

УДК 532.529.5

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКОВ ГАЗА
С КРУПНЫМИ ЧАСТИЦАМИ***В. Л. Истомин, Е. Н. Разинков, Ю. В. Рябинин**Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск*

Для газа с частицами невозможно построение моделей в смысле теории размерностей и подобия, рассмотренной, например, в [1]. В [2] применяются методы частичного моделирования для исследования «... потоков взвесей, когда частицы настолько мелкие, что их движение большую часть времени определяется законом Стокса».

В данной работе сделана попытка применения подобных методов в случае крупных частиц. Получены условия, при выполнении которых обеспечивается подобие движения частиц. Для проверки этих условий проведена серия экспериментов на прозрачных геометрически подобных установках. Результаты представлены на кинограммах и графиках.

Рассматривается проблема моделирования движения двухфазных сред (газ, твердые частицы) в каналах. Изучаемая среда отличается от обычно исследуемого газа с частицами тем, что объемная концентрация частиц может превышать концентрацию газа, а характерный размер частиц сравним с сечением канала. Строго говоря, эти частицы нельзя считать псевдогазом (например, частицы пыли в газовом потоке), они обладают огромной инерцией, так как их массовая концентрация может на два порядка превышать массовую концентрацию газа. В дальнейшем, чтобы подчеркнуть это отличие, слово частицы заменяется словом куски. Наиболее существенным примером изучаемого процесса является движение кусков на установках импульсного пневмотранспорта (ИПТ).

Подобная установка состоит из ресивера, наполненного сжатым воздухом, подводящей трассы с быстродействующим клапаном, коллектора и транспортной трассы, разделенных сопловой решеткой, а также приемного устройства. Рассматриваются простейшие установки, транспортная трасса которых представляет собой прямой канал постоянного сечения, расположенный вертикально.

Здесь и далее индексы p , k , s применяются для обозначения характеристик газа в ресивере, коллекторе и сопловой решетке соответственно, те же величины в канале используются без индексов, параметры кусков отмечены звездочкой.

В ресивере находится газ при давлении P_p . После открытия клапана газ из ресивера по подводящей трассе попадает в коллектор и через сопловую решетку просачивается в канал. В коллекторе устанавливается давление P_k , зависящее от P_p и от сопротивления подводящей трассы и сопловой решетки газовому потоку.

В канале на решетке лежат куски. Газ после прохождения через сопловую решетку фильтруется сквозь слой кусков, в результате чего последние начинают двигаться по каналу.

Когда давление в ресивере падает до некоторого установленного давления отсечки, клапан закрывается, давление в коллекторе падает до атмосферного, поток газа в канале останавливается. Если в канале еще остаются куски, то они транспортируются следующим импульсом газа.

Покажем, что для моделирования таких процессов требования классической теории размерностей и подобия [1] невыполнимы.

Допустим, что имеются две геометрически подобные установки для транспортировки кусков (меньшую будем называть моделью, большую — натурой), на которых происходят подобные (в смысле теории размерностей и подобия) процессы. Тогда в силу геометрического подобия и неизменности силы тяжести выполняются соотношения

$$d' = md, \quad g' = g, \quad (1)$$

где величины со штрихом относятся к модели, без штриха — к натуре, m — масштаб моделирования.

Так как внешнее давление остается атмосферным, то сохраняются плотность и вязкость транспортирующего газа:

$$\rho' = \rho, \quad \mu' = \mu. \quad (2)$$

Очевидно, что в силу подобия процессов числа Рейнольдса Re и Фруда Fr модели и природы должны совпадать:

$$\frac{\rho du}{\mu} = Re = Re' = \frac{\rho' d' u'}{\mu'}, \quad \frac{u^2}{dg} = Fr = Fr' = \frac{(u')^2}{d' g'}. \quad (3)$$

Из соотношений (1)–(3) выводятся условия, которым должны удовлетворять скорости модели и природы: $u'/u = m^{-1}$ для совпадения значений Re , $u'/u = m^{1/2}$ для совпадения значений Fr .

