

ного влияния на выходное давление газонасыщенности. Это связано с тем, что дегазация происходит как в зоне сверхзвукового течения, так и в зоне дозвукового течения. Причем интенсивность дегазации, определяемая разницей текущего давления насыщения и давления в потоке ($p_s - p$), примерно одинакова из-за того, что $p_s(z)$ в несколько раз больше $p(z)$ на всем протяжении сопла. При малых концентрациях (рис. 3) ($p_{s0} \lesssim p_e$) газовыделение происходит только в зоне сверхзвукового течения. Поэтому повышение входного давления приводит к большей дегазации жидкости из-за увеличения зоны дегазации.

На рис. 4 приведены графики распределения давления (сплошные линии) в потоке и газонасыщенности (штриховые) в случае, когда менялось давление на выходе из сопла, при постоянном давлении на входе $p_0 = 0,6$ МПа. В одном случае давление на выходе $p_e = 0,1$ МПа, в другом $p_e = 0,2$ МПа (линии 1 и 2). Как следует из графиков, изменение выходного давления не влияет на распределение параметров до точки перехода из сверхзвукового в дозвуковой режим. Видно также, что уменьшение давления на выходе приводит к сдвигу этой точки к выходу из сопла.

На рис. 5 приведены графики распределения давления (сплошные линии) и концентрации растворенного газа (штриховые) для сопел с различными значениями угла раскрытия диффузора ($\beta = 15$ и 23° — линии 1 и 2). Из графиков следует, что увеличение угла раскрытия диффузора приводит к некоторому снижению давления в зоне сверхзвукового течения. Это является результатом того, что увеличение угла раскрытия приводит к большему ускорению потока и, значит, к уменьшению давления. Кроме того, с ростом угла раствора диффузора происходит смещение сечения перехода из сверхзвукового режима в дозвуковой к горловине. Иначе говоря, уменьшение угла раскрытия удлиняет зону сверхзвукового течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивашнев О.Е., Сопленков К.И. Природа «медленных» волн разрежения, возникающих при истечении вскипающей жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1991. — № 3.
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987. — Ч. 1, 2.
3. Kuo J.T., Wallis G.B. Flow of bubbles through nozzles // Int. J. Multiphase Flow. — 1988. — V. 14, N 5.
4. Fletcher C.A.J. Computational techniques for fluid dynamics. — Berlin a.o.: Springer, 1988. — V. 1.

г. Тюмень

Поступила 25/V 1993 г.,
в окончательном варианте — 28/IX 1993 г.

УДК 532.135:141.182

Е.Ю. Таран, Ю.В. Придатченко, В.С. Волков

МЕХАНИКА СУСПЕНЗИЙ ЖЕСТКИХ ОДНООСНЫХ ГАНТЕЛЕЙ В АНИЗОТРОПНОЙ ЖИДКОСТИ

Использование структурно-феноменологического подхода [1, 2] позволило получить в [3—11] реологические уравнения разбавленных суспензий жестких одноосных гантелей в неньютоновских изотропных дисперсных средах и исследовать влияние неньютоновских свойств дисперсных сред на реологическое поведение суспензий.

© Е.Ю. Таран, Ю.В. Придатченко, В.С. Волков, 1994

В данной работе структурно-феноменологический подход применяется для построения реологических уравнений разбавленных суспензий жестких одноосных гантелей в анизотропной жидкости Эриксона [12, 13]. Исследовано реологическое поведение таких суспензий в простом сдвиговом течении при наличии внешнего электрического поля.

1. Реологическая модель дисперсионной среды. Анизотропная жидкость Эриксона [12, 13] — простейшая феноменологическая модель ориентируемой жидкости с недеформируемой микроструктурой. Для описания поведения микроструктуры используется единичный вектор n_i , называемый директором. Он характеризует ориентацию частиц жидкости при течении. Напряжение в анизотропной жидкости Эриксона является при этом функцией тензора скоростей деформации и директора:

$$(1.1) \quad \sigma_{ij} + p\delta_{ij} = 2\mu\gamma_{ij} + \mu_1 n_{ij} + \mu_2 \gamma_{im} n_{imj} + 2\mu_3 (\gamma_{ij} n_{ii} + \gamma_{ii} n_{ij}).$$

В реологическом уравнении (1.1) p — изотропное давление; δ_{ij} — единичный тензор; $n_{ij} = n_i n_j$; $n_{imj} = n_i n_m n_j$; μ, μ_1, μ_2, μ_3 — феноменологические постоянные; $\gamma_{ik} = (1/2)(v_{ik} + v_{ki})$; v_{ik} — производная от вектора скорости v_i в направлении координатной оси k .

