

ОБ АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАНСЕ ПРИ ГОРЕНИИ ПОРОХОВ

Б. В. Новожилов

Институт химической физики им. Н. Н. Семенова РАН, 117977 Москва

Обсуждается влияние ошибок исходных данных, необходимых для предсказания условий устойчивости работы твердотопливного ракетного двигателя, на точность прогноза границы устойчивости. Показано, что в связи с резонансной зависимостью отклика нестационарного горения от частоты гармонически меняющегося давления малые вариации характеристик стационарного режима горения пороха приводят к большим изменениям нестационарного отклика. На примере простейшей задачи акустической неустойчивости двигателя исследована связь ошибок измерения исходных данных с точностью прогноза устойчивости. Подчеркивается, что при современной точности измерений параметров стационарного режима горения пороха прогноз устойчивости двигателя при некоторых реальных условиях его работы практически невозможен.

ВВЕДЕНИЕ

Теория нестационарного горения пороха, как и любая другая физико-химическая теория, предполагает наличие входных экспериментальных данных. В современном варианте нестационарная теория (известная как теория Зельдовича — Новожилова [1–3]) требует достаточно детальной информации о свойствах стационарного режима горения пороха. Необходимы, в частности, зависимости скорости горения и температуры поверхности от давления и начальной температуры. И вполне естественно, что точность результатов, вытекающих из нестационарной теории, непосредственно связана с погрешностью измерения исходных экспериментальных данных, относящихся к стационарному режиму горения.

В большинстве случаев, как и в других областях науки, точность результатов теории по порядку величины совпадает с точностью величин, являющихся исходными для теории. Однако, если существует сильная функциональная зависимость между исходными и конечными величинами, ошибка результата теории может во много раз превышать ошибку исходной величины. Простейшим примером может служить аррениусовская зависимость скорости химической реакции от температуры

$$W \sim \exp(-E/RT),$$

где E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная, T — температура. В случае сильно активированной реакции, когда $E/RT \gg 1$, относительная погрешность скоро-

сти реакции во много раз превышает погрешность определения энергии активации:

$$\frac{\Delta W}{W} \sim \frac{E}{RT} \frac{\Delta E}{E}.$$

При исследовании горения пороха при гармонически меняющемся давлении [4, 5] оказалось, что амплитуда скорости горения пороха резонансным образом зависит от частоты изменения давления. Это связано с тем, что горящий при постоянном давлении порох представляет собой колебательную систему с определенной собственной частотой. Воздействие вынуждающей силы (меняющееся давление) с частотой, близкой к собственной частоте пороха, естественно, приводит к резонансу. Многочисленные экспериментальные исследования (см., например, обзоры [6, 7]) показывают, что акустический резонанс выражен довольно ярко. Следствием этого является сильное изменение нестационарного отклика скорости горения на осциллирующее давление при небольшом изменении характеристик стационарного режима горения пороха. Очевидно, что погрешности измерения этих величин будут существенно сказываться на точности расчета нестационарных явлений вблизи резонанса.

Настоящая работа состоит из двух частей. В первой части напоминаются теоретические результаты для функций линейного отклика скорости горения пороха, температуры и скорости его продуктов горения на гармонически меняющееся давление. Приведена связь этих функций друг с другом. Показана сильная зависимость резонансных характеристик от па-

раметров пороха, связанных с зависимостями скорости горения и температуры поверхности в стационарном режиме от начальной температуры. Приведенные иллюстрации свидетельствуют, что ошибки в $5 \div 10\%$ в исходных экспериментальных данных могут изменить резонансное значение отклика в полтора-два раза. В этой же части работы кратко рассматриваются источники ошибок измерения указанных выше параметров стационарного горения пороха.

Функции линейного отклика на гармонически меняющееся давление играют решающую роль в исследовании ряда практически важных явлений при горении пороха в ракетной камере. В качестве примера во второй части работы исследуется простейшая задача акустической неустойчивости твердотопливного двигателя. Довольно подробно выводятся условия устойчивости стационарного режима работы двигателя. Это связано с тем, что метод исследования, принятый в данной работе, отличается от подходов, описанных в литературе (прежде всего, имеются в виду исследования Ф. Кулика, с которыми можно ознакомиться в обзоре [8]).

