

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РАСХОДЯЩЕГОСЯ ПЛАМЕНИ

УДК 536.46; 532.59

С. С. Минаев, Е. А. Пирогов*, О. В. Шарыпов**

Институт химической кинетики и горения СО РАН, 630090 Новосибирск

* Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск

** Институт теплофизики СО РАН, 630090 Новосибирск

В рамках слабонелинейной модели, описывающей динамику фронта расходящегося цилиндрического пламени, в предположении малости коэффициента расширения газа построены точные аналитические решения эволюционного уравнения для возмущенной поверхности пламени, подобные полученным в рамках метода полюсных разложений. На основе теоретического анализа и численного моделирования предложен новый подход к описанию самоускоряющегося расходящегося цилиндрического пламени.

Расходящееся сферическое пламя, распространяющееся от источника зажигания малых размеров, является удобным объектом для экспериментального исследования. Имеющиеся экспериментальные данные показывают, что по мере увеличения радиуса поверхность пламени покрывается ячейками, и как следствие этого пламя становится самоускоряющимся. В работе [1] установлено, что независимо от состава смеси средний радиус R свободно распространяющегося сферического пламени зависит от времени t по закону $R(t) = At^{3/2} + B$. Причиной самоускорения пламени является, по-видимому, гидродинамическая неустойчивость. Линейная теория гидродинамической неустойчивости плоского пламени рассматривалась в работах [2, 3], а для сферического пламени — в [4]. Принципиальное отличие развития гидродинамической неустойчивости сферического пламени от плоского заключается в том, что начальные возмущения поверхности с течением времени меняют не только свою амплитуду, но и длину волны — растягиваются в том же соотношении, что и средний радиус пламени. Поэтому те возмущения, амплитуда которых растет во времени медленнее, чем по линейному закону, не определяют неустойчивость. Существенное отличие задачи о неустойчивости сферического пламени от задачи о неустойчивости пламени, распространяющегося в ограниченном пространстве, состоит в том, что по мере роста среднего радиуса непрерывно увеличивается число возбуждаемых сферических гармоник. Это затрудняет проведение численных экспериментов, поскольку описание увеличивающейся поверхности пламени требует больших затрат машинного времени [5].

Данная работа ограничена рамками слабонелинейной модели, описывающей эволюцию фронта расходящегося цилиндрического пламени в предположении малости коэффициента расширения газа. Такой подход позволяет построить точные аналитические решения эволюционного уравнения для возмущенной поверхности пламени, использование которых, в свою очередь, позволяет проводить численное моделирование. На основе теоретического анализа и численного моделирования предлагается простая модель самоускоряющегося расходящегося цилиндрического пламени.

ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ВОЗМУЩЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПЛАМЕНИ

В рамках теории гидродинамической неустойчивости пламя можно рассматривать как поверхность, разделяющую несжимаемые и невязкие свежий газ и продукты горения. На этой поверхности плотность, температура и скорость движения газа меняются скачком. Задачу удобно решать в цилиндрических координатах (r, φ, z) , где r — радиус, φ — угол, z — координата вдоль образующей. Введем обозначения: $v_{1,2}, u_{1,2}, w_{1,2}$ — компоненты радиальной и угловой скоростей и скорости вдоль оси z соответственно. Индексы 1 и 2 относятся к областям свежего газа $r > R$ и продуктов горения $r < R$.

Невозмущенное поле скоростей в свежем газе для цилиндрического пламени имеет только радиальный компонент и записывается в виде

$$v_1 = (E - 1)S_0 R_0 / r.$$

Здесь $E = \rho_1 / \rho_2$ — отношение плотности свежего газа к плотности продуктов горения; S_0 — скорость распространения плоского пламени по свежей смеси; R_0 — радиус невозмущенного цилиндрического пламени. Распределение скорости оказывается таким же, как от линейного источника, расположенного на оси симметрии. Газ в области продуктов горения неподвижен.

