

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ТРУБЕ ДРЕЙФА
В КОНЕЧНОМ ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Н. И. Саблин, Т. А. Солод, Г. П. Фоменко

(Томск)

В работе методом «трубок тока» решается задача численного моделирования стационарного аксиально-симметричного РЭП в трубе дрейфа в конечном внешнем продольном магнитном поле. Геометрия задачи и алгоритмы ее решения описаны в [1].

В [1] в предположении бесконечного внешнего продольного магнитного поля моделировался РЭП, для которого в этом случае характерны только продольное движение и несущественность влияния собственного магнитного поля B^c . В конечном внешнем магнитном поле B^B движение РЭП определяется тремя компонентами скорости и требует учета влияния на РЭП всех компонентов B^c . Кроме того, немаловажное значение для анализа внутренней структуры пучка имеет значение соотношения величин и характера распределений компонентов B^c .

Математическая модель состоит из системы уравнений Максвелла и уравнений движения релятивистских электронов в вакууме:

$$(1) \quad \nabla^2 \varphi = -4\pi\rho, \quad E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2} = -\frac{4\pi}{c} j_\theta,$$

$$B_r^c = -\frac{\partial A_\theta}{\partial z}, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_\theta^c = \frac{4\pi}{c} j_z, \quad B_z^c = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r A_\theta,$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{e}{m_0} \mathbf{E} + \frac{e}{m_0 c} \frac{[\mathbf{p}, \mathbf{B}]}{(1 + p^2/c^2)^{1/2}}, \quad \mathbf{p} = \mathbf{v}/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

с нулевыми граничными условиями

$$(2) \quad \varphi, A_\theta|_{z=0,L} = 0; \quad \varphi, A_\theta|_{r=R} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0,$$

где $\mathbf{B} = \mathbf{B}^B + \mathbf{B}^c$; $\mathbf{B}^B = (0, 0, B_z^B)$; $\mathbf{B}^c = (B_r^c, B_\theta^c, B_z^c)$.

Значения плотностей тока и объемного заряда, замыкающие систему (1), (2), рассчитываются методом «трубок тока». Тот факт, что система уравнений (1) в явной форме не содержит радиальную составляющую плотности тока j_r , является следствием аксиальной симметрии задачи и принятого способа ее решения (метод «трубок тока»). Построенное этим методом решение должно автоматически удовлетворять уравнению $\text{div} \mathbf{j} = 0$, и это соотношение использовалось нами для контроля правильности счета.

Заряд q_k^t в отличие от [1] сосредоточен в объеме V_k^t , ограниченном цилиндрическими поверхностями с радиусами $r = \min \{r_{k-1}^t, r_{k+1}^{t+1}\}$, $r = \max \{r_{k+1}^t, r_{k-1}^{t+1}\}$ и плоскостями $z = z_k^t$, $z = z_k^{t+1}$.

Компоненты плотности тока j_θ и j_z вычисляются по формуле $j_{xij} = \rho_{ij} v_{xij}$, где $v_{xij} = \sum V_{kij}^t (v_{xk}^t + v_{xk}^{t+1}) / 2 \sum V_{kij}^t$; $x = \theta, z$; v_{xij} — соответствующий компонент скорости \mathbf{v}_{ij} .

Как и в [1], для решения задачи (1), (2) использован метод релаксации объемного заряда в виде

$$(3) \quad \Delta_h \varphi^{s+1} = -4\pi \rho^s, \quad \rho^{s+1} = \omega_s \hat{\rho}^{s+1} + (1 - \omega_s) \rho^s, \quad s = 0, 1, 2, \dots,$$

где Δ_h — разностный аналог оператора Лапласа; ω_s — последовательность релаксационных параметров; $\hat{\rho}^{s+1}$ — плотность объемного заряда, восстановленная в каждом из узлов сетки $\bar{\omega}_h$, с помощью метода размазывания по площадям для $\varphi = \varphi^{s+1}$. Для ускорения сходимости итерационного процесса и для того, чтобы пучок при входном токе I_+ , большем предельного, быстрее принимал известную форму «стакана», на первых приближениях выбирается $\omega_s = 0,3$, затем величина ω_s резко уменьшается до 0,01.

