью ионизованного газа [1,5,6].



Фиг. 4



Фиг. 5

7. Точные численные расчеты задачи о стационарном режиме, в которых использовались зависимости $\kappa(e, \rho)$, $\gamma(e, \rho)$ и $T(e, \rho)$ позволяют уточнить приведенные выше результаты и выяснить степень отклонения от указанных законов подобия типа (6.7) и (6.9) вследствие отличия от закона (0.1) или, в случае алюминия, от (6.1).

Была проведена серия расчетов для ряда веществ при нескольких значениях относительной плотности δ_* в критическом сечении и различных температурах T_* (от 1.75 до 45 эВ). Для алюминия используемые таблицы представлены в графической форме на фиг. 1—3.

Заметим, что в соответствии с (6.1) и условием (3.11) при одной и той же величине δ_* размер r_* (и r_0) должен слабо зависеть от температуры T_* .

Результаты расчета для паров Al при $\delta_* = 0.1$ и трех значениях температуры T_* , а именно 2,3 и 4 эВ, представлены на фиг. 4—6. (Заметим, что, у безразмерных переменных опущен индекс.) Укажем, каким размерным параметрам соответствуют эти варианты. Размер сферы составлял соответственно 0.50, 0.40 и 0.30 см, размер критического сечения 1.0, 0.66 и 0.44 см, скорость звука в критическом сечении равнялась 4.4, 6.2 и 8.1 км/сек, время установления стационарного режима 61, 28 и 17 нсек, скорость истечения паров 15, 20 и 25 км/сек.

Давление p_0 на поверхности 57, 100 и 170 бар, давление p_* в критической точке 19,36 и 59 бар, плотность q_0 потока излучения на сфере без

экранировки 43, 56 и 90 $Mвт/см^2$, плотность q_* потока излучения в критической точке 6, 16 и 31 $Mвт/см^2$.

Обращает на себя внимание наличие довольно протяженной зоны сравнительно холодных паров у поверхности твердого тела. В этой зоне газ слабо ионизован и почти не поглощает излучение, прошедшее сквозь горячий ионизированный слой, экранирующий испаряющуюся поверхность.

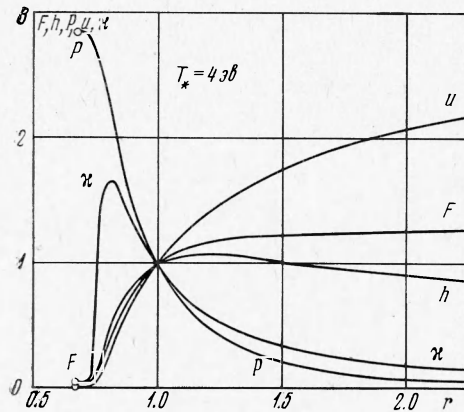
Следует отметить, что разогрев паров происходит весьма резко, и можно говорить о наличии фронта волны нагрева. Это связано с довольно быстрым

возрастанием величины коэффициента поглощения с температурой (см. фиг. 3).

Как следует из фиг. 4—6, толщина холодной зоны уменьшается по мере роста T_* и δ_* . Последнее, по-видимому, связано с повышением давления p_w на поверхности, а в соответствии с (4.14), и температуры фазового перехода и коэффициента поглощения κ_w вблизи испаряющейся поверхности.

Отметим также немонотонность изменения давления и скорости: по мере удаления от поверхности газ тормозится и давление повышается (как в обычном (без подогрева) дозвуковом сопле с расширяющимися стенками), а лишь затем начинает разгоняться еще в дозвуковой зоне, но там уже становится существенным поглощение парами излучения и энерговыделение, причем давление падает (как и в трубе постоянного сечения для подогреваемого газа). В сверхзвуковой зоне картина качественно не отличается от той, которая была получена расчетами [1] в предположении справедливости (0.1).