Отсюда видно, что добиться подобия можно, изменив соотношения (1), (2). Соотношение для размеров является определяющим, в нем заключается смысл моделирования. Изменение силы тяжести или внешнего давления — достаточно дорогостоящее мероприятие. Величина вязкости колеблется весьма слабо для большинства газов. Таким образом, реализовать условия, обеспечивающие подобие процессов транспортировки на модели и натуре, невозможно.

Поскольку добиться полного подобия процессов транспортировки не удастся, то нужно попытаться реализовать хотя бы частичное. Что это такое?

Частичность этого подобия заключается в том, что мы отказываемся от достижения подобия газовых потоков, а стремимся добиться только подобия движения транспортируемого материала, используя для этого, возможно, не подобные газовые потоки.

Сформулируем основные предположения об истечении потока газа и его взаимодействии с частицами:

- а) расширение газа в ресивере происходит адиабатически;
- б) температура газа в ресивере, коллекторе и канале одинакова во все моменты времени: $T_p(t) = T_k(t) = T(t)$;
- в) истечение газа через сопловую решетку критическое;
- г) давление (а следовательно, и плотность) газа в коллекторе и давление в ресивере связаны линейно: $P_k(t) = bP_p(t)$, $b < 1$;
- д) давление газа в канале практически равно атмосферному;
- е) для описания взаимодействия фаз используется формула, применяемая к обтеканию одиночного шара потоком газа, так как такое обтекание изучено для большего интервала значений Re , чем фильтрация газа через плотно упакованные частицы.

Сила F , действующая на частицу со стороны потока газа, имеет вид

$$F = C(Re) S_* \rho (u - w)^2, \quad Re = \rho d(u - w)/\mu. \quad (4)$$

Здесь u, w — скорость газа и кусков; d, S_* — характерный размер и площадь сечения куска.

Зависимость $C(Re)$ приведена, например, в [3, рис. 7, с. 50]. Отметим наиболее важную для нас особенность графика — в интервале от 10^3 до $2 \cdot 10^5$ коэффициент сопротивления C практически не зависит от Re ;

ж) температура газа на модели и натуре одинакова.

Пусть газ истекает из ресивера объема V_p и в некоторый момент времени (будем считать его нулевым) имеет давление $P_p(0)$ и температуру $T_p(0)$. Здесь и в дальнейших выкладках в скобках указывается зависимость от времени (t).

Плотность и скорость в критическом сечении (т. е. в сопловой решетке) связаны с характеристиками газа в коллекторе следующими формулами [4, с. 69] (γ — показатель адиабаты для воздуха):

$$\rho_c = 0,636 \rho_k, \quad u_c = \left[\frac{q P_k}{\rho_k} \right]^{1/2}, \quad q = \frac{2\gamma}{\gamma + 1}. \quad (5)$$

В силу (5) и предположения z запишем

$$\rho_c(t) = 0,636 b \rho_p(t) = b_1 \rho_p(t).$$

В силу (5) и предположений a и b находим

$$u_c(t) = \left[\frac{q P_p(t)}{\rho_p(t)} \right]^{1/2} = \left[\frac{q P_p(0)}{\rho_p(0)} \right]^{1/2} \rho_p(t)^{(\gamma-1)/2}.$$

Отсюда для расхода имеем выражение ($n = (\gamma + 1)/2$)

$$Q(t) = b_1 S_c \left[\frac{q P_p(0)}{\rho_p(0)} \right]^{1/2} \rho_p(t)^n = b_2 \rho_p(t)^n. \quad (6)$$

Масса газа в ресивере очевидным образом выражается через плотность:

$$M_p(t) = \rho_p(t) V_p. \quad (7)$$

Из (6), (7) для $\rho_p(t)$ выводится дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dt} \rho_p(t) = -\frac{b_2}{V_p} \rho_p(t)^n. \quad (8)$$

Для воздуха можно положить $\gamma = 1,4$, тогда решение уравнения (8) дается формулой

$$\rho_p(t) = \rho_p(0) \left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{-5}, \quad (9)$$

где $\tau = 5V_p/[b_1 S_c u_c(0)]$; $u_c(0) = [(7/6)RT_p(0)]^{1/2}$; R — газовая постоянная для воздуха (она равна отношению универсальной газовой постоянной к молярной массе воздуха).

