2. Рассмотрим случай отсутствия инертной составляющей газа. Тогда в обоих режимах $W_1 = W_2$ и $W_3 = W_4$. В результате получаем следующие соотношения:

$$W_{\mathrm{II}}^2 = \min \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} (2-n)\left[\dfrac{(1-\alpha)\,d_0}{\alpha}\right]^{\nu}\left(\dfrac{1+\sigma}{\beta}\right)^{\nu+1}\exp\left[\dfrac{\alpha^2\beta}{\sigma(1-\alpha)\,d_0}\right]\Gamma\left(\nu+1,\dfrac{\alpha^2\beta}{\sigma(1-\alpha)\,d_0}\right), \\ I_6^{-1}\left(\dfrac{1+\sigma}{\sigma}\right)^{\nu}\dfrac{(1+\sigma)}{\beta}, \end{Bmatrix} \tag{21}$$

$$W_{\mathrm{I}}^2 = \min \begin{Bmatrix} I_1^{-1}\left[\dfrac{2d_0(1+\sigma)}{\sigma}\right]^{\frac{\nu}{2}}\left(\dfrac{1+\sigma}{\beta}\right)^{\frac{\nu}{2}+1}\Gamma\left(\dfrac{\nu}{2}+1\right), \\ I_4^{-1}\left(\dfrac{1+\sigma}{\sigma}\right)^{\nu}\dfrac{(1+\sigma)}{\beta}. \end{Bmatrix} \tag{22}$$

Формулы (21) и (22) соответствуют результатам, полученным в работе [1].

Системы уравнений (6) и (14) решались на ЭВМ методом Рунге — Кутта. Сравнение приближенных формул с точными значениями, полученными в результате вычислений на ЭВМ, приведены в таблице (приближенные значения, полученные по формулам (8)—(13) и (16)—(19), представлены в числителе дроби, здесь же указан номер формулы). Из таблицы видно, что аналитические формулы являются удовлетворительным приближением для вычисления скорости распространения волны горения.

Поступила в редакцию
30/VII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Алдушин, А. Г. Мержанов, Б. С. Сеплярский. ФГВ, 1976, 12, 3, 323.
2. А. П. Алдушин, Б. С. Сеплярский. Теория фильтрационного горения пористых металлических образцов. Препринт ОИХФ. Черноголовка, 1977.
3. Г. Бейтмен, А. Эрдейн. Высшие трансцендентные функции. Т. 1, 2. М., Наука, 1973.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ГОРЕНИИ ПОРОХА В ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ

К. В. Волков, В. А. Сибилев
(Москва)

Рассмотрение горения порохов в замкнутом объеме [1] приводит к следующему дифференциальному уравнению, описывающему зависимость давления продуктов горения от времени:

$$dp = f\Delta/(1-\alpha\Delta)\cdot \varkappa/e_1 \cdot u_1 \cdot S/S_0 p dt, \tag{1}$$

где $f = RT$ — сила пороха; T — температура образующихся при горении газов; $\Delta = \omega/V$ — плотность заряжания; ω — вес пороха; V — объем полости; α — коволюм пороховых газов; $\varkappa$ — коэффициент формы пороха;

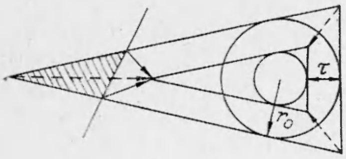

Рис. 1.

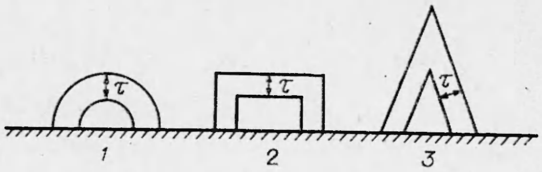

Рис. 2.