Рассмотрена связь ошибок измерения исходных данных с точностью прогноза устойчивости. Подчеркивается, что при современной точности измерений параметров стационарного горения пороха прогноз устойчивости двигателя при некоторых реальных условиях его работы практически невозможен.

ФУНКЦИИ ОТКЛИКА

Если в нестационарном режиме малые возмущения гармонически зависят от времени, то в линейном приближении удобно использовать метод комплексных амплитуд. При этом любая величина представляется как сумма ее стационарного значения и гармонической функции времени, записанной через экспоненты с мнимым показателем. Так, давление p , линейная скорость горения пороха u , скорость газа w и температура горения T_b имеют вид

$$p = p^0 + (p'e^{i\Omega t} + \text{c.c.}), \quad u = u^0 + (u'e^{i\Omega t} + \text{c.c.}), \\ w = w^0 + (w'e^{i\Omega t} + \text{c.c.}), \quad T_b = T_b^0 + (T_b'e^{i\Omega t} + \text{c.c.}).$$

Здесь и далее верхним индексом нуль обозначен стационарный режим, штрихом — акустическое возмущение; c.c. — комплексное сопряжение. Для определенности считаем, что скорость газа положительна, если ее направление

совпадает с направлением внешней нормали к поверхности пороха.

Через комплексные амплитуды возмущений (величины со штрихом) линейные комплексные функции отклика скоростей горения пороха $U(\omega)$ и газа $G(\omega)$, а также функции отклика температуры продуктов сгорания $\Theta(\omega)$ определяются следующим образом:

$$U(\omega) = \frac{u'/u^0}{p'/p^0}, \quad G(\omega) = \frac{w'/w^0}{p'/p^0}, \\ \Theta(\omega) = \frac{T_b'/T_b^0}{p'/p^0}, \quad (1)$$

причем в дальнейшем используется безразмерная частота $\omega = \Omega \kappa / (u^0)^2$, где κ — температуропроводность конденсированной фазы пороха, Ω — частота.

Функция отклика скорости горения пороха на гармонически меняющееся давление для частной модели пороха впервые определена в [4]. В общем случае эта величина найдена в [5] и имеет следующий вид:

$$U(\omega) = \frac{\nu + \delta(z_1 - 1)}{1 + (r - k/z_1)(z_1 - 1)}. \quad (2)$$

Здесь

$$k = (T_s^0 - T_a) \left(\frac{\partial \ln u^0}{\partial T_a} \right)_{p^0}, \quad r = \left(\frac{\partial T_s^0}{\partial T_a} \right)_{p^0}, \\ \nu = \left(\frac{\partial \ln u^0}{\partial \ln p^0} \right)_{T_a}, \quad (3)$$

$$\mu = \frac{1}{T_s^0 - T_a} \left(\frac{\partial T_s^0}{\partial \ln p^0} \right)_{T_a},$$

$$\delta = \nu r - \mu k, \quad z_1 = \frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 + 4i\omega}],$$

где T_s — температура поверхности, T_a — начальная температура. Отметим, что параметры k , r , ν и μ могут быть найдены в экспериментах по стационарному горению. Три функции отклика (3) связаны друг с другом.

Выразим, прежде всего, функцию отклика температуры горения $\Theta(\omega)$ через функцию отклика скорости горения пороха $U(\omega)$. Для этого воспользуемся тем обстоятельством, что в теории Зельдовича — Новожилова текущее значение любой величины определяется мгновенными значениями давления и градиента температуры в конденсированной фазе у поверхности пороха (f), иначе говоря, $u = u(p, f)$ и

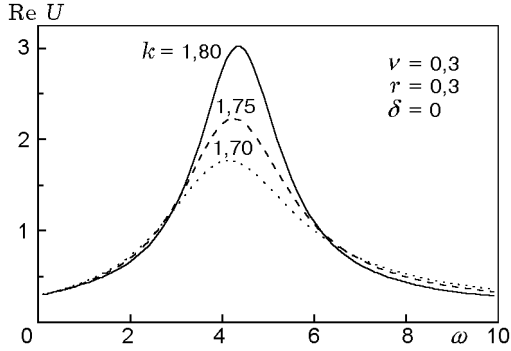


Рис. 1. Влияние вариации параметра k на реальную часть функции отклика скорости горения