Уравнение возмущенной поверхности пламени в общем случае запишем в виде $r = R(\varphi, z, t)$, где $R(\varphi, z, t) = R_0(t) + f(\varphi, z, t)$, f — возмущение цилиндрической поверхности. Граничные условия на поверхности возмущенного пламени имеют вид

$$D_n - (\vec{v}_1, \vec{n}) = S, \tag{1}$$

$$(\vec{v}_1 - \vec{v}_2, \vec{n}) = \varepsilon S, \tag{2}$$

$$(\vec{v}_1 - \vec{v}_2, \vec{\tau}) = 0, \tag{3}$$

$$p_1 - p_2 = \varepsilon \rho_1 S^2. \tag{4}$$

Здесь D_n — скорость движения фронта вдоль нормали; \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности, направленный в сторону свежей смеси; $\vec{\tau}$ — единичный вектор, касательный к поверхности; \vec{v}, p, ρ — скорость, давление и плотность; $\varepsilon = E - 1$. Предполагается, что скорость перемещения фронта по свежей смеси S зависит от кривизны поверхности фронта в данной точке: $S = S_0(1 - \sigma \operatorname{div}(\vec{n}))$, где $\sigma > 0$ — константа Маркштейна. Движение газа по обе стороны от фронта пламени описывается уравнениями Эйлера. В общем случае не удастся свести эту задачу к одному уравнению для фронта пламени. Однако это можно сделать, используя следующие упрощающие предположения. Рассматривается случай слабой нелинейности, когда в уравнениях можно отбросить члены выше второго порядка по степеням малости:

$$\left| \frac{1}{R_0} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \right|, \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \ll 1.$$

Кроме того, считается, что влиянием постоянной кривизны можно пренебречь:

$$\frac{1}{R_0} \ll \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \frac{\partial}{\partial z}$$

для всех возмущенных величин. Другое предположение, существенно упрощающее решение задачи, состоит в том, что течение по обе стороны фронта считается потенциальным. Как показано в работе [6], это утверждение выполняется при малых значениях коэффициента расширения газа $\varepsilon = E - 1$.

Считая течение потенциальным и обозначая через ψ_1 и ψ_2 потенциалы возмущений скорости свежего газа и продуктов горения, запишем уравнения движения и граничные условия на фронте пламени. Потенциалы скорости удовлетворяют уравнению Лапласа:

$$\Delta\psi_{1,2} = 0. \quad (5)$$

Граничные условия (1)–(3) на невозмущенной поверхности пламени для потенциалов скоростей с учетом высказанных предположений приобретают вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial \psi_1}{\partial r} = \frac{\sigma S_0}{R_0^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{S_0}{2R_0^2} \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi} \right)^2, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial r} - \frac{\partial \psi_2}{\partial r} = 0, \quad (7)$$

$$\psi_1 - \psi_2 = \varepsilon S_0 f. \quad (8)$$

Решение уравнения Лапласа (5) для потенциалов ψ_1 и ψ_2 , принимающих значения $\tilde{\psi}_1$ и $\tilde{\psi}_2$ на границе пламени, можно записать в виде свертки с функцией Грина задачи Дирихле для окружности:

$$\psi_{1,2} = \mp \int_0^{2\pi} G(r, \varphi - \theta) \tilde{\psi}_{1,2}(\theta) d\theta. \quad (9)$$

Здесь $G = (R_0^2 - r^2)/2\pi(R_0^2 + r^2 - 2rR_0 \cos(\varphi - \theta))$ — функция Грина, знак плюс перед интегралом в (9) соответствует области продуктов горения, минус — области свежего газа. При такой форме записи, учитывая граничные условия (7), (8), значения производной потенциала ψ_1 по радиусу можно записать в виде

$$\left. \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right|_{r=R_0} = -\frac{\varepsilon S_0}{2} \hat{K}. \quad (10)$$

