щихся пучков это связано с тем, что образующийся в точке фокуса пик плотности действует как дефокусирующая линза.

В уравнениях (1) не учитывается гидродинамическое движение газа. Для гидродинамической скорости газа из второго и третьего уравнений системы (1) можно получить оценки

$$v_r \sim \frac{\tau_0}{r_0}\frac{\nabla p}{MN_h},\ p \sim \tau_0 \frac{e^2}{m}\frac{\nu}{\omega^2} n|E|^2, \omega \gg \nu,$$

откуда $p \sim \mathrm{const}\, n^2 |E|^2/T_e^{3/2}$.

В радиальном направлении величина $|E|^2$ падает в то время как $T_e^{-3/2}$ растет. Такая зависимость давления от температуры, плотности, интенсивности приводит к тому, что для градиента полного давления верна оценка $\nabla p \ll p/r_0$. Как показывают конкретные численные расчеты при приведенных параметрах, диффузионная скорость в 2—3 раза превышает гидродинамическую. Естественно, что имеет смысл оставлять главные члены, поскольку численные значения кинетических коэффициентов определены с большей степенью произвола. Однако вследствие сильной зависимости давления от плотности $\sim n^2$ уже для $n = 4 \cdot 10^{13}$ см$^{-3}$, $N_h = 10^{16}$ см$^{-3}$ преобладающей является гидродинамическая скорость. В то время как $n = 2 \cdot 10^{13}$ см$^{-3}$, $N_h = 10^{16}$ см, $E_0 = 420$ В/см, учет гидродинамического движения газа приводит лишь к слабым количественным изменениям $\delta N_h/N_h < 0{,}1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бай-Ши-и.** Магнитная гидродинамика и динамика плазмы. М.: Мир, 1964.
2. **Спитцер Л.** Физика полностью ионизированного газа. М.: Мир, 1965.
3. **Гинзбург В. Л.** Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
4. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
5. **Брагинский С. И.** Явления переноса в плазме/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1963, вып. 1.
6. **Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров С. А.** Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977.
7. **Feit M. D., Fleck J. A.** Self-trapping of laser beam in a cylindrical plasma column.— Appl. Phys. Lett., 1976, v. 28, N 3.
8. **Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А.** Сечения возбуждения атомов и ионов электронами. М.: Наука, 1971.
9. **Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.** Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982.
10. **Гильденбург В. Б.** Электродинамические механизмы ограничения электронной концентрации в лазерной искре.— ЖЭТФ, 1980, т. 78, № 3.
11. **Семенов В. Е.** Волна пробоя в самосогласованном поле электромагнитного волнового пучка.— Физика плазмы, 1982, т. 8, № 3.

Поступила 16/I 1985 г.

УДК 533.9

ТРАНСФОРМАЦИЯ БЕННЕТОВСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

Ю. Б. Мовсесянц, А. С. Чихачев

(*Москва*)

Обычное беннетовское распределение частиц пучка характеризуется плотностью, сравнительно медленно падающей с ростом радиуса, что является отрицательным фактором при решении проблем, связанных с формированием тонкого мощного квазистационарного релятивистского электронного пучка (РЭП). При достаточно большом давлении остаточного газа необходимо учитывать воздействие тока вторичных электронов плазмы, получающихся при ионизации газа пучком, на состояние основного пучка. В результате такого воздействия может образоваться равновесное состояние РЭП с более крутым по сравнению с беннетовским спадом плотности частиц к периферии пучка.

При достаточно больших токах РЭП ($I \geqslant 1$ кА) средний ларморовский радиус электронов вторичной плазмы оказывается меньше длины свободного пробега λ_0 (замагниченная диффузия) и поток вторичных электронов в силу замагниченности приобретает продольную составляющую [1]. Воздействие вторичного потока может привести к изменению параметров РЭП, если ток вторичных электронов сравним с током пучка. В дальнейшем будем полагать радиус трубы R_0 много больше эффективного радиуса пучка, заряд пучка полностью скомпенсированным, потери частиц в пучке пренебрежимо малыми, частоту столкновений электронов плазмы с газом много больше частоты столкновений электронов с ионами. Эти предположения разумны при $n_e \gg n_b$ и $n_g \gg n_e\sigma_к/\sigma_0$, где n_b, n_e — концентрации электронов пучка и плазмы, n_g — концентрация газа ($n_g \leqslant 10^{15}$ см$^{-3}$), $\sigma_к$ — кулоновское сечение рассеяния, σ_0 — сечение рассеяния электронов на атомах газа. Вторичную плазму будем описывать гидродинамическими уравнениями, а первичный пучок — системой самосогласованных уравнений Власова.