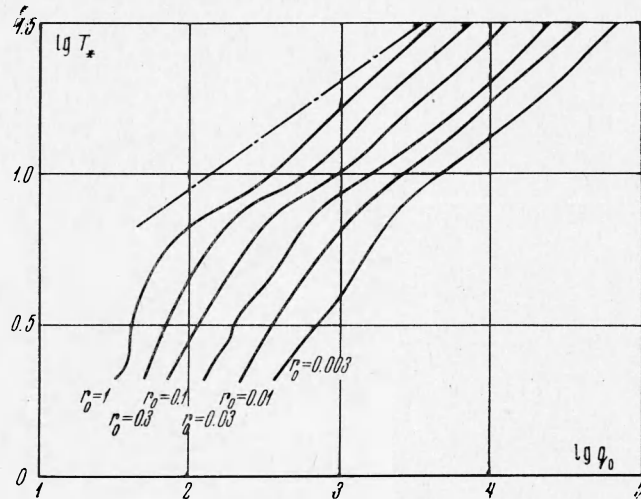
Если проанализировать зависимость коэффициентов (4.11), (4.13) в квадратном уравнении (4.7) от величин α и β , учитывая, что β всегда лежит в диапазоне 0 — 1, то можно обнаружить, что не при всяком отрицательном значении α возможно решение этого уравнения, а следовательно, не всегда возможно найти интегральную кривую, проходящую сквозь особую точку нужным образом [1]. Поскольку в соответствии с фиг. 3 коэффициент α в выражении (0.1), которое может быть использовано в качестве аппроксимационной формулы вблизи особой точки, с уменьшением T_* также постепенно уменьшается и становится отрицательным, то можно было ожидать, что решение при низких температурах T_* не удастся построить. Это подтверждается и тем, что (как видно на фиг. 4—6) по мере уменьшения T_* звуковая точка приближается к точке максимума безразмерного коэффициента поглощения $\kappa^v = \kappa/\kappa_*$. При $T_* \lesssim 1.75 эв$ решение в действительности не удалось построить. Однако причиной была не указанная выше особенность коэффициентов в (4.7), а то, что еще раньше на испаряющейся поверхности появляется вторая особая (звуковая) точка. Это связано с тем, что в холодной зоне, по мере приближения к поверхности, скорость паров увеличивается. Анализируя зависимость числа M_w на испаряющейся поверхности при фиксированном значении от T_* , обнаруживаем, что при некотором значении T_* число $M = u_w/c_w$ достигает единицы.



Фиг. 6

Режимы, которые имеют место при дальнейшем уменьшении T_* не исследовались. Возможно, что здесь возникает разрывное течение с ударной волной, замыкающей первую сверхзвуковую зону, а возможно, что решение задачи о стационарном режиме при таких параметрах вообще не существует.

Необходимо иметь в виду следующее: поскольку в реальных условиях воздействия излучения имеет место нестационарная фаза «вспышки» поглощения, то решение задачи о квазистационарном режиме может быть



Фиг. 7

использовано лишь для оценки средних по времени параметров (как показали расчеты для нестационарной задачи, проведенные В. И. Бергельсоном по несколько измененной методике [2,3] и после времени «установления стационарного режима» $t_* = r_*/c_*$ имеют место некоторые пульсации испарения, вносящие возмущение и в «горячую» область паров).

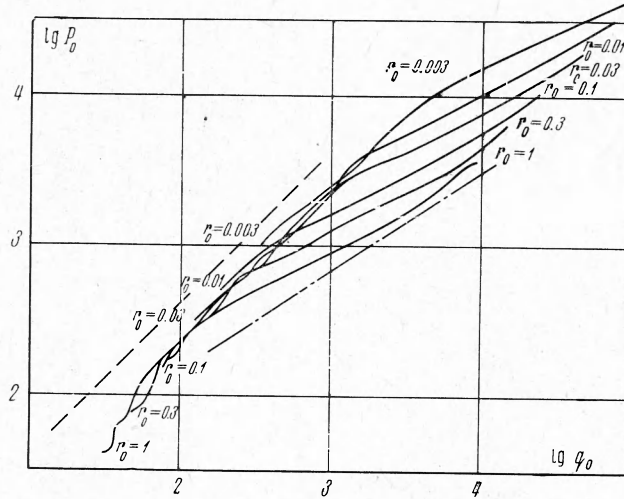
Результаты расчетов при заданной сетке значений T_* и δ_* были переинтерполированы на заданную сетку значений q_0 и r_0 .

