2021

№ 2

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 624.1+534.1

О РАСПРОСТРАНЕНИИ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА ВДОЛЬ ВЕРТИКАЛЬНО ПОГРУЖАЕМОЙ ТРУБЫ В ГРУНТ

А. Л. Исаков¹, А. С. Кондратенко²

¹Сибирский государственный университет путей сообщения, E-mail: mylab@ngs.ru, ул. Д. Ковальчук, 191, 630049, г. Новосибирск, Россия ²Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: kondratenko@misd.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

Приведено описание математической модели процесса вертикального забивания металлических труб в грунт с использованием генератора ударных импульсов. Показано влияние внешних параметров задачи на характер затухания ударного импульса, распространяющегося вдоль трубы, и установлены важные закономерности исследованного процесса. Выявлен закон затухания амплитуды массовой скорости в ударном импульсе вдоль вертикально забиваемой трубы в грунт.

Погружение трубы, ударный импульс, математическое моделирование, сухое трение, затухание импульса

DOI: 10.15372/FTPRPI20210201

При создании вертикальных скважин в осадочных горных породах важное место занимает технология забивания металлических труб в грунт с применением машин ударного действия. Ключевой вопрос — выбор генератора ударных импульсов, обеспечивающего нужную глубину погружения трубы заданного диаметра в грунт с известными физико-механическими характеристиками. В связи с тем, что длина труб измеряется десятками метров, подход к решению поставленного вопроса возможен только с позиции анализа волновой картины, возникающей в волноводе, роль которого выполняет забиваемая труба при генерации, передаче и трансформации распространяющегося в ней ударного импульса.

Цель настоящей работы — выяснение роли исходных параметров затухания ударного импульса при его движении вдоль вертикально забиваемой трубы в грунт. Используется идеализация процесса забивания металлических труб с открытым передним концом с применением машин ударного действия, базирующегося на динамических моделях поведения упругих стержней и тонкостенных труб с внешним трением [1-8].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Металлическая труба диаметром D с толщиной стенки h и длиной H, моделируемая упругим стержнем с сечением $S = \pi / 4[D^2 - (D - 2h)^2]$, находится в массиве, описываемом идеальной упругопластической моделью [2]. На верхнем торце трубы в направлении ее забивания в грунт генерируется ударный импульс. Требуется описать поведение трубы в грунте, если на ее забойный торец действует лобовое сопротивление, вызванное реакцией керна.

Система координат выбрана таким образом, что ее начало совпадает с верхним торцом забиваемой трубы, ось 0X направлена вдоль оси трубы вглубь массива (рис. 1). Граничные условия в этом случае выглядят следующим образом:

$$\sigma(0,t) = \Phi(t),$$

$$\sigma(H,t) = -P_l,$$
(1)

где $\Phi(t)$ — функция напряжений, получаемая из решения задачи о взаимодействии генератора ударных импульсов с трубой на ее верхнем торце; P_l — напряжение на нижнем торце трубы, вызванное лобовым сопротивлением.

На участке $H_0 \le x \le H$ на боковую поверхность трубы действует нормальное давление P_b , линейно увеличивающееся с ростом глубины:

$$P_b = k_b \rho_g g x, \qquad (2)$$

 ho_g — плотность грунта в массиве; k_b — коэффициент бокового давления грунта; x — текущая глубина; g — ускорение силы тяжести.



Рис. 1. Схема к постановке задачи о забивании металлической трубы (1) в грунт с использованием генератора ударных импульсов (2)

Система, описывающая движение одномерного упругого стержня в грунте:

$$\left| \begin{array}{l} \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} + f(x, v), \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} = E \frac{\partial v}{\partial x}. \end{array} \right| \tag{3}$$

Здесь ρ — плотность трубы; E — модуль Юнга; v(x,t), $\sigma(x,t)$ — массовая скорость и напряжение в точке x в момент времени t; f(x,v) — удельная сила бокового сопротивления трубы, отнесенная к площади ее поперечного сечения S:

$$f(x,v) = \begin{cases} -\frac{\pi D}{S} \tau(u), & |u| < \overline{F}_{tr} / G_1, \\ -\operatorname{sign}(v)\tilde{I} & \overline{F}_{tr} / G_1, \end{cases}$$
(4)

u(x,t) — перемещения стержня; $\bar{F}_{tr} = P_b k_{tr} (\pi D / S)$ — усредненная по сечению удельная сила трения трубы о грунт при необратимых деформациях; $G_1 = (\pi D / S)\bar{G}$, \bar{G} — приведенный модуль сдвига грунта; k_{tr} — коэффициент трения трубы о грунт.