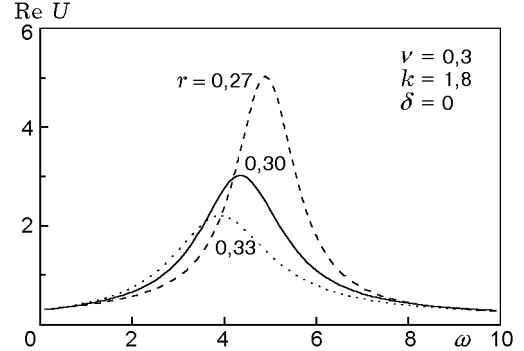


Рис. 2. Влияние вариации параметра r на реальную часть функции отклика скорости горения

$T_b = T_b(p, f)$. Очевидно, что температура горения в нестационарном процессе может быть представлена как функция скорости горения и давления:

$$T_b = T_b(u, p).$$

Отсюда для амплитуд малых возмущений имеем

$$T_b' = \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial u^0} \right)_{p^0} u' + \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial p^0} \right)_{u^0} p'.$$

Входящие в это выражение производные путем преобразований, включающих якобианы, могут быть выражены через параметры стационарного режима горения пороха. Действительно,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial u^0} \right)_{p^0} &= \frac{\partial(T_b^0, p^0)}{\partial(u^0, p^0)} = \frac{\partial(T_b^0, p^0)/\partial(T_a, p^0)}{\partial(u^0, p^0)/\partial(T_a, p^0)} = \\ &= \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial T_a} \right)_{p^0} \left(\frac{\partial u^0}{\partial T_a} \right)_{p^0}^{-1}, \\ \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial p^0} \right)_{u^0} &= \frac{\partial(u^0, T_b^0)}{\partial(u^0, p^0)} = \frac{\partial(u^0, T_b^0)/\partial(T_a, p^0)}{\partial(u^0, p^0)/\partial(T_a, p^0)} = \\ &= \left(\frac{\partial u^0}{\partial T_a} \right)_{p^0}^{-1} \left[\left(\frac{\partial u^0}{\partial T_a} \right)_{p^0} \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial p^0} \right)_{T_a} - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\partial u^0}{\partial p^0} \right)_{T_a} \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial T_a} \right)_{p^0} \right]. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\Theta = \frac{r_b}{k}(U - \nu) + \mu_b, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} r_b &= \frac{T_s^0 - T_a}{T_b^0} \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial T_a} \right)_{p^0}, \\ \mu_b &= \frac{1}{T_b^0} \left(\frac{\partial T_b^0}{\partial \ln p^0} \right)_{T_a}. \end{aligned} \quad (5)$$

Еще одна связь между функциями отклика $U(\omega)$, $G(\omega)$ и $\Theta(\omega)$ следует из закона сохранения массы (напомним, что газовая фаза квазистационарна) и условия идеальности газа:

$$\rho w = \rho_c u, \quad \rho \sim p/T_b.$$

Здесь ρ и ρ_c — плотности газа и конденсированной фазы соответственно. Из этих соотношений следует связь между тремя функциями отклика:

$$G = U + \Theta - 1. \quad (6)$$

Таким образом, измерив в стационарных условиях параметры k , r , ν , μ , r_b и μ_b , можно вычислить все три функции отклика. Отметим, что в работах, основанных на ином, чем использованный здесь, подходе, функция отклика температуры горения остается неопределенной (см., например, [8]).

Рассмотрим теперь важный вопрос о влиянии ошибок измерения указанных выше стационарных параметров пороха на точность вычисления функций отклика. Поскольку все три функции связаны между собой, остановимся подробно лишь на функции отклика скорости горения (2).

Резонансный характер функции $U(\omega)$ определяется ее знаменателем, зависящим от параметров k и r . На рис. 1 и 2 приведены типичные зависимости вещественной части U от безразмерной частоты. Максимальное значение вещественной части достигается при частоте, близкой к собственной частоте пороха $\omega_n \sim \sqrt{k/r}$ [2, 3], причем резонанс

в несколько раз превышает стационарный отклик: $\operatorname{Re} U(\omega_n) \gg \operatorname{Re} U(0)$. Это связано с тем, что при типичных значениях параметров k и r знаменатель функции $U(\omega)$ много меньше единицы. Это же обстоятельство обуславливает сильную зависимость функции отклика от параметров k и r : малые изменения этих параметров приводят к большому изменению знаменателя и, следовательно, функции отклика. Действительно, представим эту функцию в виде

$$U = \frac{N}{D}, \quad N = \nu + \delta(z_1 - 1),$$

$$D = 1 + (z_1 - 1) \left(r - \frac{k}{z_1} \right).$$

Относительная ошибка вычисления этой функции

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta D}{D}$$

из-за малости знаменателя определяется в основном вторым членом. Для иллюстрации положим $\Delta k = 0$, тогда