На фиг. 7 представлена зависимость температуры T от q_0 и r_0 . Легко видеть, что эта зависимость может быть описана степенной функцией (6.7) лишь при достаточно высоких T_* и q_0 (штрих-пунктир на фиг. 7 и следующих фигурах для $r_0 = 1$ см). При больших r_0 и низких значениях T_* (и q_0) намечается появление области двузначности и трехзначности решения. Это связано с двузначностью и трехзначностью зависимости κ от T (или e) при фиксированном значении δ (см. фиг. 3).

На фиг. 8 представлена зависимость давления p_0 на поверхности твердого тела от q_0 и r_0 , и в данном случае результаты численных расчетов хорошо согласуются с (6.7) также лишь при больших q_0 . Как видно из фиг. 8, вследствие эффекта экранировки испаряющейся поверхности парами зависимость p_0 от q_0 перестает быть линейной и становится более слабой. Отношение p_0/q_0 снижается по мере увеличения q_0 по сравнению со случаем отсутствия экранировки (пунктир).

Найденные зависимости параметров позволяют также оценить интенсивность переизлучения горячими парами. Прежде всего обратим внимание на то, что согласно (5.3) коэффициент поглощения κ квантов, энергии ϵ которых превышают энергию ϵ_0 квантов падающего излучения, меньше, чем $\kappa(\epsilon_0) = \kappa_0$. Таким образом, испускаемое излучение является объем-

ным. Соотношение (5.3) справедливо, вообще говоря, лишь для квантов с энергией $\varepsilon \lesssim 3T$ [10,16], т.е. при $T = 7 \text{ эв}$ — вплоть до $\varepsilon = 20 \text{ эв}$. В области более жестких квантов невозможно применять суммирование всех уровней, а необходимо учитывать их индивидуальным образом, к тому же поглощающие такое излучение уровни явно неводородоподобны. Тем не менее для получения самой первичной и грубой приближенной оценки, распространим (5.3) вплоть до значения ε_1 , равного типичному потенциалу ионизации I .



Фиг. 8

Интенсивность объемного излучения единицы массы равна

$$f = 4 \int_0^{\varepsilon_1} B_\varepsilon \kappa_\varepsilon d\varepsilon, \quad B_\varepsilon = \frac{15}{\pi^4} \frac{\sigma \varepsilon^3}{\exp(\varepsilon/T) - 1}, \quad \int_0^\infty B_\varepsilon d\varepsilon = \sigma T^4 \quad (7.1)$$

Здесь B_ε — планковская функция, σ — постоянная Стефана — Больцмана ($\sigma = 0.1029 \text{ Вт/см}^2 \cdot \text{эв}^4$). Используя (5.3) и сделанное выше предположение о пределе его применимости, получим

$$f = 60\pi^{-4} \sigma \varepsilon_0^2 T^2 \varepsilon_1 / T \quad (7.2)$$

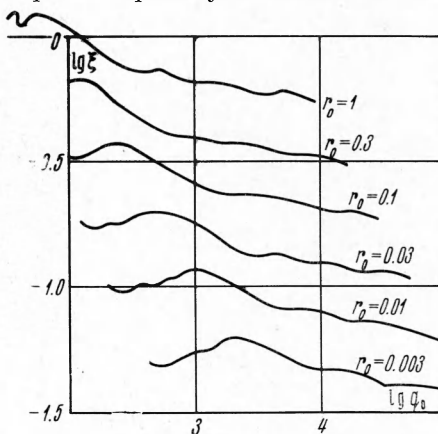
Вместе с тем интенсивность энерговыделения за счет поглощения излучения ОКГ приближенно равна $\kappa_0 q_0$. Сопоставляя эти величины, получаем приближенный критерий роли переизлучения

$$\xi = 1.20 \cdot 10^{-2} T^2 \varepsilon_0^2 / q_0 \quad (7.3)$$

Здесь $\varepsilon_1 = 7T$ (согласно [10] и расчетам типичные значения меняются в пределах $5 \div 10T$).