При кинетическом описании РЭП наиболее часто используется беннетовское распределение. Оно может устанавливаться, например, в результате столкновений электронов пучка между собой [2] или столкновений с частицами среды [3].

Положим для функции распределения электронов пучка

$$f = \varkappa \exp\{-H/T + P_z/p_0\}, \tag{1}$$

где $H = c\sqrt{\bar{p}^2 + m^2c^2}$ — гамильтониан; $P_z = p_z + eA_z/c$ — z-компонента обобщенного импульса; $A_{(z)}(r)$ — z-компонента векторного потенциала; $\bar{p}$ — импульс частицы; e, m — заряд и масса; c — скорость света. Равновесный характер описываемого состояния пучка обеспечивается автоматически, если компонента векторного потенциала $A_z(r)$ удовлетворяет уравнению Максвелла:

$$\nabla\times\nabla\times\bar{A}_z = \frac{4\pi}{c}\sum_{(i)} j_z^{(i)}.$$

Вычисление плотности тока пучка, согласно (1), приводит к соотношению

$$j_z^{(1)} = \frac{I}{8\pi r_0^2}\, e^{\chi_z(r)}, \tag{2}$$

где I — полный ток пучка ($I = 2p_0c^2/e$); $r_0^2 = c\delta^2/(8\pi^2e^2\varkappa p_0^2)$ имеет размерность квадрата длины; $\chi_z(r) = eA_z/cp_0$; p_0 — мера средней поперечной энергии пучка. Если выполнено условие $cp_0/T - 1 \ll \min(1, p_0/mc)$, то для δ легко получить простое выражение $\delta \simeq cp_0/T - 1$. Условие сходимости выражения для $j_z^{(1)}$ требует выполнения строгого неравенства $cp_0 > T$. При $\delta \ll 1$ число обратных частиц в основном пучке экспоненциально мало.

Для описания состояния пучка необходимо определение продольного тока электронов вторичной плазмы. Плазма образуется в результате ионизации пучком атомов нейтрального газа, и в силу однородности системы в продольном направлении уравнение непрерывности может быть написано в виде

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rj_r^{(2)}\right) = n_g\sigma_i j_z^{(1)}, \tag{3}$$

где σ_i — сечение ионизации; $j_r^{(2)}$ — радиальная компонента плотности тока вторичных электронов; $n^{(2)}$ — плотность частиц. При этом пренебрегается выгоранием нейтрального газа ($n_g = \text{const}$). Будем, далее, полагать движение вторичных электронов диффузионным (режим замагниченной диффузии [1]). Такое движение в пренебрежении кулоновским трением описывается уравнением

$$-\frac{1}{n^{(2)}}\nabla\left(n^{(2)}T_e\right)+e\overline{E}+\frac{e}{c}\left[\overline{v}^{(2)},\overline{B}\right]+\overline{F}_{\text{тр}}^{e,0}=0,$$

где $n^{(2)}T_e$ — давление вторичных электронов; $\overline{F}_{\text{тр}}^{e,0}=mv_{T_e}\overline{v}^{(2)}/\lambda_0$ — сила трения электронов с нейтральным газом; v_{T_e} — тепловая скорость вторичных электронов; λ_0 — длина свободного пробега; $\overline{v}^{(2)}$ — средняя гидродинамическая скорость. Полное магнитное поле имеет только азимутальную компоненту, так что для продольной составляющей тока вторичных электронов

(4) $$j_z^{(2)}=\alpha B_0 j_r^{(2)}=\omega(r)\,\tau j_r^{(2)},$$

где $\alpha=e\lambda_0/(mcv_{T_e})$; $\omega(r)\tau$ — параметр замагниченности.