Ориентация директора n_i определяется течением и в общем случае зависит от градиента скорости жидкости. Определяющее уравнение для директора в предположении, что инерцией элементов микроструктуры анизотропной жидкости можно пренебречь, в линейном приближении по градиенту скорости имеет вид

$$(1.2) \quad \frac{Dn_i}{Dt} = \lambda (\gamma_{ii} n_i - \gamma_{im} n_{im}),$$

где $Dn_i/Dt \equiv \dot{n}_i - \omega_{ii} n_i$ — ямановская производная по времени; точка над n_i означает индивидуальную производную по времени; $\omega_{ii} \equiv (1/2)(v_{ij} - v_{ji})$ — тензор вихря скорости; λ — феноменологическая постоянная; $n_{im} = n_i n_m$.

Согласно (1.2), ориентация директора n_i существенно зависит от безразмерной постоянной λ . При $|\lambda| < 1$ директор периодически изменяется во времени [12], его ориентация зависит от градиентов скорости течения. Уравнения (1.1), (1.2) в этом частном случае использовались в [1] для построения структурно-феноменологической теории напряженного состояния в разбавленной суспензии жестких эллипсоидов вращения с ньютоновской дисперсионной средой.

В данной работе рассматриваются анизотропные жидкости, у которых $|\lambda| \geq 1$ и напряжение в состоянии покоя совпадает с изотропным гидростатическим давлением, т.е. жидкости, у которых $\mu_1 = 0$.

Директор n_i при $|\lambda| \geq 1$ в стационарных течениях приобретает стационарную ориентацию, не зависящую от градиентов скорости. Так, уравнение (1.2) в простом сдвиговом течении

$$(1.3) \quad v_x = 0, v_y = Kx, v_z = 0 \quad (K = \text{const})$$

имеет стационарное решение

$$(1.4) \quad \text{ctg}^2 \beta = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}, \quad \psi = \frac{\pi}{2},$$

не зависящее от скорости сдвига K . Здесь β, ψ — углы, определяющие положение директора в лабораторной системе координат $Oxyz$ ($n_x = \cos\beta \sin\psi$, $n_y = \sin\beta \sin\psi$, $n_z = \cos\psi$); β — угол между осью Ox и проекцией вектора n_i на плоскость Oxy ; ψ — угол между осью Oz и вектором n_i . Ориентация директора при этом зависит от величины постоянной λ . Угол β в (1.4) изменяется в пределах $\pi/4 \leq \beta \leq \pi/2$ при $\lambda \geq 1$ и $-\pi/4 \leq \beta \leq 0$ при $\lambda \leq -1$.

При изменении геометрии течения ориентация директора изменяется. Так, в течении одноосного растяжения ($v_x = -(q/2)x$, $v_y = -(q/2)y$, $v_z = qz$) директор ориентируется коллинеарно к оси Oz при $\lambda \geq 1$ и параллельно плоскости Oxy при $\lambda \leq -1$. Стационарная ориентация директора при этом не зависит от скорости растяжения q .

Согласно [14], реологическое уравнение (1.1) можно представить в виде обобщенного закона Ньютона

$$(1.5) \quad \sigma_{ij} + p\delta_{ij} = \eta_{ijkl} \gamma_{kl}$$

с тензором вязкости вида

$$(1.6) \quad \eta_{ijkl} = 2\mu I_{ijkl} + \mu_2 n_{ijkl} + 4\mu_3 n_{(i} \delta_{j)(k} n_{l)},$$

где $4n_{(i} \delta_{j)(k} n_{l)} = n_i \delta_{jk} n_l + n_j \delta_{ik} n_l + n_i \delta_{jl} n_k + n_j \delta_{il} n_k$; по индексам в круглых скобках проводится симметризация; $I_{ijkl} = (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})/2$ — единичный тензор четвертого ранга.

Согласно (1.6), эффективная вязкость анизотропных жидкостей (1.1), (1.2) при $\mu_1 = 0$ и $|\lambda| \geq 1$ в стационарных течениях не зависит от градиентов скорости течения. Но в отличие от ньютоновских жидкостей она зависит от ориентации директора n_i . Это позволяет говорить об анизотропии жидкости (1.1), (1.2) относительно направления директора n_i , которая появляется при ее течении. С учетом данного обстоятельства в [14] введены продольная $\eta_{||}$ и поперечная η_{\perp} (по отношению к директору n_i) вязкости жидкости (1.1), (1.2). Эти коэффициенты вязкости имеют особое (базисное) значение. Через них выражаются вязкости по отношению к другим направлениям.