Рассчитанные по (7.3) значения приведены на фиг. 9. Как видно, при больших размерах r_0 (начиная примерно с 0.3 см) роль переизлучения может быть достаточно заметной. Влияние переизлучения может быть двояким: с одной стороны, часть энергии вообще теряется, уходя из плотной зоны паров; с другой стороны, часть излучения направлена к поверхности твердого тела и поглощается в холодных парах, либо достигая волны испарения, либо прогревая холодный слой вблизи испаряющейся поверхности. Более подробно эти эффекты предполагается проанализировать в отдельной работе. Здесь лишь укажем, что весьма

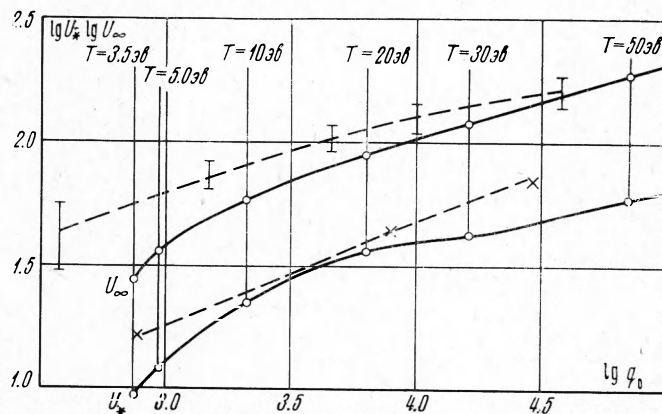
эффективным средством такого анализа является использование рассмотренной здесь задачи о стационарном режиме, которая легко обобщается и на случай переноса энергии излучением сплошного спектра. Заметим также, что очень приближенная оценка роли переизлучения может быть произведена по [18] или по (6.3), (6.5) или (6.7) при замене в этих формулах энергии ϵ_0 квантов падающего излучения на величину средней энергии $\bar{\epsilon}$ квантов, испускаемых парами, которая определяется на величине максимально достижимой температуры T_q , связанной с плотностью потока излучения q соотношением (7.3) при $\xi = 1$. При этом, однако, следует иметь в виду возможность вторичного переизлучения из зоны, нагретой излучением сплошного спектра (языка), причем это излучение уже ближе к излучению черного тела с температурой в языке T_1 , чем излучение горячего слоя.



Фиг. 9

8. Проведем сопоставление наших расчетов с результатами экспериментов Н. Г. Басова, О. Н. Крохина, Г. В. Склизкова и др. [19, 20].

На фиг. 10 сплошной линией проведены расчетные зависимости максимальной скорости истечения u_∞ для $r_0 = 0.1$ см. Пунктиром соединены



Фиг. 10

экспериментальные точки (при длительности воздействия $t_q = 15-30$ нсек) — результаты измерения максимальной скорости истечения паров углерода. Измерения скорости производились достаточно далеко от поверхности, когда такая скорость уже стала почти постоянной, и обычно после окончания воздействия ОКГ. Однако сопоставление с расчетами не слишком неправомерно, если учесть, что когда установился стационарный режим, то скорость края паров после выключения источника вообще почти не меняется и, как и в нестационарной задаче, соответствует максимальной величине концентрации выделившейся энергии.

Скорость u_* (нижняя сплошная кривая на той же фиг. 10) сопоставлена со скоростью границы непрозрачной области (нижний пунктир). Заметим, что согласно проведенным расчетам именно вблизи критической точки

излучение начинает сильно поглощаться. Сверхзвуковая же часть струи почти прозрачна.

Как видно, имеет место удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных кривых.

На фиг. 10 отмечены также величины достигнутой температуры. Заметим, что при $T_* = 40-50$ эв пары углерода ионизованы вплоть до K -оболочки.

Как следует из фиг. 10, в эксперименте экранировка испаряющейся поверхности и связанное с ней увеличение скорости паров наблюдались в области меньших значений q_0 , чем следует из расчетов. Это, по-видимому, связано с влиянием неравновесности ионизации. Оценки, проведенные одним из авторов совместно с С. П. Поповым, показывают, что температура электронов несколько выше температуры ионов, а соответственно, выше и степень ионизации α_e (особенно в области малых α_e и T). Это приводит к несколько более высокому значению коэффициента поглощения κ_w у испаряющейся поверхности, а следовательно, к более раннему развитию экранировки и меньшей толщине холодного слоя, чем следует из расчетов, проведенных в предположении термодинамического равновесия. Заметим, что неравновесная ионизация, сокращающая время разогрева паров, оказывает стабилизирующее влияние на процесс «сгорания» вещества (такую же роль оказывает и переизлучение), уменьшая длительность пульсаций, обнаруженных в [2,3]. Результаты расчетов, учитывающих это обстоятельство, опубликованы отдельно.