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{r(z_1 - 1)}{D} \frac{\Delta r}{r},$$

и при достаточно малой ошибке параметра r , например при $\Delta r/r = 10\%$, получаем вблизи резонанса относительную ошибку функции отклика в несколько раз больше, $\Delta U/U = 50\%$. Это иллюстрируют рис. 1 и 2.

В заключение этой части работы остановимся кратко на значениях экспериментальных ошибок стационарных параметров пороха. К сожалению, данному вопросу не уделяется должного внимания в публикациях, посвященных измерению этих величин.

Ошибка измерения параметра $k = \beta(T_s^0 - T_a)$ определяется в основном ошибкой измерения температурной чувствительности скорости горения пороха

$$\beta = \left(\frac{\partial \ln u^0}{\partial T_a} \right)_{p^0}.$$

По порядку величины $\beta \approx (3 \div 4) \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, а ее экспериментальное определение базируется на измерениях скорости горения пороха при различных начальных температурах $T_{a,1}$ и $T_{a,2}$:

$$\beta = \frac{\ln u_2^0 - \ln u_1^0}{T_{a,2} - T_{a,1}}.$$

Абсолютная ошибка этого метода связана в основном с относительной ошибкой измерения скорости горения пороха:

$$\Delta \beta = \frac{2}{T_{a,2} - T_{a,1}} \frac{\Delta u^0}{u^0}.$$

При обычной точности измерений, когда $\Delta u^0/u^0 = 5\%$ и $T_{a,2} - T_{a,1} = 100 \text{ К}$, имеем $\Delta \beta = 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, что по порядку величины сравнимо со значением температурной чувствительности скорости горения пороха. Относительная ошибка $\Delta k/k$ достигает $20 \div 30\%$. Даже при существенном улучшении точности измерения скорости горения относительная ошибка определения k довольно велика. Так, даже при $\Delta u^0/u^0 = 1\%$ оценка дает $\Delta k/k = 5 \div 7\%$.

Определение второго важного параметра r , характеризующего зависимость температуры поверхности от начальной температуры в стационарных условиях, основано, как правило, на термометрическом измерении температуры поверхности с последующим дифференцированием экспериментальной зависимости $T_s^0(T_a)$. Если h — толщина термометра, то при градиенте температуры на поверхности пороха $f = u^0(T_s^0 - T_a)/\kappa$ ошибка измерения температуры поверхности составляет $\Delta T_s^0 = hf$. При высоких давлениях, когда $u^0 \approx 1 \text{ см/с}$, даже при рекордно малой толщине термометра ($\approx 5 \text{ мкм}$) относительная ошибка ΔT_s^0 составляет $\approx 20\%$. При более низких давлениях ошибка, конечно, меньше, однако следует учитывать также дополнительную погрешность, связанную с дифференцированием экспериментальной зависимости $T_s^0(T_a)$. Таким образом, в лучшем случае относительная ошибка измерения r , по-видимому, никак не меньше 10% .

Все сказанное свидетельствует о том, что при современной точности измерений функции отклика определяются с довольно большой, порядка нескольких десятков процентов, ошибкой.

Естественно, что погрешность определения функций отклика влечет за собой неточность тех результатов теории нестационарного горения, где применяются эти функции. В следующем параграфе с этой точки зрения в простейшей постановке обсуждается вопрос об акустической неустойчивости горения в камере порохового ракетного двигателя.

АКУСТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Рассмотрим в качестве примера условия устойчивости простого твердотопливного ракетного двигателя, имеющего жесткую стенку при $z = 0$, сопло при $z = L$ и поверхность горя-

шего пороха при $r = R$ (L, R — длина и радиус камеры).