Для применимости используемого усредненного гидродинамического описания вторичных электронов ларморовский радиус $r_L\sim v_{T_e}/\omega_B$ должен быть много меньше характерного радиуса пучка r_0. Нетрудно получить оценку $r_L/r_0\sim v_{T_e}/2ic$, $i=eI/mc^3$. Таким образом, безразмерный ток пучка i должен быть достаточно большим.

Уравнение для безразмерной продольной компоненты векторного потенциала имеет вид

(5) $$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\chi_z}{dr}=-\frac{4\pi e}{p_0c^2}\left(j_z^{(1)}+j_z^{(2)}\right),$$

причем, согласно (4),

$$\frac{e}{cp_0}j_z^{(2)}=-\alpha\frac{d\chi_z}{dr}j_r^{(2)}.$$

Из этих соотношений следует

$$j_r^{(2)}=\frac{\dfrac{1}{r}\dfrac{d}{dr}r\dfrac{d\chi_z}{dr}+\dfrac{4\pi}{c}j_z^{(1)}}{4\pi\alpha\dfrac{p_0}{e}\dfrac{d\chi_z}{dr}},$$

откуда с использованием (2) и (3) находим уравнение для определения $\chi_z(r)$:

(6) $$\frac{d}{dr}\frac{\dfrac{d}{dr}r\dfrac{d\chi_z}{dr}+\dfrac{r}{r_0^2}e^{\chi_z}}{\dfrac{d\chi_z}{dr}}=\alpha^*\frac{r}{r_0^2}e^{\chi_z},$$

где $\alpha^*=n_g\sigma_i\lambda_0\dfrac{p_0}{v_{T_e}}=\dfrac{ic}{2v_{T_e}}\dfrac{\sigma_i}{\sigma_0}$ (здесь использовано соотношение $\lambda_0=1/n_g\sigma_0$).

При $\alpha^*<1/2$ уравнение (6) допускает решение вида

(7) $$\chi_z=-2\ln\left[1+\frac{r^2}{8r_0^2}(1-2\alpha^*)\right],$$

которому соответствует интегродифференциальная запись (6)

$$\frac{d}{dr}r\frac{d\chi_z}{dr}+\frac{r}{r_0^2}e^{\chi_z}=-\frac{\alpha^*}{r_0^2}\frac{d\chi_z}{dr}\int\limits_r^\infty e^{\chi_z(r')}r'dr'.$$

Правая часть этого уравнения представляет собой ток вторичных электронов, направленный противоположно току основного пучка, т. е. имеющий «размагничивающий» характер. Из соотношения (4) видно, что при отрицательном знаке тока $j_z^{(2)}$ отрицательным будет и ток $j_r^{(2)}$, т. е. вторичные электроны будут двигаться к оси, где в данном случае должен быть обеспечен сток частиц (например, в виде достаточно тонкого проводника).

Рассмотрим ситуацию, более интересную с физической точки зрения, когда сток вторичных частиц происходит на стенках трубы, расположенных на достаточно большом расстоянии от оси пучка. При этом обратный ток также течет по стенкам трубы. Вводя безразмерную независимую переменную $x = r^2/r_0^2$, перепишем (6) в интегродифференциальном виде

$$4\frac{d}{dx}x\frac{d\chi_z}{dx} + e^{\chi_z} = \alpha^*\frac{d\chi_z}{dx}\int_0^x e^{\chi_z(x')}dx'. \tag{8}$$

Выбор пределов интегрирования в правой части соответствует разбеганию электронов от оси пучка, при этом соотношение (7) не удовлетворяет уравнению (8).

Возможен простой вывод уравнения, эквивалентного (8), с использованием гидродинамического описания. Возьмем систему (3)—(5) (используя $B_\theta = -\frac{cp_0}{e}\frac{d\chi_z}{dr}$) и дополним ее уравнением баланса сил, действующих на частицы пучка в радиальном направлении:

$$\frac{1}{n}\frac{dQ}{dr} = -e\beta_0 B_\theta. \tag{9}$$

Здесь $Q(r)$ — давление частиц пучка, при беннетовском распределении $Q = nT$, $\beta_0 = v_z/c$, причем средняя гидродинамическая скорость $v_z(r) = \mathrm{const}$.