Скорость газа в канале определяется из равенств расходов газа в критическом сечении и в канале вблизи сопловой решетки:

$$u(0) = b_1 \left(\frac{S_c}{S} \right) \left[\frac{\rho_p(0)}{\rho(0)} \right] u_c(0). \quad (10)$$

Ниже выводятся условия, которым должны удовлетворять параметры установок, чтобы получающиеся газовые потоки обеспечивали подобие движения транспортируемых частиц. Эти условия далее будут называться условиями подобия.

Из подобия движения частиц и равенств (1), (2) выводятся условия, которым должны удовлетворять отношения скоростей и ускорений частиц, а также характерных времен модели и природы:

$$\frac{w'}{w} = \left(\frac{d'g'}{dg}\right)^{1/2} = m^{1/2}, \quad \frac{a'}{a} = \frac{g'}{g} = 1, \quad \frac{\tau'}{\tau} = \left(\frac{d'g'}{q'd}\right)^{1/2} = m^{1/2}. \quad (11)$$

Когда приравниваются величины модели и природы, зависящие от времени, то равенство понимается не в одинаковые моменты времени, а в соответствующем временном масштабе, т. е. вместо $a(t) = a'(t)$ берется $a(t/\tau) = a'(t/\tau')$.

Из третьего равенства (11), (9) и предположения ж выводится первое условие подобия:

$$m^{1/2} = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{V_p' b S_c}{V_p b' S_c'}. \quad (12)$$

Из второго закона Ньютона для частиц модели и природы и второго равенства (11) следует $F'/(p_*' V_*') = g' + a' = g + a = F/(p_* V_*)$.

Используя (1), (2), (4) и то, что S_* и V_* пропорциональны d^2 и d^3 соответственно, данное равенство приведем к виду

$$C(\text{Re})(u - w)^2 p_*' m = C(\text{Re}')(u' - w')^2 p_*. \quad (13)$$

Пусть скорости газа модели и природы удовлетворяют условиям подобия (11):

$$\frac{u'}{u} = m^{1/2}. \quad (14)$$

Тогда с учетом предположения ϵ для удовлетворения равенства (13) в определенном интервале значений Re достаточно взять для модели и природы частицы одинаковой плотности.

Из (1), (2), (10), (14) и предположения ж имеем второе условие подобия:

$$m^{5/2} = \frac{S_c' b' P_p'(0)}{S_c b P_p(0)}. \quad (15)$$

Для проверки этих условий моделирования были подготовлены две прозрачные геометрически подобные установки. Размеры натурной установки $8 \times 76 \times 200$ см. Сопловая решетка получается равномерным расположением сопел диаметром 0,18 см с общей площадью $8,36 \text{ см}^2$. Размеры модели в 2 раза меньше, размеры сопел сохраняются, а их число уменьшается в 4 раза.

В качестве кусков использовались дубовые цилиндры с высотой, равной диаметру (4 см для природы и 2 см для модели). В каждом эксперименте в канал загружалось 230 кусков.

Газ из ресивера начинал поступать в коллектор после включения электромагнитного клапана.

В экспериментах фиксировалось начальное давление в ресивере по манометру, а также осуществлялась запись статического давления в коллек-

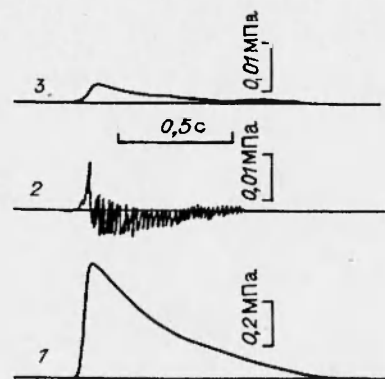


Рис. 1

торе (рис. 1, 2, датчик 1), а для модели — и в канале (рис. 1, датчики 2 и 3, расположенные в нижней и верхней частях канала).