Анизотропия вязкости в жидкости (1.1), (1.2) приводит к анизотропии других ее характеристик. Так, наличие базисных вязкостей $\eta_{||}$ и η_{\perp} определяет наличие разных коэффициентов поступательного трения $\xi_{||}$ и ξ_{\perp} сферической частицы при ее движении в жидкости (1.1), (1.2) вдоль и поперек директора. Согласно [15], сила сопротивления, действующая на сферическую частицу, движущуюся со скоростью U_k в анизотропной жидкости (1.1), (1.2), при этом может быть представлена в виде $-\xi_{ik} U_k$, где

$$(1.7) \quad \xi_{ik} = \xi_{\perp} \delta_{ik} + (\xi_{||} - \xi_{\perp}) n_{ik}$$

— тензор поступательного трения сферической частицы в анизотропной жидкости.

Базисные вязкости $\eta_{||}$ и η_{\perp} могут быть определены через реологические постоянные μ , μ_2 , μ_3 . Для этого следует представить реологическое уравнение для напряжения жидкости (1.1), (1.2), согласно [14], в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} + p\delta_{ij} &= 2\eta_{\perp} \gamma_{ij} + 2(\eta_{||} - \eta_{\perp}) \gamma_{ij}^* \\ (\gamma_{ij}^* &= 2n_{ijlm} \gamma_{lm} - n_i \gamma_{lj} - n_j \gamma_{li}) \end{aligned}$$

и сравнить его с (1.1). С учетом соотношения $\mu_2 = -4\mu_3$ [14] это позволяет получить $\eta_{\perp} = \mu$, $\eta_{||} = \mu + \mu_3$.

Описание поведения микроструктуры жидкой среды с помощью директора нашло применение в континуальных теориях жидких кристаллов [16]. Определяющие уравнения, полученные в [17] и используемые для описания динамических свойств нематических жидких кристаллов, аналогичны уравнениям (1.1), (1.2).

2. Структурная теория. В качестве гидродинамической модели дисперсных частиц, обладающих осевой и центральной симметрией, как и в суспензиях с изотропной дисперсионной средой [2—11], используется модель одноосной гантели: система двух точечных центров гидродинамического взаимодействия модели с окружающей средой, соединенных жесткой связью (осью) длины L .

Предполагается, что точечный центр гантели взаимодействует с дисперсионной средой как сферическая частица, т.е. при обтекании точечного центра гантели анизотропной средой со скоростью u_i на него со стороны среды будет действовать сила, определяемая соотношением $\xi_{ij}u_j$ (ξ_{ij} — тензор поступательного трения (1.7)).

Предполагается, что, с одной стороны, взвешенные частицы, моделируемые гантелями, имеют такие размеры, что анизотропная дисперсионная среда взаимодействует с ними как с гидродинамическими телами, с другой — дисперсные частицы должны быть достаточно малыми, чтобы в окрестности каждой скорости v_i дисперсионной среды была однородной функцией координат: $v_i = \omega_{ik}r_k + \gamma_{ik}r_k$ (r_k — радиус-вектор, определяющий положение точки в окрестности частицы в лабораторной системе координат $Oxuz$, начало которой совпадает с серединой оси гантели). Предполагается также, что дисперсные частицы обладают нулевой плавучестью.

При сделанных предположениях гидродинамические силы f_i , действующие на центры гидродинамического взаимодействия гантели со стороны анизотропной дисперсионной среды, определяются соотношениями $f_i = \xi_{ij}(v_{jk}R_k - R_j - v_{0j})$, где v_{0j} — скорость миграции центра частицы относительно дисперсионной среды; R_k — радиус-вектор точечного центра сопротивления гантели, принимающий значения $(L/2)v_k$ для одного и $-(L/2)v_k$ для другого точечного центра; v_k — единичный вектор, характеризующий ориентацию гантельной дисперсной частицы в выбранной системе координат $Oxuz$. Тогда главный вектор гидродинамических сил F_i , действующих на гантель, имеет вид

$$(2.1) \quad F_i = -2\xi_{ij}v_{0j}.$$

Определяющее уравнение для вектора v_i , характеризующего ориентацию гантельной частицы, получается аналогично [2] при векторном умножении уравнения вращательного движения дисперсной частицы $\mathcal{L}_i = M_i$ на вектор v_i :

$$(2.2) \quad I(\ddot{v}_i + \dot{v}_k \dot{v}_k v_i) = \frac{1}{2}L^2(\xi_{ij}v_{jk}v_k - \xi_{jk}v_{kl}v_l v_i - \xi_{ij}N_j + \xi_{jk}N_k v_j v_i).$$

Здесь $\mathcal{L}_i = I[v \times \dot{v}]$ — момент количества движения частицы; I — момент инерции гантельной частицы относительно оси, проходящей через центр частицы перпендикулярно к ней; $M_i = (1/2)L^2 \varepsilon_{ijk} v_j (\xi_{kl} v_{ls} v_s - \xi_{kl} \dot{v}_l)$ — главный момент гидродинамических сил относительно середины оси гантели; ε_{ijk} — тензор Леви—Чивита; $N_i = \dot{v}_i - \omega_{ik} v_k$.