Расчеты проведены при различных значениях входного тока I_+ и B_z^B , причем всюду в расчетах радиус трубы дрейфа $R = 4,6$ см, а электронный пучок инжектируется с равномерной плотностью тока и имеет начальный радиус $r_b = 2$ см. При допредельном для данной геометрии значении $I_+ = 7$ кА и $B_z^B = 3$ кГс итерационный процесс сходится за 6 итераций при $\omega_s = 1$. Для входного тока выше предельного ($I_+ = 20$ кА) задача решена при $B_z^B = 3; 5$ кГс, длине трубы $L = 20; 30$ см, кинетической энергии входного пучка $W_+ = 1$ МэВ. При $B_z^B = 5$ кГс, $L = 20$ см итерационный процесс (3) устанавливается за 27 итераций, и далее ток на выходе трубы дрейфа колеблется в пределах $6,7 \text{ кА} \leq I_- \leq 7,1 \text{ кА}$. С уменьшением внешнего магнитного поля ($B_z^B = 3$ кГс) усиливается неустойчивость задачи, и при $L = 30$ см итерационный процесс (3) не сходится — наблюдаются большие колебания выходного тока I_- . При $L = 20$ см итерационный процесс также не сходится, хотя амплитуда колебания I_- уменьшилась, что можно объяснить незначительным увеличением предельного тока.

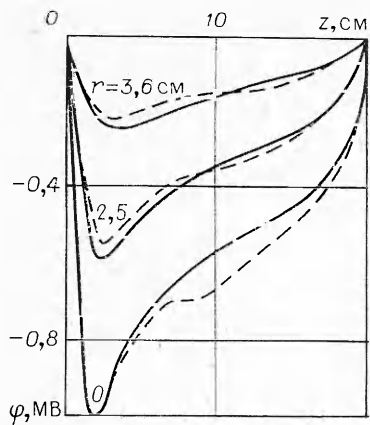
При заданных входных параметрах одной из причин неустойчивости итерационного процесса (3) является моноэнергетичность входного пучка, что приводит к появлению особенности функции $\rho(r, z)$ в области виртуального катода. В связи с этим даже незначительные изменения плотности ρ^s вызывают большие колебания I_- , т. е. задача становится неустойчивой (некорректной по А. Н. Тихонову — нарушается третье условие корректности [2]). Особенность функции $\rho(r, z)$, очевидно, можно сгладить, если задать функцию распределения I_+ по продольным или поперечным скоростям.

Пусть, например, задана функция распределения по продольным скоростям. Разобьем I_+ на n энергетических групп так, чтобы $I_+ = \sum_{i=1}^n \alpha_i I_{+i}$, где α_i — веса, определяемые энергетическим распределением $\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \right)$.

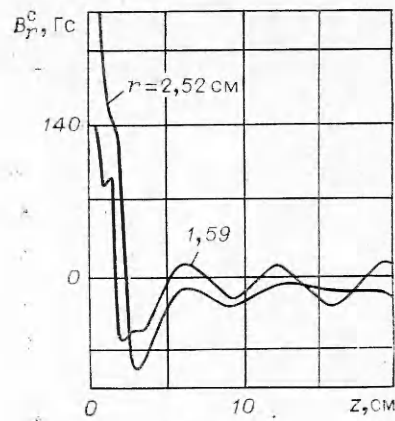
Теперь из каждой точки плоскости $z = 0$, являющейся начальной координатой трубки тока, будем испускать не одну, а n трубок с током $\alpha_i I_{+i}^h$ (I_{+i}^h — ток k -й трубки) и с $\beta_i = v_{zi}/c$, соответствующими i -й энергетической группе. В этом случае область виртуального катода расширяется, уменьшается величина градиента функции $\rho(r, z)$, что приводит к снижению порядка ее особенности.