Сигналы с тензометрических датчиков поступали на усилитель и дальше на гальванометры шлейфового осциллографа.

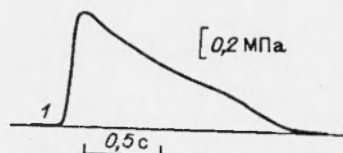


Рис. 2

При замерах каждый датчик использовался с тем же кабелем, каналом усилителя, каналом осциллографа и гальванометром, что и при тарировке. Процесс движения кусков в канале регистрировался на пленку съемкой канала высокоскоростной кинокамерой.

Синхронизация времени подачи газа из ресивера с процессами на кинопленке выполнялась одновременным включением электро-

магнитного клапана и генератора меток, регистрируемых на пленке.

Была проведена серия экспериментов на данных моделях при различных параметрах (менялись объем ресивера и начальное давление газа в нем).

Ниже приводится обоснование предположений а-е:

а) характерное время течения процесса составляет 1 с, поэтому теплообменом между газом и стенками можно пренебречь;

б) согласно [5, с. 107], при адиабатическом истечении скорость газа в канале связана с его температурой покоя формулой

$$T_p - T = 5 \cdot 10^{-4} u^2. \quad (16)$$

Как показывают эксперименты, скорость газа нигде не превышает 50 м/с. Тогда, согласно формуле (16), изменение температуры составит не более 1,25°C (около 0,4 % от ее величины);

в) как видно из осциллограмм давления (рис. 1, 2), частицы успевают пройти канал при перепаде давлений в коллекторе и канале (датчики 1 и 2), обеспечивающем критическое истечение через сопловую решетку;

г) коэффициент b остается постоянным при постоянном объеме ресивера и изменяющемся начальном давлении в нем. При увеличении объема ресивера коэффициент b возрастает, данная зависимость наиболее сильна, если объем подводящей трассы сравним с объемом ресивера;

д) данное предположение подтверждается осциллограммами давления, снимаемыми с датчиков 2 и 3;

е) значения Re , реализуемые в опыте, лежат в пределах от $4 \cdot 10^3$ до $7 \cdot 10^4$, в этих пределах коэффициент сопротивления в (4) остается постоянным.

Таким образом, все предположения, касающиеся истечения газа из ресивера в канал, выполняются; следовательно, можно ожидать подобия движения частиц.

Необходимо сказать еще об одном неявном предположении относительно движения кусков — об одномерности движения. При одних и тех же начальных условиях движение кусков может происходить по-разному, так как начальное распределение кусков на сопловой решетке — величина случайная и не может совпадать в двух разных опытах.

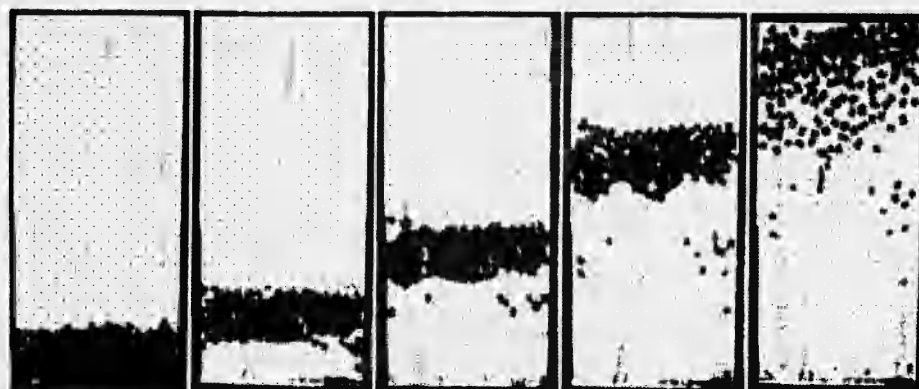


Рис. 3

На рис. 3, 4 демонстрируется движение кусков на натурной и модельной установках соответственно. Первая фотография показывает положение кусков в нулевой момент времени, каждая следующая — в момент времени на 0,025 с больше, чем предыдущая (время отсчитывается в масштабе модели, нулевой момент отвечает началу движения кусков).