При $\xi_{||} = \xi_{\perp} = \xi$ уравнение (2.2) совпадает с определяющим уравнением для вектора v_i , полученным в [2] для суспензий с изотропной дисперсионной средой.

Силы инерции и момент сил инерции дисперсных частиц в суспензиях очень малы, и в реологии суспензий ими обычно пренебрегают. В этом случае уравнением поступательного движения дисперсной частицы будет $F_i = 0$, откуда, согласно (2.1), следует, что $v_{0j} = 0$ — отсутствует миграция дисперсных частиц относительно дисперсионной среды. Уравнение (2.2) при этом принимает вид

$$(2.3) \quad (\xi_{im} - \xi_{km} v_k v_i + \xi_{\perp} v_m v_i)(\dot{v}_m - v_{m,k} v_k) + \xi_{\perp} \gamma_{km} v_k \dot{v}_m v_i = 0.$$

Аналогично [2] в рамках структурной теории для скорости диссипации механической энергии в единице объема рассматриваемой суспензии находим

$$(2.4) \quad W = \tilde{W} + N_0(L^2/2) [\xi_{ij} \langle N_i N_j \rangle - 2\xi_{ij} \gamma_{jk} \langle N_i v_k \rangle + \xi_{ij} \gamma_{ik} \gamma_{jl} \langle v_i v_k \rangle],$$

где \tilde{W} — скорость диссипации энергии в единице объема дисперсионной среды в отсутствие дисперсных частиц; N_0 — число дисперсных частиц в единице объема суспензии; угловые скобки означают осреднение, осуществляемое с помощью функции распределения угловых положений вектора v_i , которая является решением уравнения

$$(2.5) \quad \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial v_i} (F v_i) = 0.$$

3. Структурно-феноменологическая теория. Согласно (2.4), тензор напряжений \sum_{ij} в рассматриваемой суспензии должен определяться соотношениями вида $\sum_{ij} = \sigma_{ij} + N_0 \langle t_{ij} \rangle$, $t_{ij} = t_{ij}(\gamma_{km}, \xi_{in}, v_s, N_p)$ (σ_{ij} — тензор напряжений в дисперсионной среде в отсутствие взвешенных частиц, $N_0 \langle t_{ij} \rangle$ — напряжение, вызванное присутствием N_0 взвешенных частиц в единице объема суспензии). Тензор t_{ij} должен быть при этом полиномиальной функцией матриц его аргументов, линейной относительно $\xi_{km} \gamma_{ml}$ и $\xi_{km} N_m$. В силу симметрии гантели частицы относительно ее центра эта функция, кроме того, должна быть инвариантной относительно изменения направления v_s на противоположное. Феноменологическое уравнение для t_{ij} при этом получается аналогично [13]:

$$(3.1) \quad t_{ij} = a_0 \delta_{ij} + a_1 v_i v_j + a_2 \xi_{ik} \gamma_{lm} v_k v_m v_l v_j + a_3 \xi_{in} \gamma_{nj} + a_4 \xi_{jn} \gamma_{ni} + a_5 \xi_{in} \gamma_{in} v_l v_j + \\ + a_6 \xi_{in} \gamma_{jn} v_l v_i + a_7 \xi_{in} \gamma_{nk} v_k v_j + a_8 \xi_{jn} \gamma_{nk} v_k v_i + a_9 v_i \xi_{jk} N_k + a_{10} v_j \xi_{ik} N_k.$$