Авторы признательны В. В. Новиковой за большую помощь в проведении расчетов задачи о стационарном режиме и обработке их результатов, Л. П. Маркеловой и В. А. Онищуку за помощь в проведении расчетов термодинамических и оптических свойств паров.

Поступила 30 IV 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Немчинов И. В. Стационарный режим движения нагреваемых излучением паров вещества при наличии бокового растекания. ПММ, 1967, т. 31, вып. 2, стр. 300—319.
2. Виленская Г. Г., Немчинов И. В. Явление вспышки поглощения излучения ОКГ и связанные с ним газодинамические эффекты. Докл. АН СССР, 1969, т. 186, № 5, стр. 1048—1051.
3. Виленская Г. Г., Немчинов И. В. Численный расчет движения и нагрева излучением ОКГ плазмы, образовавшейся при вспышке поглощения в парах твердого тела. ПМТФ, 1969, № 6, стр. 3—19.
4. Немчинов И. В. Некоторые нестационарные задачи переноса тепла излучением. ПМТФ, 1960, № 1, стр. 36—57.
5. Афанасьев Ю. В., Кроль В. М., Крохин О. Н., Немчинов И. В. Газодинамические процессы при нагревании вещества излучением лазера. ПММ, 1966, т. 30, вып. 6, стр. 1022—1028.
6. Кроль В. М. Плоские автомодельные движения теплопроводного газа, нагреваемого излучением. ПМТФ, 1968, № 4, стр. 18—28.
7. Gregg D. W., Thomas S. J. Momentum transfer produced by focused laser giant pulses. J. Appl. Phys. 1966, vol. 37, No. 7, pp. 2787—2789.
8. Афанасьев Ю. В., Басов Н. Г., Крохин О. Н., Морачевский Н. В., Склизков Г. В. Исследование газодинамических процессов, возникающих при испарении твердого вещества под действием излучения лазера. Ж. техн. фвз., 1969, т. 39, вып. 5, стр. 894—905.
9. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник, т. 1, 2, М., Изд-во АН СССР, 1962.
10. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
11. Грим Г. Спектроскопия плазмы. М., Атомиздат, 1969.
12. Rouse C. Ionization equilibrium equation of state. Astrophys. J., 1961, vol. 134, No. 2, pp. 435—446.

13. Moore C. E. Atomic energy levels Circular U. S. Nation Bureau of Standarts, 1948, vol. 1, No. 467, 1952, vol. 2, No. 467, 1952, vol. 3, No. 467.
14. Аллен К. У. Астрофизические величины. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
15. Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М., «Машиностроение», 1965.
16. Райзер Ю. П. Простой метод вычисления средних пробегов излучения в ионизованных газах при высоких температурах. ЖЭТФ, 1959, т. 37, вып. 4, стр. 1079—1083.
17. Фирсов О. Б., Чибисов М. И. Тормозное излучение медленных электронов на нейтральных атомах. ЖЭТФ, 1960, т. 39, вып. 6, стр. 1770—1776.
18. Кроль В. М., Немчинов И. В. Автомодельные движения газа, нагреваемого неравновесным излучением сплошного спектра. ПМТФ, 1968, № 5, стр. 32—37.
19. Басов Н. Г., Бойко В. А., Деметьев В. А., Крохин О. Н., Склизков Г. В. Нагревание и раздел плазмы, образующейся при воздействии сфокусированного гигантского импульса лазера на твердую мишень. ЖЭТФ, 1966, т. 51, вып. 4, стр. 989—1000.
20. Басов Н. Г., Грибков В. А., Крохин О. Н., Склизков Г. В. Исследование высокотемпературных явлений, происходящих при фокусировании мощного излучения лазера на твердую мишень. ЖЭТФ, 1968, т. 54, вып. 4, стр. 1073—1087.