Колебания давления в двигателе обычно близки к классическим акустическим модам. Для простоты рассмотрим только первую гармонику. В классической акустике возмущения давления, продольной и радиальной скоростей для этой моды имеют вид

$$\begin{aligned} p^{(c)}(z, t) &= Ap^0 \cos(k^{(c)}z) e^{i\Omega t} + \text{c.c.}, \\ w_z^{(c)}(z, t) &= -\frac{iaA}{\gamma} \sin(k^{(c)}z) e^{i\Omega t} + \text{c.c.}, \\ w_r^{(c)}(z, t) &= 0, \end{aligned}$$

где A — комплексная амплитуда давления, $k^{(c)} = \pi/L$ — волновой вектор, a — скорость звука, γ — постоянная адиабаты, p^0 — стационарное давление, $\Omega = \pi a/L$ — классическая частота первой моды, индексом (c) обозначены классические значения величин.

Поскольку поверхность пороха расположена при $r = R$, необходимо рассматривать двумерные акустические возмущения, описываемые волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - a^2 \left[\frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p'}{\partial r} \right) \right] = 0. \quad (7)$$

Для возмущений давления p' и продольной и радиальной составляющих скорости газа w'_z, w'_r имеем

$$\begin{aligned} p'(z, r, t) &= Ap^0 \cos(kz) J_0(sr) e^{i\Omega t} + \text{c.c.}, \\ w'_z(z, r, t) &= -\frac{ia}{\gamma} A \frac{ka}{\Omega} \sin(kz) J_0(sr) e^{i\Omega t} + \text{c.c.}, \\ w'_r(z, r, t) &= -\frac{ia}{\gamma} A \frac{sa}{\Omega} \cos(kz) J_1(sr) e^{i\Omega t} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (8)$$

где s — волновое число для радиальной моды, связанное с другими величинами приведенной ниже формулой (13). Легко заметить, что граничные условия при $z = 0$ выполнены.

В классической акустике радиальные возмущения обычно появляются при граничных условиях, соответствующих жестким стенкам. При этом возмущения давления и радиальной скорости для первой моды пропорциональны соответствующим функциям Бесселя:

$$p'/p^0 \sim J_0(sr), \quad w'_r/w^0 \sim J_1(sr).$$

Для цилиндра радиусом R граничное условие имеет вид $J_1(sR) = 0$ и для первой радиальной

моды получаем $sR = j_r$, где $j_r \approx 3,83$. Частота этой гармоники

$$\Omega = j_r a/R.$$

Для нашей задачи радиальное возмущение необходимо только для того, чтобы удовлетворить граничному условию на поверхности пороха. При этом возможно рассматривать возмущения с длиной волны много большей, чем радиус цилиндра. В этом случае

$$sR \ll 1, \quad J_1(sR) \ll 1, \quad J_0(sR) \approx 1.$$

Такие возмущения можно назвать неакустическими (их частота много меньше a/R).

Обратимся теперь к граничным условиям на сопле и поверхности горения.

Плотность потока газа на входе в сопло ρw пропорциональна комплексу p/\sqrt{T} . Предполагая течение адиабатическим, соотношение между скоростью газа и давлением запишем в виде

$$w \sim p^{(\gamma-1)/2\gamma}. \quad (9)$$

Считая входное сечение сопла равным площади сечения камеры сгорания, имеем

$$w_z = w_N + w'_z, \quad p = p^0 + p', \quad w_N = \frac{2L}{R} w^0,$$

где w^0 и w_N — скорости продуктов горения вблизи поверхности пороха и на входе в сопло.

Из (9) получаем граничное условие на сопле:

$$z = L: \quad \frac{w'_z}{w_N} = \Gamma \frac{p'}{p^0}, \quad \Gamma = \frac{\gamma-1}{2\gamma}. \quad (10)$$

Пренебрегая слабой радиальной зависимостью возмущений, представим их на входе в сопло в виде

$$\begin{aligned} p' &= Ap^0 \cos(kL) e^{i\Omega t} + \text{c.c.}, \\ w'_z &= -\frac{ia}{\gamma} A \frac{ka}{\Omega} \sin(kL) e^{i\Omega t} + \text{c.c.} \end{aligned}$$

Волновой вектор k_1 близок к своему классическому значению $k^{(c)}$, поэтому можно считать, что

$$\frac{ka}{\Omega} \approx 1, \quad \cos kL \approx -1, \quad \sin kL \approx -(k - k^{(c)})L.$$

При $z = L$ имеем

$$p' = -Ap^0 e^{i\Omega t} + \text{c.c.},$$

$$w'_z = \frac{ia}{\gamma} A(k - k^{(c)}) L e^{i\Omega t} + \text{c.c.}$$

Из этих выражений и (10) следует

$$\frac{i(k - k^{(c)})L}{\gamma M \pi} = -2P\Gamma, \quad P = \frac{L}{\pi R}, \quad (11)$$

где $M = w^0/a$ — число Маха.