Феноменологические постоянные a_i ($i = \overline{1,10}$) в (3.1) находятся при сравнении между собой скорости диссипации механической энергии в единице объема суспензии (2.4), определенной в структурной теории, и скорости, определяемой аналогично [2] по формуле $W = \tilde{W} + N_0 \langle t_{ij} \gamma_{ij} \rangle - \tilde{N}_0 \langle \tilde{N}_i \tilde{g}_i \rangle$ в рамках феноменологического подхода, где \tilde{g}_i — правая часть уравнения (2.2). С учетом соотношения $\langle t_{ij} v_j \rangle - \langle t_{ji} v_j \rangle = \langle g_i \rangle$ [2] при этом получается $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = a_8 = a_9 = 0$, $a_7 = L^2/2$, $a_{10} = -L^2/2$, что позволяет записать окончательно определяющее уравнение для тензора напряжений \sum_{ij} :

$$(3.2) \quad \sum_{ij} = \sigma_{ij} + (1/2) N_0 L^2 (\xi_{im} \gamma_{mk} \langle v_k v_j \rangle - \xi_{jk} \langle v_i N_k \rangle).$$

Если дисперсные частицы, моделируемые гантелями, обладают постоянным дипольным моментом $p_i = qv_i$, то на такие частицы во внешнем однородном электрическом поле с напряженностью E_i будет действовать пара сил с моментом $M_i^e = q \epsilon_{im} v_l E_m$, стремящихся повернуть частицы в направлении вектора напряженности E_i .

Если дисперсные частицы достаточно малы, то необходимо учитывать их вращательное броуновское движение, вызываемое эффективным моментом сил

$$M_i^B = -T \epsilon_{im} v_l \partial \ln F / \partial v_m$$

(T — температура в энергетических единицах). Определяющее уравнение для вектора v_i в отсутствие учета момента сил инерции дисперсных частиц при этом имеет вид

$$(3.3) \quad \frac{L^2}{2}(\xi_{im} - \xi_{km}v_k v_i + \xi_{\perp} v_i v_m)(\dot{v}_m - v_{mk} v_i) + \\ + \frac{L^2}{2} \xi_{\perp} v_{km} v_k v_m v_i - q(E_i - E_k v_k v_i) + T \left(\frac{\partial \ln F}{\partial v_i} - v_i v_k \frac{\partial \ln F}{\partial v_k} \right) = 0.$$

Уравнения (1.1), (1.2), (2.3) (или (3.3)), (2.5), (3.2) составляют замкнутую систему уравнений, определяющую напряженное состояние в разбавленной суспензии гантельных частиц в анизотропной дисперсионной среде.

4. Стационарное течение простого сдвига. Как пример использования полученных реологических уравнений исследуется влияние анизотропии дисперсионной среды на реологическое поведение разбавленной суспензии дипольных гантелей в анизотропной жидкости (1.1), (1.2) при $|\lambda| \geq 1$, $\mu_1 = 0$ в простом сдвиговом течении (1.3) при наличии электрического поля $E_x = E$, $E_y = 0$, $E_z = 0$ ($E = \text{const}$). Решение (1.4) уравнения (1.2) показывает, что электрически нейтральный директор n_i анизотропной дисперсионной среды (1.1), (1.2) стационарно ориентируется в плоскостях, перпендикулярных к оси Oz , под углом β относительно координатной плоскости Oxz , который определяется соотношением (1.4).

Из (3.3) следует, что дипольные дисперсные гантельные частицы при этом также приобретают стационарную ориентацию как в изотропной ($\Delta = 1$), так и в анизотропной ($\Delta \neq 1$) дисперсионной среде в плоскостях, перпендикулярных к оси Oz , под углом φ относительно плоскости Oxz , который определяется уравнением

$$(4.1) \quad \cos^2 \varphi - (\Delta - 1) \cos \varphi \sin \beta \sin(\varphi - \beta) - \frac{1}{\sigma} \sin \varphi = 0,$$

$$\text{где } \sigma = \frac{K\gamma}{qE}; \quad \gamma = \frac{\xi_{\perp} L^2}{2}; \quad \Delta = \frac{\xi_{\parallel}}{\xi_{\perp}}.$$

На рис. 1, 2 приведена зависимость $\varphi = \varphi(\sigma)$. Кривые 1—3 рис. 1 соответствуют $\beta = 45, 60, 75^\circ$ при $\Delta = 0,5$, кривые 1—5 рис. 2 — $\Delta = 0,2; 0,5; 1; 1,5; 5,0$ при $\beta = 60^\circ$. Кривая 4 (рис. 1) и 3 (рис. 2) соответствуют изотропной дисперсионной среде ($\Delta = 1$).