e_1 — половина характерной толщины пороха; u_1 — коэффициент в зависимости скорости горения от давления $u = u_1 p$ (случай высоких давлений, характерных для артвыстрела); S_0 и S — начальная и текущая площади поверхности пороха. Таким образом, величина и скорость нарастания давления продуктов горения определяются баллистическими характеристиками f, α, u_1, формой пороха, его размерами и плотностью заряжания. Уравнение (1) сводится к уравнению

$$dp/p = k_0 \cdot S/S_0 \cdot dt, \tag{2}$$

где $k_0 = f\Delta/(1-\alpha\Delta) \cdot \varkappa/e_1 \cdot u_1$. В [1] отмечено, что при изменяющейся поверхности горения пороха дифференциальное уравнение (2) не может быть проинтегрировано. Однако, как будет показано ниже, для некоторых случаев горения уравнение (2) имеет решение в замкнутом виде. Имеются в виду случаи, когда порох обеспечивает «автомодельное» горение (подразумевается подобие формы пороха в любые моменты горения). Будем рассматривать лишь пороха дегрессивной формы (поверхность горения убывает). При автомодельном горении таких порохов поверхность горения стягивается в точку для объемных порохов и в линию для длинных порохов. Длинными будем считать пороха, у которых характерный размер сечения много меньше длины пороха.

Рассмотрим горение порохов в предположении, что справедлив геометрический закон горения (порох однороден, вся поверхность воспламеняется мгновенно, горение происходит параллельными слоями в направлении нормали к поверхности зерна). Обратимся сначала к длинным порохам, поверхность которых стягивается в линию. В [1] найдено точное решение лишь для случая ленточного пороха с постоянной площадью горения. При геометрическом законе горения, когда фронт горения распространяется строго по нормали к поверхности горения, вершины углов многоугольника в сечении длинного прутка пороха перемещаются по биссектрисам этих углов. На рис. 1 для примера изображено сечение треугольного профиля, $\tau = u_1 \int_0^t p dt$ — толщина слоя, сгоревшего к моменту времени t.

Если сечение прутка пороха — выпуклый многоугольник, то горение будет автомодельным, если все биссектрисы его углов пересекаются в одной точке. Нормали к сторонам этого многоугольника, проведенные из этой точки, равны между собой и являются радиусами вписанного круга. Поэтому высказанное утверждение можно перефразировать так: горение длинного пороха автомодельно, если в его сечение можно вписать окружность.

Примерами таких сечений могут служить: все правильные многоугольники (в пределе круг), произвольный треугольник, ромб, четырехугольник с равными суммами противоположных сторон и т. д. Произвольный выпуклый многоугольник в сечении длинного пороха может тоже стянуться в точку, но не автомодельно: при этом число его сторон при горении будет уменьшаться до тех пор, пока не останется многоугольник, стягивающийся в точку автомодельно. Это можно видеть на примере треугольника с одним срезанным углом (см. рис. 1). У выпуклого многоугольника, не стягивающегося в точку, обязательно должны быть две длинные взаимно параллельные стороны. В этом случае многоугольник в сечении стягивается в отрезок прямой.

Когда зерно пороха имеет существенно конечные размеры по всем направлениям и нет основания считать какой-либо размер бесконечным, порох следует рассматривать как объемное тело. В этом случае получается аналогичный вывод: если в выпуклое тело, ограниченное плоскими поверхностями, поверхностями вращения с прямолинейными образующими (например, круговые цилиндр, конус и т. д.) или их комбинациями, можно вписать шар, то такое тело при горении стягивается в точку автомодельно. К таким телам относятся: шар, правильные многогранники, конус, двойной конус, цилиндр с высотой, равной диаметру основания.

На рис. 2 приведены некоторые упомянутые тела с флегматизацией одной из их плоскостей (*1* — полушар, *2* — цилиндр с $R = H$, *3* — конус). Выпуклые тела, в которые нельзя вписать шар, стягиваются либо в точку, но не автомодельно (автомодельно на последней стадии горения), либо в отрезок прямой (например, правильные призмы), либо в часть плоскости (например, плоская лента конечной длины). Ниже рассматривается горение порохов только тех форм, которые обеспечивают автомодельное горение. Для длинных прутков пороха площадь поверхности горения