Граничное условие на поверхности пороха записывается, естественно, через функцию отклика скорости продуктов горения:

$$r = R: \quad -\frac{w'_r}{w^0} = G(\omega) \frac{p'}{p^0}. \quad (12)$$

Здесь учтено, что направление скорости противоположно направлению радиус-вектора. Считая также $sR \ll 1$, $J_0(sR) \approx 1$, $J_1(sR) \approx sR/2$, из (11) получим

$$\frac{i}{\gamma M} \frac{s^2 a^2}{2\Omega^2} = PG. \quad (13)$$

Найдем теперь уравнение для комплексной амплитуды давления. Для этого в волновое уравнение (7) подставим выражение для возмущений давления (8), считая при дифференцировании, что характерное время изменения амплитуды много больше периода осцилляций. В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - a^2 \left[\frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p'}{\partial r} \right) \right] = \\ = p^0 \left[2i\Omega \frac{dA}{dt} - (\Omega^2 - k^2 a^2 - s^2 a^2) A \right] \times \\ \times \cos(k_1 z) J_0(s_1 r) e^{i\Omega t} + \text{c.c.} \end{aligned}$$

Простые преобразования дают связь производной амплитуды с условиями на границах камеры сгорания:

$$\frac{dA}{dt} = \gamma M \Omega \left[\frac{i(k - k^{(c)})L}{\gamma M \pi} + \frac{is^2 a^2}{2\gamma M \Omega^2} \right] A. \quad (14)$$

Наконец, подставляя в (14) соотношения (11) и (13), окончательно получаем

$$\frac{dA}{dt} = \gamma M \Omega P (G - 2\Gamma) A. \quad (15)$$

Запишем это уравнение в виде

$$\frac{dA}{dt} = (\alpha_c + \alpha_N) A, \quad (16)$$

введя коэффициент усиления колебаний за счет горения α_c и коэффициент затухания колебаний за счет истечения из сопла α_N :

$$\alpha_c = \gamma \frac{w^0}{R} G, \quad \alpha_N = -\frac{\gamma - 1}{2} \frac{w^0}{R}. \quad (17)$$

Как правило, в ракетной камере существуют также и объемные потери акустической энергии. В качестве примера укажем на поглощение ее конденсированными продуктами горения металлизированных порохов. Включим их в наше рассмотрение, приняв приближенное выражение для коэффициента потерь [8, 9]

$$\alpha_p = -C_p \Omega \frac{\Omega t_p}{1 + (\Omega t_p)^2}, \quad t_p = \frac{\rho_p d^2}{18\mu_g}, \quad (18)$$

где C_p — численный коэффициент, зависящий от концентрации частиц в газе, ρ_p — плотность частиц, d — их диаметр и μ_g — динамическая вязкость газа. Приведенное выражение качественно правильно передает частотную зависимость этой функции, а полная величина потерь определяется коэффициентом C_p .

Таким образом, уравнение (16) обобщается в виде

$$\frac{dA}{dt} = (\alpha_c + \alpha_N + \alpha_p) A, \quad (19)$$

из которого следуют условие неустойчивости стационарной работы двигателя

$$\text{Re}(\alpha_c + \alpha_N + \alpha_p) > 0 \quad (20)$$

и выражение для границы устойчивости его работы

$$\text{Re}(\alpha_c + \alpha_N + \alpha_p) = 0. \quad (21)$$

Перейдем к рассмотрению основного вопроса, поставленного в настоящей работе, а именно, с какой точностью может быть предсказана граница устойчивости стационарного режима работы двигателя при учете погрешностей определения характеристик стационарного горения пороха.