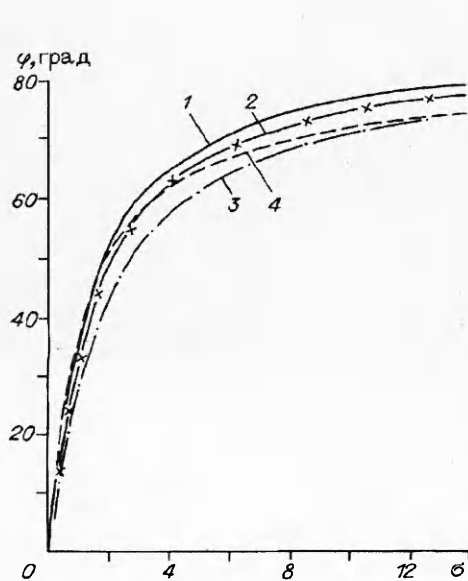


Рис. 1

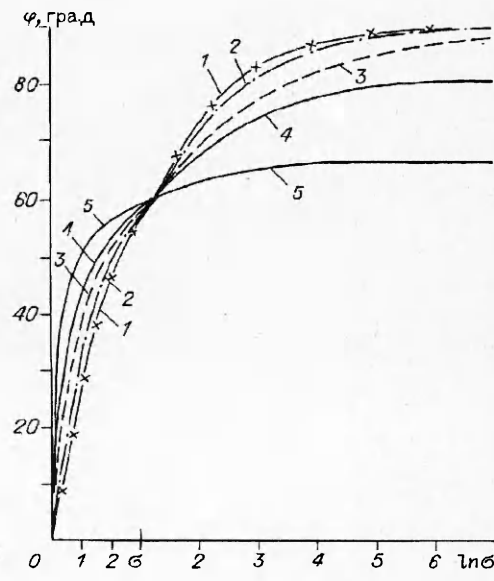
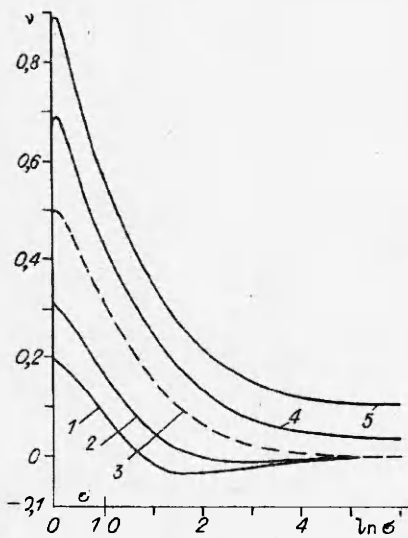
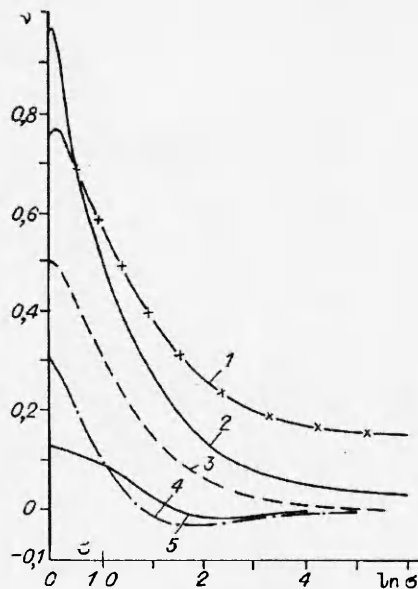


Рис. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

При этом получено, что с увеличением σ угол зависания гантельной частицы увеличивается от $\varphi_0 = 0$ при $\sigma = 0$ до φ_∞ , значение которого зависит от анизотропии среды — при $\Delta \leq 1$ $\varphi_\infty = 90^\circ$, при $\Delta > 1$ $\varphi_\infty = \arctg\{(1 + \Delta \operatorname{tg}^2 \beta) / [(\Delta - 1) \operatorname{tg} \beta]\}$. При $\varphi < \beta$ угол зависания гантельных частиц в анизотропной среде, у которой $\Delta < 1$, меньше, чем в изотропной ($\Delta = 1$), при $\varphi > \beta$ — больше (рис. 1); в анизотропной среде, у которой $\Delta > 1$, наоборот (рис. 2).

При стационарной ориентации дисперсных частиц функция распределения их угловых положений, которая в общем случае находится как решение уравнения (2.5), превращается в дельта-функцию Дирака, сосредоточенную в угле зависания φ . Поэтому эффективная вязкость суспензии, определяемая с помощью (3.2), принимает вид

$$(4.2) \quad \mu_a = \mu_E + \frac{1}{2} N_0 \gamma [\cos^2 \varphi + (\Delta - 1) \cos \varphi \sin \beta \sin(\varphi + \beta)],$$