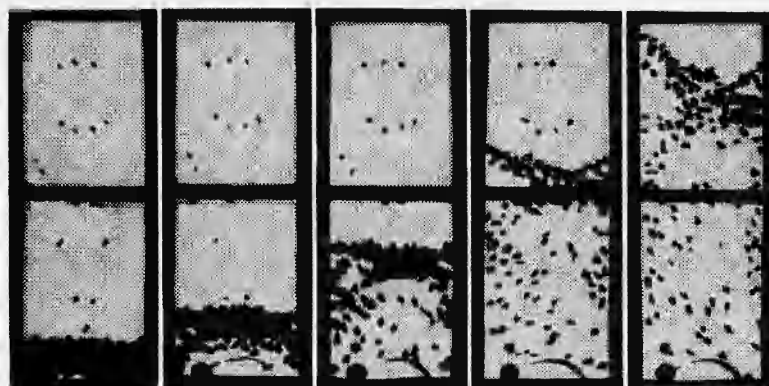


Рис. 4

В таблице приведены результаты тех опытов, в которых наиболее точно удовлетворялись условия подобия.

| Номер опыта | Установка | V_p , л | $P_p(0)$, МПа | P_k (максимальное), МПа | b | Ошибка в удовлетворении условий подобия, % | | Ошибка в определении переднего фронта, % | Отклонение движения кусков от подобия, % |
|-------------|-----------|-----------|----------------|---------------------------|------|--|--------|--|--|
| | | | | | | первое | второе | | |
| 1 | Натура | 60 | 1,6 | 0,68 | 0,42 | 8 | 17 | 5 | 24 |
| 2 | Модель | 15 | 1,0 | 0,53 | 0,53 | | | | |
| 3 | Натура | 80 | 2,1 | 0,86 | 0,41 | 18 | 1 | 1 | 12 |
| 4 | Модель | 15 | 1,15 | 0,61 | 0,53 | | | | |

На рис. 5 показано движение переднего фронта частиц. Время разгона t и пройденный кусками путь x даны в масштабе модели, цифры 1–4 соответствуют номеру опыта в таблице.

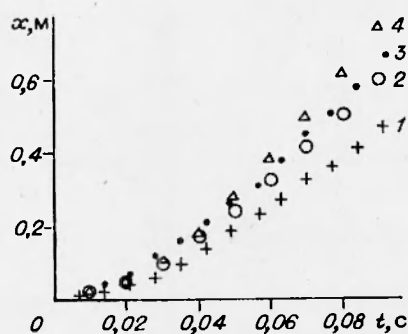


Рис. 5

Так как возможные значения объемов дискретны и коэффициент b зависит от объема ресивера, то условия подобия удовлетворялись с некоторой ошибкой. В силу неоднородности движения кусков, особенно на модели, значительная ошибка допускалась в определении положения переднего фронта. Ориентиром может служить величина наибольшего давления в коллекторе — чем она больше, тем быстрее куски должны разгоняться (при этом все величины должны браться в одном масштабе). Подобная картина наблюдалась во всех опытах, кроме тех, где $V_p = 10$ л. В целом можно заключить, что отклонение от подобия в движении кусков не превышает отклонений от подобия в начальных условиях опыта и ошибок измерений, что видно из таблицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977.
2. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975.
3. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
4. Юрьев Б. Н. Экспериментальная аэродинамика. Л.: Гл. редакция авиац. литры, 1936.
5. Альтшуль А. Д., Киселев П. Г. Гидравлика и аэродинамика. М.: Стройиздат, 1975.

Поступила в редакцию 4/III 1994 г.