При определении граничного условия задачи на верхнем торце упругого стержня используется дискретная модель генератора ударных импульсов, имитирующая зарождение, трансформацию и передачу волны напряжений забиваемой трубе, с применением машин ударного действия.

Система уравнений, описывающих поведение ударника и двухмассового промежуточного элемента, имеет вид:

$$\begin{cases}
M_{0} \frac{d^{2} u_{0}}{dt^{2}} = -k_{0} (u_{0} - u_{1}^{(1)})^{3/2}, \\
M_{1}^{(1)} \frac{d^{2} u_{1}^{(1)}}{dt^{2}} = k_{0} (u_{0} - u_{1}^{(1)})^{3/2} - k_{1}^{(1)} (u_{1}^{(1)} - u_{1}^{(2)}) + k_{m} (u_{2}^{(1)} - u_{1}^{(1)}), \\
M_{1}^{(2)} \frac{d^{2} u_{1}^{(2)}}{dt^{2}} = k_{1}^{(1)} (u_{1}^{(1)} - u_{1}^{(2)}) - k_{1}^{(2)} (u_{1}^{(2)} - u^{(0)}),
\end{cases}$$
(5)

где u_0 , $u^{(0)}$ — перемещение ударника и верхнего торца стержня; $u_1^{(1)}$, $u_1^{(2)}$ — перемещение 1-го и 2-го промежуточного элемента [9].

Движение дискретных масс *m_n* в процессе удара описывается системой:

 $u_2^{(i)}$ — перемещение *i*-го элемента присоединенной массы.

Для замыкания системы уравнений (3), (5) и (6) необходимо ввести условие сопряжения генератора ударных импульсов с трубой, связывающее функцию $\Phi(t)$ (см. (1)) с перемещениями промежуточного элемента и верхнего торца трубы:

$$\Phi(t)S = -k_1^{(2)}(u_1^{(2)} - u^{(0)}).$$
⁽⁷⁾

Приведенная система уравнений (3), (5)-(7) с граничными (1) и начальными условиями:

$$\sigma(x,0) = v(x,0) = 0,$$

$$u_0(0) = u_1^{(j)}(0) = u_2^{(i)}(0) = u^{(0)}(0) = 0,$$

$$du_0 / dt \big|_{t=0} = V_0,$$

$$du_1^{(j)} / dt \big|_{t=0} = 0,$$

$$du_2^{(i)} / dt \big|_{t=0} = 0,$$

$$du^{(0)} / dt \big|_{t=0} = 0$$
(8)

в рамках указанных допущений описывает процесс вертикального забивания в грунт упругой трубы с помощью генератора ударных импульсов, включающего энергоноситель (ударник), промежуточный элемент (наковальню с узлом крепления) и присоединенную массу (корпус ударной машины).

Математическая модель реализована в компьютерной программе Pipe-Vert [10], используемой для анализа волновой картины исследуемого процесса. На рис. 2 показаны последовательные фазы расчетных профилей массовых скоростей и касательных напряжений при распространении волны напряжений вдоль трубы диаметром 426 мм, толщиной 9 мм и длиной 50 м, забиваемой в грунт пневмомолотом с энергией удара 10 000 Дж. В расчете брались следующие параметры: $M_0 = 3200 \text{ кг}, V_0 = 2.5 \text{ м/c}, R_0 = 160 \text{ мм}, E = E_0 = E_1 = E_2 = 203 \text{ ГПа}, C_p = 5100 \text{ м/c}, v_0 = v_1 = 0.3, M_1 = 100 \text{ кг}, k_1 = 1000 \text{ кH/мм}, жесткость промежуточных элементов <math>k_2 = 1000 \text{ кH/мм}, длина корпуса L_2 = 1.5 м, масса корпуса <math>M_2 = 800 \text{ кг}, k_t = k_b = 0.4, \overline{G} = 1000 \text{ MIa/m}.$



Рис. 2. Профили массовых скоростей поперечных сечений трубы (1) и касательных напряжений (2), действующих на поверхности трубы при распространении волны напряжений вдоль продольной оси трубы на расстояние 20 (a), 30 (б) и 40 м (e)

Первостепенным вопросом, лежащим в основе любых оценок предельно допустимых глубин погружения, является вопрос о затухании волны напряжений, распространяющейся вдоль трубы. Зная закономерности этого процесса и располагая информацией об ударном импульсе, формируемом в трубе, можно сделать обоснованные оценки достаточности входных параметров для достижения проектных глубин скважины, сооружаемой в грунте путем забивания металлических труб открытым концом.