Здесь \hat{K} — интегральный оператор,

$$\hat{K} = - \lim_{r \rightarrow R_0} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^{2\pi} G(r, \varphi - \theta) f(\theta) d\theta. \quad (11)$$

Подставляя значение радиальной производной потенциала скорости свежего газа (10) в (6), получим интегродифференциальное уравнение, описывающее развитие возмущений на поверхности цилиндрического пламени. Считая величину σ единицей длины, а σ/S_0 — времени и записывая это уравнение для величины $R(\varphi, t) = R_0(t) + f(\varphi, t)$, получим

$$\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{2} \hat{K} R = \frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{2R_0^2} \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi} \right)^2 + 1. \quad (12)$$

Подобное уравнение ранее получено в работе [5] и отличается от (12) видом записи интегрального оператора. Следует заметить, что в [5] под величиной R_0 подразумевалось среднее по углу значение поверхности возмущенного пламени:

$$R_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R(\varphi) d\varphi.$$

Такое определение R_0 корректно в том случае, когда среднее значение отклонений поверхности $f(\varphi)$ равно нулю. Как будет показано ниже, полученные в работе точные анали-

тические решения (12) удовлетворяют данному условию. В заключение этого параграфа отметим, что уравнения, аналогичные (12), таким же способом можно получить и для случая сферического пламени, а также цилиндрического пламени с учетом продольных возмущений.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАМЕНИ И ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЭТИМ РЕШЕНИЯМ

Частные решения уравнения (12), описываемые в этом параграфе, совпадают с полученными ранее методом полюсных разложений [7, 8]. Оказывается, что для таких решений можно легко восстановить возмущенное поле скоростей, определенным образом размещая точечные стоки и источники в областях свежего газа и продуктов горения. В трехмерном пространстве под точечным источником в плоскости (r, φ) понимается равномерно распределенный линейный источник. В электростатике это соответствует случаю равномерно заряженной нити.

Так, для точного решения уравнения (12), имеющего вид

$$f(\varphi, t) = 2 \ln(1 + \alpha^2(t) - 2\alpha(t) \cos(\varphi)) \quad (13)$$

и отвечающего случаю одного полюса [8], поле скоростей можно найти следующим образом. Считая, что поле течения в продуктах горения создается точечным источником, расположенным в области свежего газа в точке с координатами $\varphi = 0$, $r = R_0/\alpha$, где $\alpha < 0$, запишем потенциал скорости продуктов горения в виде

$$\psi_2 = \varepsilon S_0 \ln(1 + (r\alpha^2/R_0)^2 - 2(r\alpha/R_0) \cos(\varphi)). \quad (14)$$

Если поле течения в свежем газе создается точечным стоком такой же мощности, расположенным в точке $\varphi = 0$, $r = R_0\alpha$, и точечным источником, расположенным в центре симметрии, то

$$\psi_1 = -\varepsilon S_0 \ln(1 + (R_0\alpha^2/r)^2 - 2(R_0\alpha/r) \cos(\varphi)). \quad (15)$$

Такой вид потенциалов, очевидно, является решением уравнения Лапласа (5). Подставляя выражения (14), (15) в граничные условия (7), (8), можно видеть, что они удовлетворяются и дают выражение (13) для формы поверхности возмущенного пламени. Подстановка решения в уравнение (6) приводит к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям, описывающим зависимости $\alpha(t)$ и $R_0(t)$. Коэффициент α определяет положение стока в продуктах горения для потенциала скорости свежего газа и положение источника в области свежего газа для потенциала скорости продуктов горения. Поэтому из решения уравнений для α и R_0 можно легко восстановить поля скоростей по обе стороны от фронта в произвольный момент времени. Как следует из решения этих уравнений, в процессе эволюции источники и стоки приближаются к поверхности пламени $\alpha \rightarrow 1$, но никогда не достигают ее. Среднее значение отклонения поверхности пламени от невозмущенной поверхности равно нулю. Это утверждение легко проверить, непосредственно вычислив интеграл от выражения (13) в интервале $0 < \varphi < 2\pi$. Типичный вид эквипотенциальных поверхностей $\psi_{1,2} = \text{const}$ показан на рис. 1.