$$S_r = Pl,$$

где P — периметр поперечного сечения; l — длина прутка (принимаемая постоянной). Периметр — величина линейная, пропорциональная радиусу r круга, вписанного в сечение прутка. В любой момент времени t

$$r = r_0 - \tau.$$

Здесь r_0 — радиус круга, вписанного в исходное сечение; τ — толщина сгоревшего слоя. Таким образом,

$$S_r = A(r_0 - \tau)l,$$

где A — коэффициент пропорциональности между радиусом круга, вписанного в сечение прутка, и периметром сечения, зависящей от формы сечения. При $t = 0$ $S_r = S_{0r}$, $S_{0r} = Ar_0l$, откуда

$$S_r = S_{0r}(r_0 - \tau)/r_0 = S_{0r}(1 - \tau/r_0). \tag{3}$$

Для объемных тел

$$S_R = S_{0R}(1 - \tau/R_0)^2 \tag{4}$$

(R_0 — радиус вписанного шара).

Перейдем непосредственно к решению уравнения (2) для случаев, когда площадь горения имеет вид (3) и (4). Рассмотрим случай (3). Уравнение (2) принимает вид

$$dp/p = k_0(1 - \tau/r_0)dt. \tag{5}$$

Введем переменную $y = 1/p \cdot dp/dt$ ($y \geqslant 0$, так как давление при горении пороха в замкнутом объеме может только расти). Из уравнения (5) получим

$$y = k_0(1 - \tau/r_0),$$

откуда

$$\tau = (k_0 - y)r_0/k_0. \tag{6}$$

Подставляя значение $\tau = u_1 \int\limits_0^t pdt$ и дифференцируя (6) по t, получим

$$ydy = -k_0u_1/r_0dp. \tag{7}$$

Проинтегрировав (7) и определив постоянную интегрирования из условия: $t=0$, $p=p_0$, $y_0=k_0$, получим

$$y=\sqrt{k_0^2-2k_0/r_0u_1(p-p_0)}. \tag{8}$$

Обозначим $\sqrt{k_0^2-2k_0/r_0u_1(p-p_0)}=v$. Уравнение (8) преобразуется к виду $dt=-2dv/(b_1^2-v^2)$, где $b_1=\sqrt{k_0^2+2k_0/r_0u_1p_0}$. Его решение

$$t-t_0=-1/b_1\cdot\ln[(b_1+v)/(b_1-v)]. \tag{9}$$

Постоянная t_0 находится из условия: $t=0$, $p=p_0$, $v=k_0$

$$t_0=1/b_1\cdot\ln[(b_1+k_0)/(b_1-k_0)], \tag{10}$$

так что

$$t=1/b_1\cdot\ln[(b_1+k_0)(b_1-v)/(b_1+v)(b_1-k_0)].$$

Для нахождения максимального давления, достигаемого к концу горения, обратимся к выражению (5). Поскольку давление есть конечная величина, то в этой стадии $dp/dt\to 0$, поэтому максимальное давление можно найти из условия $dp/dt=0$. Из (8) имеем $dp/dt=pv$. Поскольку $p\neq 0$, производная обращается в нуль при $v=0$ и

$$p_{\max}=p_0+k_0r_0/2u_1. \tag{11}$$

Из выражения (9) следует, что полное время горения (время достижения $p_{\max}$) равно t_0, определяемому выражением (10).

Когда площадь горения определяется выражением (4), уравнение (2) принимает вид

$$dp/p=k_0(1-\tau/R_0)^2dt$$

и решается так же, как (5). В результате получаем

$$t_0-t=\left(3/\sqrt[3]{k_0}\right)b_2^2\{(1/6)\cdot\ln\left[\left(b_2^2+b_2v+v^2\right)/(b_2-v)^2\right]+\left(1/\sqrt{3}\right)\cdot\operatorname{arctg}[(2v+$$

$$+b_2)/\sqrt{3}b_2]\}. \tag{12}$$

Максимальное давление, достигаемое к концу горения, находится также из условия $v=0$:

$$p_{\max}=p_0+k_0R_0/3u_1. \tag{13}$$

Полное время горения до достижения $p_{\max}$

$$t_{\text{п}}=t_0-\pi/2/\sqrt{3}b_2^2\cdot\sqrt[\varepsilon]{k_0}.$$

Если подставить выражение $k_0=f\Delta/(1-\alpha\Delta)\cdot\varkappa/e_1\cdot u_1$ в (11) и (13) и учесть, что характерная полутолщина пороха e_1 равна радиусу круга, вписанного в сечение длинного пороха, или радиусу вписанного шара в случае порохов в виде объемных зерен, получим выражение

$$p_{\max}=p_0+f\Delta/(1-\alpha\Delta)\cdot\varkappa/n,\quad n=2;\ 3,$$

которое соответствует формуле Шишкова — Нобля [1] для $p_{\max}$ при принятии общего положения: коэффициент формы $\varkappa=2$ для прутковых порохов и $\varkappa=3$ для порохов в виде объемных зерен, что, в общем, соответствует эмпирическим данным [1].

Известно [1], что для дегрессивных форм пороха зависимость имеет точку перегиба, в которой $d^2p/dt^2=0$, $d^2t/dp^2=0$. Пользуясь полученным решением для пруткового пороха, легко показать, что давление в точке перегиба составляет 2/3 от максимального давления независимо от формы прутка пороха. От последней в этом случае зависит только время достижения точки перегиба.

Поступила в редакцию
26/IX 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Е. Серебряков. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. М., Оборонгиз, 1962.

О ГОРЕНИИ ПОЛИМЕРОВ В ПОЛЕ ПЕРЕГРУЗОК

А. Д. Марголин, В. Г. Крупкин

(Москва)

Инерционные перегрузки в определенных условиях существенно влияют на устойчивость и скорость горения различных конденсированных и газовых систем [1—5]. Известно, что под действием повышенных ускорений происходит срыв горения полимеров и горючих жидкостей в окислительной атмосфере [6, 7]. В настоящей работе проведено исследование влияния ускорений на пределы горения полимеров и скорость распространения пламени по их поверхности. Перегрузки в опытах достигали 150 g, содержание кислорода в смеси с азотом в окислительной атмосфере изменялось от 10 до 95%. Изучалось горение образцов полиметилметакрилата (ПММА), бумаги (целлюлозы), поливинилхлорида (ПВХ), целлулоида.

Методика экспериментов

Эксперименты проводились на центрифуге — цилиндрической камере диаметром 40 см, объемом 10 л. Камера откачивалась с помощью форвакуумного насоса до давления 10 торр, а затем заполнялась окислительной атмосферой ($N_2 + O_2$) с необходимым содержанием кислорода. Центрифуга приводилась во вращение с помощью электродвигателя. Для обеспечения вращения атмосферы внутри камеры устанавливались радиальные лопасти. Образцы полимера (цилиндрические стержни ПММА и ПВХ, полоски целлулоидной пленки и бумаги, закрепленные в специальных рамках) располагались в камере в радиальном направлении. Поджигание осуществлялось с помощью нихромовой спирали. Масса образца подбиралась таким образом, чтобы во время опыта содержание кислорода в атмосфере уменьшалось не более чем на 2%.

На крышке камеры располагались смотровые окна, через которые можно наблюдать и фотографировать процесс горения. Скорость распространения пламени по поверхности полимера и качественная картина процесса определялись по фотокадрам. Все опыты проводились при атмосферном давлении.

Результаты опытов

Качественную картину горения полимеров при повышенных ускорениях рассмотрим на примере горения стержня ПММА. При распространении пламени в направлении от центра (что соответствует горению «сверху вниз» в нормальных условиях) газовый факел отклоняется от радиального направления в сторону вращения центрифуги из-за кориолисова ускорения.

В нормальных условиях (при ускорении $a = 1g$) цвет факела пламени изменяется от бледно-голубого вблизи передней кромки пламени до светящегося желтого в верхней части. Увеличение перегрузок приводит к уменьшению высоты факела в целом и к уменьшению его све-