Рассмотрим основные факторы, которые могут влиять на характер затухания упругой волны, распространяющейся вдоль трубы, находящейся в грунте. На рис. 3 приведены рассчитанные по описанной схеме эпюры перемещений поперечных сечений металлической трубы диаметром 426 мм и длиной 50 м, к левому торцу которой приложен синусоидальный импульс. Функция $\Phi(t)$, конкретизирующая граничное условие (1), имеет вид

$$\Phi(t) = \begin{cases} -\sigma_0 \sin(\pi t / t_m), & 0 \le t \le t_m, \\ 0, & t > t_m, \end{cases}$$
(9)

где σ_0 , t_m — амплитуда ударного импульса и его длительность.



Рис. 3. Эпюры остаточных перемещений поперечных сечений забиваемой в грунт трубы, вызванных синусоидальным импульсом напряжений с параметрами: $a - \sigma_0 = 232$ МПа, $t_m = 1.25$ мс; $\delta - \sigma_0 = 164$ МПа, $t_m = 2.5$ мс; $\epsilon - \sigma_0 = 116$ МПа, $t_m = 5.0$ мс

В расчетах использовались параметры $k_{tr} = 0.4$ и $\overline{G} = 10000$ МПа/м. Приведенный модуль сдвига грунта соответствовал случаю минимального сцепления грунта с трубой, близкому к случаю сухого трения. Параметры синусоидальных импульсов подбирались так, что при отличии амплитуд в 1.5-2.0 раза их энергия оставалась неизменной (10 кДж). Наилучший результат по дальности распространения конечных перемещений поперечных сечений трубы показал наиболее резкий из сравниваемых ударов, имеющий наибольшую амплитуду при наименьшей длительности (рис. 3).

Отметим, что более затянутый импульс приводит к более высокому градиенту распределения остаточных деформаций по длине трубы, обусловленному наличием сил внешнего трения. Также обращает на себя внимание факт, что максимальная длина, на которой еще зафиксированы остаточные перемещения поперечных сечений трубы, связана линейной зависимостью с амплитудой исходного импульса, приложенного к торцу погруженной в грунт трубы. Упругость грунта — свойство внешней среды, способное существенно влиять на процесс забивания трубы в грунт. Оно слабо изучено при рассмотрении динамических процессов, происходящих в упругих стержнях. В качестве иллюстрации важности учета такого параметра, характеризующего упругость внешней среды как модуль сдвига, на рис. 4 приведена расчетная эпюра перемещений поперечных сечений металлической трубы с синусоидальным импульсом, приложенным к ее торцу при $\bar{G} = 100$ МПа/м. Эти значения модуля сдвига соответствуют вязким водонасыщенным грунтам, где возвратно-колебательные движения трубы при ударе весьма ощутимы. Расчетная эпюра на рис. За соответствует супеси с $\bar{G} = 10000$ МПа/м. Видно, что при прочих равных условиях, наличие низкочастотных колебаний трубы, вызванных упругой реакцией грунта, способствуют снижению предельно возможной длины забиваемой трубы с 47 (рис. 3*a*) до 38 м (рис. 4).



Рис. 4. Эпюра остаточных перемещений поперечных сечений забиваемой в вязкий грунт трубы, вызванных синусоидальным импульсом напряжений с параметрами $\sigma_0 = 232$ МПа, $t_m = 1.25$ мс при $\bar{G} = 100$ МПа/м

Определим характер затухания импульса при описании внешнего сопротивления среды законом сухого трения. Эта формализация не ограничивает анализ картины затухания упругих волн в стержнях и трубах рамками только простейшего случая описания внешней среды без учета ее упругих свойств там, где речь идет о наличии остаточных перемещений трубы.

Рассмотрим две последовательные фазы ударного импульса, представленные на рис. 5 профилями массовых скоростей в поперечном сечении трубы с амплитудами v_0 и v_1 . Выделим элементарный прямоугольный импульс длиной Δx , который за время t_1 пробегает расстояние $l = C_p t_1$ (C_p — скорость распространения упругой волны вдоль трубы).



Рис. 5. Схема к выводу формулы коэффициента затухания массовой скорости при распространении упругой волны по трубе, взаимодействующей с грунтом по закону сухого трения

В процессе движения выделенного элементарного импульса вдоль трубы в зоне его действия изменение массовой скорости трубы описывается уравнением

$$dv = adt, (10)$$

где a — ускорение, вызываемое трением боковой поверхности трубы о грунт, которое можно найти из второго закона Ньютона, выписанного для элементарного кольца трубы с массой Δm :

$$F_{tr} = \Delta ma \,, \tag{11}$$

 $\Delta m = S \Delta x \rho$; $F_{tr} = \pi D \Delta x P_b k_{tr}$ — сила бокового трения; $P_b = \rho_g g x k_b$ — боковое давление грунта на глубине x; k_b — коэффициент бокового давления грунта.

