камеры, т. е. от $g = G_2 / G$, где $G = G_1 + G_2$ (см. фиг. 3). Поэтому для таких геометрически подобных плазматронов критериальное уравнение должно записываться в виде

$$\psi = \psi\left(\frac{c_4 I}{d_2};\ \frac{c_2 G}{d_2},\ \frac{c_3}{pd_2},\ \frac{G_2}{G}\right) \tag{10}$$

Для проверки возможности обобщения вольт-амперных характеристик в двукамерных плазматронах в виде (10) были проведены систематические измерения. При работе на аргоне были приняты следующие отношения: $d_1 / d_2 = 1.4$, $l_1 / d_1 = 6$, $l_2 / d_2 = 16$. Здесь l_1 и l_2 — соответственно длины электродов *1* и *2*. Эксперименты проводились при постоянном значении g ($g = 0.77 - 0.80$), и поэтому для обобщения данных для такого частного случая может быть использовано уравнение вида (4). Обработка данных показала, что и в этом случае имеется заметное расслоение зависимости lg u от lg i по значениям G / d_2 и pd_2. Полученная формула для напряжения дуги в аргоне при прямой полярности, пренебрегающая второстепенными для этого случая особенностями вольт-амперных характеристик, имеет вид

$$U_g = 180 I^{-0.23} G^{0.33} d_2^{0.30} \text{в}$$

$$90 < i < 500 \ \text{а см}^{-1}, \qquad 7 < G/d_2 < 33 \ \text{г сек}^{-1}\text{см}^{-1} \tag{11}$$

$$0.8 < d_2 < 5 \ \text{см}, \qquad p = 10 \ \text{н см}^{-2}, \qquad 50 < I < 2600 \ \text{а}$$

На фиг. 4 приведено сравнение формулы (11) с экспериментом, где $\varphi = I^{-0.23} G^{0.33} d_2^{0.30}$, и сплошная линия определена по (11). Как видно из графика, максимальное отклонение экспериментальных точек от формулы (11) не превышает $\pm 15\%$. Это подтверждает вывод о возможности критериального обобщения вольт-амперных характеристик дуги в двукамерных плазматронах в широком диапазоне изменения тока, расхода и размеров плазматрона.

Вышеизложенные материалы показывают, что при данном уровне знаний о процессах в одно- и двукамерных плазматронах вихревой схемы метод обобщенных характеристик является эффективным средством для оценки параметров плазматронов при их проектировании.

Поступила 12 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Даутов Г. Ю., Жуков М. Ф. Некоторые обобщения исследований электрических дуг. ПМТФ, 1965, № 2.
2. Sherman C., Yos J. M. Scaling laws for electric arcs subject to forced convection. J. Appl. Phys., 1961, vol. 32, No. 4.
3. Финкельнбург В., Меккер Г. Электрическая дуга и термическая плазма, Изд. иностр. лит., 1961.
4. Кутателадзе С. С., Ясько О. И. Обобщение характеристик электродуговых подогревателей. Инж. физ. ж., 1964, № 4.
5. Воронин Б. Д., Золотов Б. В., Смелянский М. Я., Цирлин А. М., Цишевский В. П. Некоторые результаты исследования работы высоковольтного электродугового нагревателя водорода со стабилизацией дуги газовым потоком. Научно-техн. сб. «Электротермия», 1963, № 5.
6. Даутов Г. Ю., Жуков М. Ф., Смоляков В. Я. Исследование плазматрона с воздушной стабилизацией дуги. ПМТФ, 1961, № 6.
7. Eschenbach R. C., Bryson D. A., Sargent H. B., Sarlitto R. J., H. H. Troue. Characteristics of high voltage vortex-stabilized arc heaters. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1965, vol. NS-11, No. 1.

МОМЕНТЫ ИНТЕГРАЛА СТОЛКНОВЕНИЙ ДЛЯ МАКСВЕЛЛОВСКИХ МОЛЕКУЛ

В. Д. Перминов, О. Г. Фридлендер

(Москва)

При решении различных задач кинетической теории газов часто используют максвелловскую модель взаимодействия между молекулами (сила отталкивания g обратно пропорциональна пятой степени расстояния между молекулами).