С целью приближения структуры пучка к более реальной и иллюстрации приведенных выше рассуждений был промоделирован электронный пучок при $B_z^B = 3$ кГс, $L = 20$ см с близким к реальному энергетическим разбросом, не превышающим 10% от W_+ , со следующими параметрами: $\alpha_1 = 0,03$, $\alpha_2 = 0,15$, $\alpha_3 = 0,32$, $\alpha_4 = 0,5$, $\beta_1 = 0,914$, $\beta_2 = 0,927$, $\beta_3 = 0,942$, $\beta_4 = 0,945$, $v_r, v_\theta = 0$. В качестве начального приближения для итерационного процесса (3) приняты результаты расчетов без учета функции распределения I_+ по продольным скоростям. При этом сходимость процесса (3) достигнута за 15 итераций, выходной ток $I_- \approx 8,5$ кА.

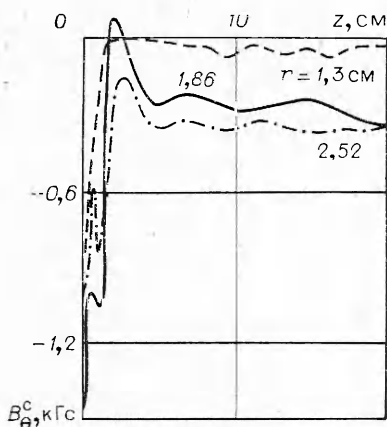
Результаты решения задачи (1), (2) при входном токе $I_+ = 20$ кА представлены на фиг. 1—5. На фиг. 1 приведены графики φ для $B_z^B = 3$ кГс (сплошные линии) и 5 кГс (штриховые линии). На фиг. 2—4 даны для



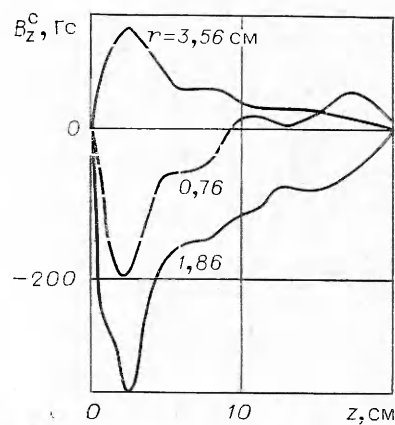
Фиг. 1



Фиг. 2

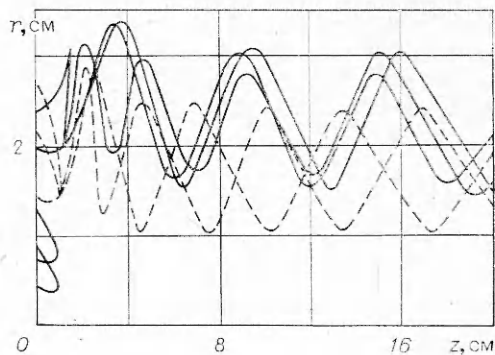


Фиг. 3



Фиг. 4

$B_z^B = 3$ кГс графики B_r^c , B_θ^c , B_z^c . Из фиг. 1—4 видно, что величины ϕ и компонент \mathbf{B}^c достигают экстремальных значений в области виртуального катода, при этом наибольшие значения $B_\theta^c \approx 1,4$ кГс, $B_z^c \approx 0,35$ кГс. Характер изменения компонентов собственного магнитного поля показывает, что наиболее существенно влияние \mathbf{B}^c на РЭП в области виртуального катода, а за виртуальным катодом его влияние практически несущественно. Азимутальная составляющая собственного магнитного поля B_θ^c оказывает значительное фокусирующее влияние на РЭП, особенно на входе в дрейфовое пространство, где $E_r \approx 0$. Это показано на фиг. 5, где приведены характерные траектории «трубок тока» — вблизи плоскости инжекции траектории направлены к оси симметрии. Продольная составляющая B_z^c имеет знак, противоположный знаку B_z^B , что увеличивает циклотронный радиус электронов. На фиг. 5 также показано, что из-за образования виртуального катода часть траекторий возвращается на плоскость $z = 0$. Средние значения выходных токов I_{\dots} , полученные в



Фиг. 5

результате расчетов, согласуются с экспериментальными измерениями [3].