Интегрируя уравнение (10) по времени от t = 0 до $t = t_l = l / C_p$, с учетом (11) получим:

$$v_0 - v_l = \int_0^{t_l} a dt = k_v l^2, \qquad (12)$$

*k*_v — коэффициент затухания:

$$k_{\nu} = \frac{1}{2} \frac{\pi D}{S} k_{tr} k_b \frac{\rho_g g}{\rho C_p}.$$
(13)

Выражения (12) и (13) позволяют записать закон затухания амплитуды массовых скоростей импульса произвольной конфигурации, распространяющегося вдоль упругого стержня (трубы) с условием внешнего трения вплоть до прекращения проскальзывания отдельных участков стержня относительно грунта:

$$\Delta v = k_{\nu} l^2, \tag{14}$$

здесь *l* — длина пробега импульса (упругой волны) вдоль вертикально забиваемой в грунт металлической трубы.

Таким образом, выражение (14) с учетом (13) описывает закон затухания ударного импульса, распространяющегося по вертикально забиваемой в грунт металлической трубе, при условии сухого трения по ее боковой поверхности.

выводы

На примере синусоидальных импульсов, приложенных к торцу забиваемой в грунт трубы, показано, что наиболее эффективным по критерию предельной длины забиваемой трубы является импульс, сформированный наибольшей предударной скоростью ударника при фиксированной энергии удара. Возникающие в трубе остаточные деформации (напряжения), обусловленные наличием сил внешнего трения, тем выше, чем длиннее ударный импульс. Затухание амплитуды ударного импульса происходит пропорционально квадрату расстояния, пройденного упругой волной, и не зависит от его конфигурации. Коэффициент затухания прямо пропорционален коэффициенту трения трубы о грунт и обратно пропорционален площади сечения трубы.

Математическая модель вертикального ударного погружения металлической трубы в массив осадочных горных пород позволяет определить энергию единичного удара, необходимую для погружения трубы на требуемую глубину с учетом размеров трубы и физико-механических свойств массива.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- **1. Никитин Л. В.** Статика и динамика твердых тел с внешним сухим трением. М.: Моск. лицей, 1998. 272 с.
- 2. Исаков А. Л., Шмелев В. В. Анализ волновых процессов при забивании металлических труб в грунт с использованием генераторов ударных импульсов // ФТПРПИ. — 1998. — № 2. — С. 48-58.
- **3.** Александрова Н. И. Численно-аналитическое исследование процесса ударного погружения трубы в грунт с сухим трением. Ч. I: Внешняя среда не деформируема // ФТПРПИ. — 2012. — № 5. — С. 104–119.
- **4.** Aleksandrova N. I. Numerical-analytical investigation into impact pipe driving in soil with dry friction. Part II: Deformable external medium, J. Min. Sci., 2013, Vol. 49, No. 3. P. 413–425.
- 5. Makris N. and Constantinou M. C. Analysis of motion resisted by friction. I. Constant coulomb and linear Coulomb friction, Mech. Struct. Mach., 1991, Vol. 19, No. 4. P. 477–500.
- 6. Pennestrì E., Rossi V., Salvini P., and Valentini P. P. Review and comparison of dry friction force models, Nonlinear Dyn., 2015, Vol. 83, No. 4. P. 1785–1801.
- 7. Renard Y. Numerical analysis of a one-dimensional elastodynamic model of dry friction and unilateral, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 2001, Vol. 190. P. 2031–2050.
- Bereteu L. Numerical integration of the differential equations for a dynamic system with dry friction coupling, Facta Univ., Ser. Mech. Autom. Control Robot, 2003, Vol. 3, No. 14. — P. 931–936.
- 9. Исаков А. Л., Белобородов В. Н., Плавских В. Д., Шмелев В. В. Моделирование процесса генерации ударного импульса при забивании металлических труб в грунт // ФТПРПИ. 1997. № 6. С. 66-71.
- **10.** Исаков А. Л., Кондратенко А. С. Описание волновых процессов при вертикальном забивании трубы в грунт (Pipe-Vert) / Реестр программ для ЭВМ, Свид. № 2019664392, 2019.

Поступила в редакцию 24/II 2021 После доработки 07/III 2021 Принята к публикации 15/III 2021