Этот закон взаимодействия значительно упрощает структуру интеграла столкновений и, в частности, позволяет вычислять в конечом виде моменты этого интеграла, которые необходимо знать при решении задач кинетической теории газов моментными методами. Ниже приводятся моменты четвертого и пятого порядков интеграла столкновений для максвелловских молекул.

Методы вычисления моментов и формулы для низших моментов можно найти в работах [1-3].

Введем следующие обозначения для плотности, n-го момента функции распределения и давления соответственно:

$$\rho = mn = m \int F(\mathbf{x}, \xi, t)\, d\xi, \quad M_{i_1 \ldots i_n} = m \int c_{i_1} \ldots c_{i_n} F(\mathbf{x}, \xi, t)\, d\xi, \quad M_{nn} = 3p$$

Здесь $F(\mathbf{x}, \xi, t)$ — функция распределения, m — масса молекул

$$c_i = \xi_i - u_i, \qquad u_i = \frac{1}{n} \int \xi_i F(\mathbf{x}, \xi, t)\, d\xi$$

Пусть

$$C(Q) = \int_{\infty} d\xi \int_{\infty} d\xi_1 \int_0^{\infty} b\, db \int_0^{2\pi} d\varepsilon\, \delta Q F F_1 V \quad (\delta Q = Q_1' + Q' - Q_1 - Q, \quad Q_1' = Q(\xi_1'))$$

В этих обозначениях имеем

$$m^2 C(c_i c_j c_k c_l) = -\sqrt{G/2m}\, A_2 [7\rho M_{ijkl} + 3M_{(ij}M_{kl)} - 3\rho M_{mm(ij}\delta_{kl)} - 9pM_{(ij}\delta_{kl)}] +$$
$$+ \sqrt{G/2m}\, {}^1/_{16} A_4 [35\rho M_{ijkl} + 105 M_{(ij}M_{kl)} - 30\rho M_{mm(ij}\delta_{kl)} - 90pM_{(ij}\delta_{kl)} -$$
$$- 60M_{m(i}\delta_{jk}M_{l)m} + 3\rho M_{mmnn}\delta_{(ij}\delta_{kl)} + 27p^2\delta_{(ij}\delta_{kl)} + 6M_{mn}M_{mn}\delta_{(ij}\delta_{kl)}] \tag{1}$$

$$m^2 C(c_i c_j c_k c_l c_m) = -\sqrt{G/2m}\, A_2 [10\rho M_{ijklm} + 5M_{(ij}M_{klm)} - 5\rho M_{nn(ijk}\delta_{lm)} -$$
$$- 15pM_{(ijk}\delta_{lm)}] + \sqrt{G/2m}\, {}^5/_{32} A_4 [35\rho M_{ijklm} + 70M_{(ij}M_{klm)} - 30\rho M_{nn(ijk}\delta_{lm)} -$$
$$- 90pM_{(ijk}\delta_{lm)} - 60M_{n(i}\delta_{jk}M_{lm)n} + 30M_{nn(i}M_{jk}\delta_{lm)} + 3M_{ppnn(i}\delta_{jk}\delta_{lm)} +$$
$$+ 18pM_{nn(i}\delta_{jk}\delta_{lm)} + 12M_{pn}M_{pn(i}\delta_{jk}\delta_{lm)} - 12M_{ppn}M_{n(i}\delta_{jk}\delta_{lm)}] \tag{2}$$

Здесь скобки, охватывающие некоторую группу из s индексов, означают сумму по $s!$-перестановкам из этих индексов, деленную на $s!$, а повторяющиеся индексы — суммирование по ним. Постоянные A_2 и A_4 определяются выражениями

$$A_2 = \sqrt{m/2G}\, V\pi \int_0^{\infty} \sin^2 2\theta b\, db = 1.3694, \qquad A_4 = \sqrt{m/2G}\, V\pi \int_0^{\infty} \sin^4 2\theta b\, db = 0.8649$$

Величина G — коэффициент в законе взаимодействия $g = Gr^{-5}$, а параметры столкновения b и $2\theta - \pi$ — соответственно прицельное расстояние и угол отклонения относительной скорости $\mathbf{V}$. Для удобства приведем аналогичные формулы, выраженные через сферические моменты и коэффициенты Эрмита функции распределения.