Из результатов проведенных расчетов следует, что при численном моделировании стационарного состояния РЭП с входными токами выше предельных в металлических трубах дрейфа при $B_z^0 \geq 5$ кГс можно рекомендовать производить расчеты с моноэнергетическими входными РЭП, в противном случае для обеспечения устойчивости итерационного процесса (3) необходимо использовать энергетическое или угловое распределение входного тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саблин Н. И., Солод Т. А. Численное моделирование релятивистского электронного пучка в металлической трубе дрейфа. — ПМТФ, 1981, № 5.
2. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.
3. Диденко А. Н., Жерлицын А. Г. и др. Экспериментальное исследование генерирования гигаваттных СВЧ-импульсов наносекундной длительности. — Физика плазмы, 1976, т. 2, № 3.

Поступила 20/III 1984 г.

УДК 533.9

ОТКЛОНЕНИЕ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. И. Баткин, С. П. Кухарук, О. Я. Савченко
(Новосибирск)

Исследование плазменной струи, выбрасываемой из анодного отверстия водородного дугового источника плазмы [1—3], показало наличие у протонов струи сравнительно большой продольной энергии (40—90 эВ) [4]. В данной работе приводится новый способ определения продольной энергии по повороту этой плазменной струи в поперечном магнитном поле. Рассмотрим движение плазменной струи с полным током I и протонным током I_p в поперечном магнитном поле H . Масса единицы длины M связана с I_p и продольной скоростью V протонов формулой $M \simeq m_p I_p / eV$. При действии на единицу длины такой струи магнитной силы $F = IH/c$ она образует дугу радиуса $R = MV^2/F$. Когда детектор струи находится в плоскости, удаленной от начала струи на L (фиг. 1), радиус R определяется через отклонение струи Y : $R = (L^2 + Y^2)/2Y$. Поэтому энергию продольного движения протонов можно определить по трем наблюдаемым величинам I , I_p и Y :

$$(1) \quad \frac{1}{2} m_p V^2 \simeq \frac{1}{2} m_p \left(\frac{ReHI}{m_p I_p c} \right)^2 = \frac{1}{8} m_p \left(\frac{eH}{m_p c} \right)^2 \left(\frac{I}{I_p} \right)^2 \left(\frac{L^2 + Y^2}{Y} \right)^2.$$

Отклонение струи Y определяется по токовым сигналам с 15 параллельных независимых зондов, выполненных из золоченых вольфрамовых проволок диаметром 30 мкм и длиной 40 мм, которые были подсоединены к системе диагностики пучка [5]. Эти зонды расположены на расстоянии 7 мм друг от друга в плоскости, которая удалена от анодного отверстия на расстояние $L = 80$ мм. Отклонение можно фиксировать только в случае, когда профиль струи достаточно полно вырисовывается по зондовым сигналам. Такие узкие профили наблюдаются или при малых давлениях газа в затворе [6], импульсно напускающем газ в дуговой канал, или при малых задержках запуска дуги по отношению к запуску газа, т. е. когда плазменная струя слабо рассеивается на газе, вытекающем из анодного отверстия. Насколько сильно рассеяние расширяет струю, иллюстрирует фиг. 2, где приводятся два профиля плазменной струи, рожденных дугой с током 270 А при расходе $2 \cdot 10^{17}$ молекул газа в импульсе (узкий про-