Из (3)—(5) легко получить

$$\frac{c}{4\pi}\frac{d}{dr}rB_\theta - rj_z^{(1)} = (\alpha n_g\sigma_i)\,B_\theta\int_0^r r'dr'j_z^{(1)}(r').$$

Из (9) следует

$$B_\theta = -\frac{T}{c\beta_0}\frac{1}{j_z^{(1)}}\frac{d}{dr}j_z^{(1)}.$$

Исключая B_θ из этих соотношений, имеем уравнение для n, эквивалентное (3). Будем решать (8) с граничным условием

$$\chi_z(0) = d\chi_z/dr|_{r=0} = 0. \tag{10}$$

Уравнение содержит безразмерный параметр α^*, значения которого могут изменяться в широких пределах. В частности, при значениях параметров, близких к реальным (см. [1]), $\sigma_i = 10^{-18}$ см$^{-2}$, $\sigma_0 = 10^{-15}$ см$^{-2}$, $T_e \sim 0{,}1$—1 эВ, $\alpha^* \leqslant i$. Условие малости ларморовского радиуса вторичных электронов при данных значениях параметров приобретает вид $I \gg 1{,}7$—17 А, т. е. заведомо выполняется в рассматриваемом диапазоне значений I. При $\alpha^* = 0$ решение (8), удовлетворяющее условиям (10):

$$\chi_z = -2\ln\left(1 + \frac{r^2}{8r_0^2}\right),$$

что соответствует обычному беннетовскому распределению.

Нетрудно убедиться, что при $\alpha^* = 1$ решением (8) с условием (10) является

$$\chi_z = -\ x/4.$$

Если в случае обычного беннетовского распределения зависимость плотности продольного тока от радиуса

$$j_z^{(1)} = \frac{1}{8\pi r_0^2}\,\frac{1}{(1 + r^2/8r_0^2)^2},$$

то в случае, описываемом найденным решением, распределение при тех же значениях I, r_0^2 гауссово:

$$j_z^{(1)} = \frac{I}{4\pi r_0^2} \exp\left(-r^2/4r_0^2\right),$$

т. е. плотность тока на оси вдвое больше «беннетовской» и весьма быстро, экспоненциально спадает по радиусу. Этот факт, по-видимому, может играть большую роль для транспортировки сильноточного пучка в дрейфовом пространстве, так как беннетовское распределение имеет длинные «хвосты» (средний квадратичный радиус расходится), тогда как при найденном нами гауссовом распределении все средние значения сходящиеся. Однако оценить изменение радиуса пучка в реальных условиях в рамках данной стационарной задачи не представляется возможным, поскольку трансформация пучка из беннетовского в гауссов — процесс динамический, и если ток пучка I можно считать сохраняющимся, что этого нельзя сказать о параметре r_0^2.

Значение параметра $\alpha^* = 1$ достижимо при весьма больших токах первичного пучка: $I \leqslant 17$кА. Рассмотрим область значений параметра $\alpha^* \ll 1$, что соответствует малому возмущению беннетовского распределения пучка магнитным полем вторичного тока электронов плазмы.

Полагая

$$\chi_z(r) = \chi_{z0}(r) + \alpha^* \chi_{z1}(r), \tag{11}$$

подставляя (11) в (8) и удерживая члены не выше первого порядка малости по α^*, получим

$$4\frac{d}{dx} x \frac{d\chi_{z1}}{dx} + \frac{\chi_{z1}}{(1 + x/8)^2} = -\frac{x}{4} \frac{1}{(1 + x/8)^2}. \tag{12}$$

Подстановкой $\xi = (x - 8)/(x + 8)$ (12) приводится к неоднородному уравнению Лежандра, и его решение, удовлетворяющее условиям (10), имеет вид

$$\chi_{z1} = -\frac{3x}{2(1 + x/8)} + 8\ln(1 + x/8) - 4\frac{x - 8}{x + 8}\int_0^{\frac{x}{8}} \frac{\ln(1 + t)}{t}\, dt, \tag{13}$$