В обозначениях работы [2] формулы (1), (2) запишутся в виде

$$mC(c^4) = -\frac{2}{3}\frac{n}{\rho} B_2 \left[\rho P_{4|} - 15p^2 + P_{ij}P_{ij}\right] \tag{3}$$

$$mC(c^2 Y_{ij}) = -\frac{7}{6}\frac{n}{\rho} B_2 \left\{\rho P_{2|ij} - pP_{ij} + \frac{4}{7}\left[P_{ik}P_{kj} - \frac{1}{3} P_{kl}P_{kl}\delta_{ij}\right]\right\} \tag{4}$$

$$mC(Y_{ijkl}) = -\frac{1}{4} n (6B_2 + B_4) P_{ijkl} + \frac{3n}{4\rho}(2B_2 - B_4)\Big[P_{(ij}P_{kl)} -$$
$$- \frac{4}{7} P_{m(i}\delta_{jk}P_{l)m} + \frac{2}{35} P_{mn}P_{mn}\delta_{(ij}\delta_{kl)}\Big] \tag{5}$$

$$mC(c^4 Y_i) = -\frac{n}{\rho} B_2 \left[\rho P_{4|i} - \frac{28}{3} ph_i + \frac{2}{3} P_{ijk}P_{jk} + \frac{28}{15} P_{ij}h_j\right] \tag{6}$$

$$mC(c^2 Y_{ijk}) = -\frac{n}{14}(19B_2 + 2B_4) P_{2|ijk} - \frac{9n}{7\rho}(B_2 - B_4) pP_{ijk} - \frac{3n}{14\rho}(8B_2 - B_4) \times$$
$$\times \left[P_{l(i}P_{jk)l} - \frac{2}{5} P_{lm}P_{lm(i}\delta_{jk)}\right] + \frac{9n}{35\rho}(13B_2 - 6B_4)\left[h_{(i}P_{jk)} - \frac{2}{5} h_l P_{l(i}\delta_{jk)}\right] \tag{7}$$

$$mC(Y_{ijklm}) = -\frac{5n}{8}(2B_2 + B_4) P_{ijklm} +$$
$$+ \frac{5n}{84\rho}(2B_2 - B_4)\left[21P_{(ij}P_{klm)} + 2P_{pn}P_{pn(i}\delta_{jk}\delta_{lm)} - 14P_{n(i}\delta_{jk}P_{lm)n}\right] \tag{8}$$

Здесь параметры B_2 и B_4 связаны с A_2, A_4 следующим образом:

$$B_2 = 3A_2 \sqrt{G/2m} = 3\sqrt{G/2m}\,1.369, \quad B_4 = \sqrt{G/2m}\,(10A_2 - {}^{35}/_4 A_4) = 2\sqrt{G/2m}\,3.06^3$$

В обозначениях работы [3] те же формулы имеют вид

$$mJ_{ijkl}^{(4)} = -B_1\rho\,[14a_{ijkl}^{(4)} - 6a_{mm(ij}^{(4)}\delta_{kl)} + 6a_{(ij}^{(2)}a_{kl)}^{(2)}] + B_3\rho\,[35a_{ijkl}^{(4)} - 30a_{mm(ij}^{(4)}\delta_{kl)} +$$
$$+ 3a_{nnmm}^{(4)}\delta_{(ij}\delta_{kl)} + 105a_{(ij}^{(2)}a_{kl)}^{(2)} - 60a_{m(i}^{(2)}\delta_{jk}a_{l)m}^{(2)} + 6a_{nm}^{(2)}a_{nm}^{(2)}\delta_{(ij}\delta_{kl)}] \qquad (9)$$