Для представления результатов удобно использовать плоскость $(l, A_b/A_p)$, где параметры

$$l = \frac{L}{\pi a} \frac{(u^0)^2}{\varkappa}, \quad \frac{A_b}{A_p} = \frac{2L}{R}$$

определяют безразмерную длину камеры и отношение площадей поверхности горения (A_b) и поперечного сечения камеры (A_p). В этих переменных граница устойчивости имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{A_b}{A_p} = \frac{2\pi C_p}{\gamma M} \times \\ \times \frac{\omega \tau_p}{(\text{Re} G(\omega) - 1 + \gamma^{-1}) [1 + (\omega \tau_p)^2]}, \end{aligned} \quad (22)$$

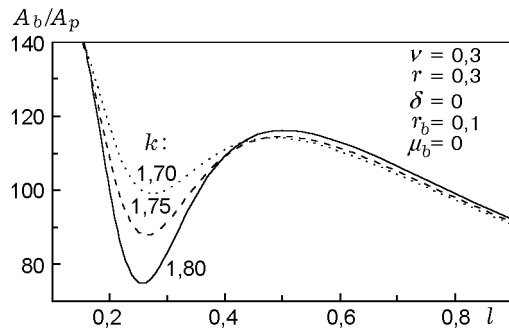


Рис. 3. Влияние вариации параметра k на положение границы устойчивости

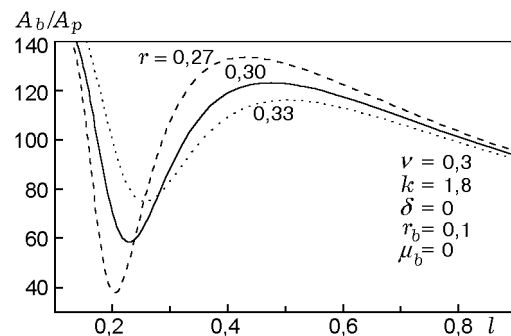


Рис. 4. Влияние вариации параметра r на положение границы устойчивости

причем

$$l = \frac{1}{\omega}, \quad \tau_p = t_p \frac{(u^0)^2}{\varkappa}.$$

Для численных расчетов были приняты характеристики пороха, близкие к приведенным в [8]: $p = 100$ атм, $u^0 = 1,0$ см/с, $\varkappa = 10^{-3}$ см²/с, $\mu_g = 9 \cdot 10^{-4}$ г/(см·с), $\rho_p = 4,0$ г/см³, $d = 10^{-5}$ см, $\gamma = 1,25$, $M = 2 \cdot 10^{-3}$, $C_p = 0,18$.

Рис. 3 и 4 иллюстрируют влияние ошибок измерения параметров k и r на положение границы устойчивости. Видно, что вариация этих параметров всего на несколько процентов может изменить значение A_b/A_p в полтора-два раза. Естественно, этот вывод справедлив только в области, где акустический резонанс проявляется ярко, т. е. при частоте, близкой к собственной частоте пороха ($\omega \approx 4$ или $l \approx 0,2$). В области, далекой от резонансной частоты, имеется полное соответствие ошибок измерения параметров пороха и точности предсказания границы устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ // Журн. эксперим. и теор. физики. 1942. Т. 12, вып. 11/12. С. 498–524.
2. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973. (Перевод: AFSC FTD-MD-24-317-74).

3. Novozhilov B. V. Theory of nonsteady burning and combustion stability of solid propellants by the Zeldovich — Novozhilov method // Combustion Stability of Solid-Propellant / L. De Luca, E. W. Price, and M. Summerfield (Eds). Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 143. Washington: AIAA, 1992. P. 601–641.
4. Denison M. R., Baum E. A simplified model of unstable burning in solid propellants // ARS Journal. 1961. V. 31. P. 1112–1122.
5. Новожилов Б. В. Горение пороха при гармонически меняющемся давлении // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1965. № 6. С. 141–144.
6. Price E. W. Experimental observations of combustion instability // Fundamentals of Solid-Propellant Combustion / K. K. Kuo and M. Summerfield (Eds). Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 90. N. Y.: AIAA, 1984. P. 733–789.
7. Strand L. D., Brown R. S. Laboratory test methods for combustion-stability of solid propellants // Combustion Stability of Solid-Propellant / L. De Luca, E. W. Price, and M. Summerfield (Eds). Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 143. Washington: AIAA, 1992. P. 689–718.
8. Culick F. E. C., Yang V. Prediction of the stability of unsteady motions in solid-propellant rocket motors // Combustion Stability of Solid-Propellant // Ibid. P. 719–780.
9. Williams F. A. Combustion Theory. Menlo Park: Benjamin/Cummings, 1985.

Поступила в редакцию 4/VI 1999 г.