откуда вытекает, что вблизи оси плотность тока пучка убывает с ростом радиуса медленнее, чем в обычном беннетовском распределении:

$$j_z^{(2)}(r) \sim 1 - \frac{r^2}{4r_0^2} + \frac{r^4}{64r_0^4}\alpha^*.$$

Решение (13) справедливо при ограниченных значениях r таких, что удовлетворяется неравенство

$$\alpha^* \chi_{z1}(r) < \chi_{z0}(r).$$

В условиях реального эксперимента при распространении пучка в волноводе конечного радиуса это ограничение не очень существенно. Сопоставление решений при $\alpha^* = 1$ и $\alpha^* \ll 1$ показывает, что воздействие продольного тока электронов вторичной плазмы приводит к равновесному состоянию РЭП, характеризующемуся более крутым по сравнению с беннетовским спадом плотности тока к периферии пучка. С ростом параметра α^* крутизна спада увеличивается, и при $\alpha^* = 1$ пучок трансформируется в гауссов. При этом нетрудно получить распределение токов вторичных частиц. Для радиальной компоненты плотности

$$j_r^{(2)} = \frac{n_g \sigma_i I}{2\pi r}\left(1 - e^{-r^2/4r_0^2}\right).$$

Радиальный ток обращается в нуль на оси пучка, имеет максимум при $r \sim r_0$ и спадает $\sim 1/r$ при $r \to \infty$.

Для продольной

$$j_z^{(2)} = \frac{p_0\sigma_i I}{4mv_{T_e}\pi r_0^2\sigma_0}\left(1 - e^{-r^2/4r_0^2}\right).$$

Полагая $p_0 \sim mc$, оценим полный продольный ток вторичных электронов, текущий внутри пучка ($r \leqslant r_0$):

$$I^{(2)} \simeq \frac{c}{v_{T_e}}\frac{\sigma_i}{\sigma_0} I.$$

При приведенных выше значениях параметров $I^{(2)} \sim I$.

Таким образом, основной результат настоящей работы состоит в том, что при токах РЭП $I \geqslant 1$ кА воздействие продольного тока электронов вторичной плазмы существенно изменяет конфигурацию электронного пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Жаринов А. В., Тосунян Г. А.** Распределение концентрации плазмы, образуемой электронным пучком в редком газе.— Радиотехника и электроника, 1981, т. 36, вып. 12.
2. **Мейерович Б. Э., Сухоруков С. Т.** Равновесная структура релятивистских пучков.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, вып. 5.
3. **Lee E. P.** Kinetic theory of a relativistic beam.— Phys. Fluids, 1976, v. 19, N 1.

Поступила 7/II 1985 г.

УДК 537.525

КАТОДНОЕ ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНОМ РАЗРЯДЕ

Н. М. Масленников

(*Москва*)

Несамостоятельный разряд, поддерживаемый электронным пучком, нашел широкое применение в электроионизационных лазерах (ЭИЛ). Теоретические и экспериментальные исследования такого разряда обобщены в [1—3].

Определяющее влияние на протекание тока между электродами оказывает прикатодный слой пространственного заряда. Расчет параметров слоя сводится к решению системы нелинейных уравнений непрерывности и Пуассона с соответствующими граничными условиями. В простейшем случае (плоские электроды, отсутствие электроотрицательных примесей) в установившемся режиме система уравнений с граничными условиями имеет вид

(1) $$dj_e/dx = -dj_i/dx = eq + \alpha j_e;$$

(2) $$dE/dx = 4\pi e(n_i - n_e);$$

(3) $$j_e(0) = \gamma j_i(0);$$

(4) $$U_\text{к} \int\limits_0^d E dx,$$

где j_e и j_i — плотность тока электронов и ионов; q — скорость несамостоятельной ионизации; E — напряженность электрического поля; n_e и n_i — концентрация электронов и ионов; $U_\text{к}$ — катодное падение напряжения; d — толщина слоя пространственного заряда у катода; e — заряд электрона; α — первый коэффициент Таунсенда; γ — коэффициент вторичной эмиссии электронов с катода.

Результаты расчета большинства авторов существенно отличаются друг от друга. Сопоставление расчетных данных, полученных для широкого диапазона плотностей тока j и давлений газа p, целесообразно прово-