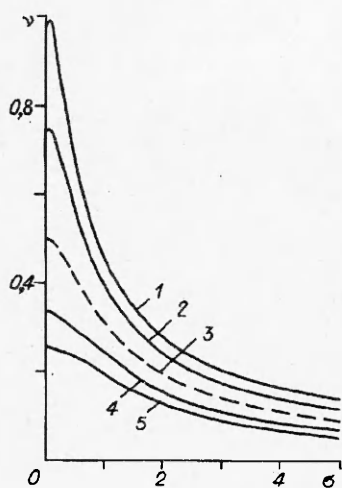
где $\mu_a \equiv (\sum_{xy} + \sum_{yx}) / 2K$; $\mu_E = \mu + \mu_2(\lambda^2 - 1) / 4\lambda^2 + \mu_3$ — эффективная вязкость анизотропной дисперсионной среды (1.1), (1.2) при $|\lambda| \geq 1$, $\mu_1 = 0$ в простом сдвиговом течении (1.3).

Согласно (4.2), анизотропные свойства дисперсионной среды при $\Delta > 1$ приводят к увеличению инкремента $\nu = (\mu_a - \mu_E) / N_0 \gamma$ эффективной вязкости μ_a суспензии, а при $\Delta < 1$ — к его уменьшению по сравнению с суспензией с изотропной ($\Delta = 1$) дисперсионной средой (рис. 3, 4).

На рис. 3, 4 приведена зависимость $\nu = \nu(\sigma)$. Кривые 1—5 рис. 3 соответствуют $\Delta = 0,2; 0,5; 1$ (изотропная дисперсионная среда); 1,5; 2 при $\beta = 60^\circ$, кривые 1, 2 рис. 4 — $\beta = 45, 75^\circ$ при $\Delta = 2$, кривая 3 — $\Delta = 1$ (изотропная дисперсионная среда), кривые 4, 5 — $\beta = 45, 75^\circ$ при $\Delta = 0,2$.

При $\Delta > 1$ при малых σ (кривые 4, 5 рис. 3 и 1, 2 рис. 4), а при $\Delta < 1$ при больших σ (кривые 1, 2 рис. 3 и 4, 5 рис. 4) отмечается наличие участков роста инкрементов вязкости при увеличении σ , не свойственное разбавленным суспензиям жестких частиц с изотропной дисперсионной средой ($\Delta = 1$).

При достижении взвешенными частицами своей предельной ориентации φ_∞ инкремент вязкости достигает своего предельного значения ν_∞ , которое



Р и с. 5

зависит от реологических свойств дисперсионной среды. При $\Delta > 1$ предельные значения инкремента ν_∞ отличны от нуля (кривые 4, 5 рис. 3 и 1, 2 рис. 4). В то же время при $\Delta = 1$ (изотропная дисперсионная среда) и $\Delta < 1$, как и в [2—11], $\nu_\infty = 0$ (кривые 1—3 рис. 3 и 3—5 рис. 4). Это означает, что использование одноосной гантели в качестве гидродинамической модели дисперсных частиц, позволяя предсказать наличие предельного значения инкремента эффективной вязкости ν_∞ при $\sigma \rightarrow \infty$, меньшего, чем инкремент ν_0 при $\sigma \rightarrow 0$, приводит к занижению его значений. Такой недостаток теории может быть устранен только при применении гидродинамической модели, имеющей объем (эллипсоид вращения) или поперечные размеры (трехосная гантель).

Формулы (4.1), (4.2) использовались для определения $\nu = \nu(\sigma)$ в разбавленной суспензии гантельных дипольных частиц в *N*-(*n*-метоксифенилиден)-*n*-бутиланилине (МББА). Известно [16], что МББА, являясь нематическим жидким кристаллом, представляет собой при 22 °С анизотропную жидкость с $\lambda = 1,04$, $\beta = 82^\circ$. В отсутствие для МББА экспериментальных данных о $\xi_{||}$ и ξ_{\perp} на рис. 5 приводятся зависимости $\nu = \nu(\sigma)$ при разных значениях Δ . Кривые 1—5 рис. 5 соответствуют $\Delta = 2,0; 1,5; 1$ (изотропная дисперсионная среда); $0,66; 0,5$.

Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы при построении теории динамического поведения примесей в жидких кристаллах, а также влияния примесей на реологическое поведение жидких кристаллов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шмаков Ю.И., Таран Е.Ю. Структурно-континуальный подход в реологии полимерных металлов // Инж.-физ. журн. — 1970. — Т. 18, № 6. — С. 1019—1024.
2. Таран Е.Ю. Реологическое уравнение состояния разбавленных суспензий жестких гантелей с шариками на концах // Прикл. механика. — 1977. — Т. 13, № 4. — С. 110—115.
3. Таран Е.Ю. Структурно-феноменологическая теория напряженного состояния в разбавленных суспензиях жестких осесимметричных частиц в неньютоновских жидкостях // IV Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике, Киев, 1976. Аннотации докладов. — Киев: Наук. думка, 1976.
4. Таран Е.Ю. Реологическое уравнение состояния разбавленной суспензии дипольных гантелей в степенной жидкости // Инж.-физ. журн. — 1978. — Т. 34, № 4. — С. 622—628.
5. Таран Е.Ю. Влияние электрического поля на реологическое поведение разбавленной суспензии дипольных гантелей в упруговязкой жидкости Олдройда // Механика полимеров. — 1978. — № 3. — С. 519—524.
6. Таран Е.Ю. Влияние упруговязких свойств дисперсионной среды на реологическое поведение разбавленной суспензии дипольных гантелей в жидкости Ривлина—Эриксона // Прикл. механика. — 1979. — Т. 15, № 9. — С. 108—112.
7. Таран Е.Ю. Влияние поперечной вязкости дисперсионной среды на реологические свойства разбавленной суспензии жестких осесимметричных частиц // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1984. — № 7. — С. 43—46.
8. Таран Е.Ю. Моментные напряжения в дисперсионной среде разбавленной суспензии // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1986. — № 3. — С. 50—53.
9. Таран Е.Ю. Разбавленная суспензия жестких осесимметричных частиц в микрополярной жидкости // Вестн. Киев. ун-та. Математика и механика. — 1987. — Вып. 19. На укр. яз. С. 91—96.

10. Таран Е.Ю. Влияние гуконской упругости дисперсионной среды на реологическое поведение разбавленной суспензии // Гидромеханика. — 1987. — Вып. 55. — С. 55—58.
11. Таран Е.Ю. Влияние деформируемости микроструктуры диполярной дисперсионной среды на реологическое поведение суспензии // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1988. — № 8. — С. 43—46.
12. Ericksen J.L. Transversely isotropic fluids // Kolloid Z.— 1960. — Bd 173, N. 2. — S. 117—122.
13. Ericksen J.L. Anisotropic fluids // Arch. Ration. Mech. Anal. — 1960. — V. 4, N 3. — P. 231—237.
14. Volkov V.S., Kulichikhin V.G. Anisotropic viscoelasticity of liquid crystalline polymers // J. Rheol. — 1990. — V. 34, N 3. — P. 281—293.
15. Volkov V.S., Vinogradov G.V. Molecular theories of nonlinear viscoelasticity of polymers // Rheol. Acta. — 1984. — N 3. — P. 231—237.
16. Де Жен П.Г. Физика жидких кристаллов. — М.: Мир, 1977.
17. Leslie F.M. Some constitutive equations for liquid crystals // Arch. Rat. Mech. Anal. — 1968. — V. 28, N 4. — P. 265—283.

г. Киев,
г. Москва

Поступила 25/IV 1993 г.

УДК 536.24

В.П. Замураев

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ КОМБИНИРОВАННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ПЛОСКОМ СЛОЕ НА СЕТКЕ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОЛЩИНОЙ ШАГА

Во многих задачах приходится учитывать процессы, протекающие с различными скоростями и имеющие разный временной или пространственный масштаб. Наглядным примером служит задача о структуре ударной волны [1]. Для установления равновесия по поступательным степеням свободы требуется, чтобы каждая молекула испытала два-три столкновения, по вращательным степеням — десятки столкновений (при нормальных условиях), по колебательным — много больше (тысячи и сотни тысяч при температуре около 1000 К). Подобная ситуация может наблюдаться также при рассмотрении течений химически реагирующих сред, при учете переноса энергии излучением.

При численном моделировании таких задач возможны следующие подходы. Один связан с использованием моделей, в которых скорость одних процессов принимается бесконечно большой, другие процессы считаются замороженными, рассчитываются только процессы с несильно различающимися скоростями. При таком подходе остается открытым вопрос об адекватности модели реальной задаче. В другом подходе используется расчетная сетка, отвечающая самому быстрому процессу. Здесь возникает проблема больших затрат машинного времени и памяти ЭВМ и остается открытым вопрос о точности решения. Применяются также разные расчетные сетки, каждая для своего процесса.

Интерес представляет постановка задачи об использовании крупной сетки, соответствующей самому медленному процессу, и учете с ее помощью быстрых процессов. Этот подход рассматривается в данной работе при исследовании переноса энергии одновременно конвекцией, теплопроводностью и излучением.

Спектральный коэффициент ослабления для многих сред сильно изменяется с частотой. Среда, прозрачная для излучения на одной частоте,