$$mJ_{ijklm}^{(5)} = -10B_1\rho\,[2a_{ijklm}^{(5)} + a_{(ij}^{(2)}a_{klm)}^{(3)} - a_{nn(ijk}^{(5)}\delta_{lm)}] +$$
$$+ {}^1/_2 B_3\rho\,[175a_{ijklm}^{(5)} + 350a_{(ij}^{(2)}a_{klm)}^{(3)} - 150a_{nn(ijk}^{(5)}\delta_{lm)} - 300a_{n(i}^{(2)}\delta_{jk}a_{lm)n}^{(3)} +$$
$$+ 150a_{nn(i}^{(3)}a_{jk}^{(2)}\delta_{lm)} + 15a_{ppnn(i}^{(5)}\delta_{jk}\delta_{lm)} + 60a_{pn}^{(2)}a_{pn(i}^{(3)}\delta_{jk}\delta_{lm)} - 60a_{ppn}^{(3)}a_{n(i}^{(2)}\delta_{jk}\delta_{lm)}] \qquad (10)$$

Здесь

$$B_1 = {}^1/_2 mA_2\sqrt{G/2m}, \qquad B_3 = {}^1/_{16} mA_4\sqrt{G/2m}$$

Формулы (3) — (7) можно найти в работе [2] (в формуле (6) там допущена ошибка, а коэффициент B_4 вычислен неправильно).

Поступила 18 II 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Maxwell J. C. On the dynamical theory of gases. Phil. Trans. Roy. Soc. London, v. 157, p. 49 (1867).
2. Ikenberry E., Truesdell C. On the pressures and the flux of energy in a gas according to Maxwell's kinetic theory, I. Journ. Rat. Mech. Anal. v. 5 No. 1, p. 1 (1956).
3. Grad H. On the kinetic theory of rarefied gases. Comm. Pure Appl. Math. v. 2, No. 4, p. 331 (1949).

К ОЦЕНКЕ ШИРИНЫ ФРОНТА СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ГАЗАХ

Е. В. Ступоченко

(Москва)

В гидродинамике идеальной жидкости ударная волна представляет собой геометрическую поверхность разрыва гидродинамических (и термодинамических) величин. Введение в уравнения гидродинамики вязкости и теплопроводности изменяет как картину возникновения ударной волны, так и ее структуру. Вместо геометрической поверхности разрыва появляется переходный слой конечной ширины (отметим очевидную условность понятия «ширины» переходного слоя, учитывая асимптотический характер изменения состояния среды на его «границах»). В случае ударных волн достаточно малой интенсивности уравнения Навье — Стокса применимы к течению в переходном слое и, таким образом, полностью определяют его структуру (см., например, [1]). Однако в случае сильных ударных волн в газе (понимая под этим ударные волны, в которых разность, например плотностей на границах переходного слоя, есть величина того же порядка, что и значения самих плотностей) оценка ширины Δx ударной волны при помощи уравнений Навье — Стокса приводит к результату

$$\Delta x \approx l_0 \qquad (1)$$

где l_0 — длина свободного пробега молекулы газа [1] (при этом используются выражения коэффициентов переноса через молекулярные величины). Уравнения макроскопической газодинамики неприменимы к процессам в таких пространственных областях, и ширина переходного слоя (1) в макроскопическом рассмотрении должна быть приравнена нулю. Поэтому представляет известный интерес оценка ширины ударной волны методами кинетической теории газов. Ниже такая оценка проводится непосредственно при помощи кинетического уравнения Больцмана и его H-теоремы (не прибегая к решению кинетического уравнения).

Итак, в рамках феноменологического описания ударная волна большой интенсивности представляется геометрической поверхностью разрыва, по обе стороны которой поток может описываться уравнениями газодинамики, содержащими коэффициенты вязкости и теплопроводности, но основной вклад в увеличение энтропии среды вносят