На основе решения (13) можно построить и более сложные точные решения уравнения (12). Прежде чем сделать это, заметим, что если возмущения поверхности имеют вид

$$f(\varphi, t) = 2 \sum_{j=1}^N \ln(1 + \alpha_j^2 + 2\alpha_j \cos(j\varphi)) = 2 \sum_{j=1}^N \ln(p_j p_j^+), \quad (16)$$

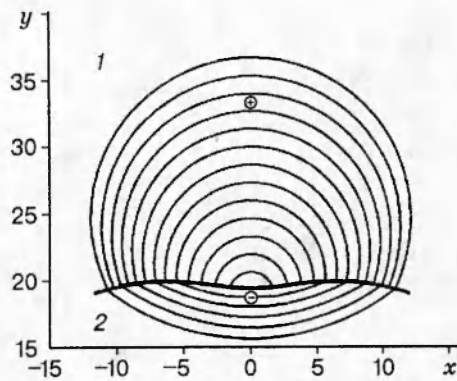


Рис. 1. Характерный вид эквипотенциальных линий поля скоростей для случая одного полюса:

1 — область свежей смеси; 2 — область продуктов горения; \oplus обозначает положение источника, \ominus — стока

где $p_j = 1 + \alpha_j(t) \exp(ij\varphi)$, p_j^+ — функция, комплексно сопряженная p_j , а коэффициенты $\alpha_j < 1$, то

$$\hat{K}f = 2i \sum_{j=1}^N \frac{p_j^+ \partial p_j / \partial \varphi - p_j \partial p_j^+ / \partial \varphi}{p_j p_j^+ R_0}. \quad (17)$$

Выражение (17) получается как следствие линейности оператора \hat{K} , поэтому его достаточно проверить лишь для решения (13). Заметим также, что если возмущения фронта пламени имеют вид (16), то среднее значение этой величины по углу φ равно нулю, так как при усреднении интеграл от каждого члена суммы (16) равен нулю. Запишем теперь возмущенную поверхность пламени в виде

$$R(\varphi, t) = R_0(t) + 2 \ln(FF^+), \quad F = \prod_{j=1}^N (1 + \alpha_j \exp(ij\varphi)), \quad (18)$$

где F^+ — функция, комплексно сопряженная F , а коэффициенты α_j — комплексные числа. Подставляя выражение (18) в уравнение (12) и учитывая (17), получим

$$\frac{\partial FF^+}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial R_0}{\partial t} - 1 \right) FF^+ + \frac{i\varepsilon}{2R_0} \hat{I}(FF^+) - \frac{1}{R_0^2} \left(\frac{\partial^2(FF^+)}{\partial \varphi^2} \right) = 0. \quad (19)$$

Здесь $\hat{I}(FF^+) = F^+ \partial F / \partial \varphi - F \partial F^+ / \partial \varphi$. Число членов N в (18) может быть любым, но конечным. Считаем, что коэффициенты α_j зависят от времени, и, приравнявая нулю выражения при степенях $\exp(ij\varphi)$ и свободном члене, получим систему дифференциальных уравнений для коэффициентов α_j и R_0 . Более удобно, однако, записать эти уравнения в переменных a_0, a_1, \dots, a_N , которые определены следующим образом:

$$F = a_0 + \sum_{j=1}^N a_j \exp(ij\varphi), \quad a_0 = \exp(R_0/4). \quad (20)$$

Система уравнений для коэффициентов a_0, a_1, \dots, a_N , которые для простоты будем считать действительными, получается после подстановки (20) в (19):

$$\sum_{j=0}^N \left(\frac{\partial(a_j a_{n+j})}{\partial t} - \omega_{n+j,j}(a_j a_{n+j}) \right) = 0, \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (21)$$

$$\omega_{n+j,j} = \frac{(2j+n)\varepsilon}{2R_0} - \frac{n^2}{R_0^2} + \frac{1}{2}.$$

В заключение отметим, что при больших значениях величин n и R_0 система уравнений (21) переходит в систему уравнений, описывающую рост возмущений на поверхности первоначально плоского пламени [9].

РАЗВИТИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ИСКРИВЛЕННОГО РАСХОДЯЩЕГОСЯ ПЛАМЕНИ

В этом параграфе рассматриваются численные решения системы уравнений (21) и предлагается возможный механизм самоускорения пламени. В этом случае возмущенная поверхность пламени по определению (20) записывается в виде

$$R(\varphi, t) = 2 \ln \left(\sum_{n=0}^N c_n(t) \cos(n\varphi) \right), \quad c_n = \sum_{j=0}^{N-n} a_j a_{n+j}. \quad (22)$$

Предположим, что под влиянием внешних воздействий поверхность пламени в момент времени $t = t_0$ имеет вид $R = \tilde{R}(\varphi)$. Тогда коэффициенты c_n , связанные с a_j соотношениями (22), можно рассматривать как коэффициенты разложения функции $\exp(\tilde{R}(\varphi)/2)$ в ряд Фурье по углу φ , точнее, они представляют собой коэффициенты в частичной сумме ряда Фурье по косинусам. Поскольку число членов в разложении (22) можно выбрать произвольно, функцию \tilde{R} всегда можно аппроксимировать с любой наперед заданной малой погрешностью. Рассматривая значения коэффициентов c_n и соответствующих им коэффициентов a_j , как начальные условия для системы (21) в момент времени $t = t_0$, из решения этой системы уравнений можно получить приближенное решение задачи Коши для уравнения (12).

Представление возмущенной поверхности пламени в форме (22) кроме того факта, что такая запись является точным решением уравнения (12), имеет еще одно преимущество по сравнению с прямым разложением функции $R(\varphi)$ в частичные ряды Фурье. Последнее уравнение в системе (21) имеет простой вид:

$$\frac{\partial c_N}{\partial t} = \omega_{N,0} c_N, \quad \omega_{N,0} = \frac{\varepsilon N}{2R_0} - \frac{N^2}{R_0^2} + \frac{1}{2}. \quad (23)$$

Коэффициент c_N является коэффициентом при высшей гармонике, и его значение будет расти со временем в том случае, если $\omega_{N,0} > 0$. Из последнего неравенства следует, что если средний радиус пламени R_0 меньше критического значения (при котором $\omega_{N,0} = 0$), то коэффициенты c_m при высших гармониках ($m \geq n$) затухают. Поэтому задача об эволюции возмущенной поверхности пламени сводится к задаче о нелинейном взаимодействии конечного числа гармоник в разложении (22), где число членов зависит от среднего радиуса пламени и находится из условия $\omega_{N,0} = 0$. В случае прямого разложения функции $R(\varphi)$ в ряд Фурье в уравнения для коэффициентов при высших гармониках из-за нелинейного взаимодействия входят коэффициенты при низших. При таком подходе коэффициенты при любой гармонике возрастают со временем. Поэтому требуется рассмотрение бесконечного числа уравнений при малых радиусах пламени. И хотя задача о развитии искривленной поверхности пламени при больших значениях среднего радиуса пламени значительно усложняется из-за увеличения числа уравнений в системе (21), предлагаемый подход позволяет непосредственно вычислить среднюю скорость распространения пламени.

Рассмотрим для примера простейшую ситуацию, когда на поверхности пламени возбуждена лишь одна гармоника с номером N :

$$R(\varphi, t) = R_0(t) + 2 \ln(1 + \alpha^2 + 2\alpha \cos(N\varphi)). \quad (24)$$

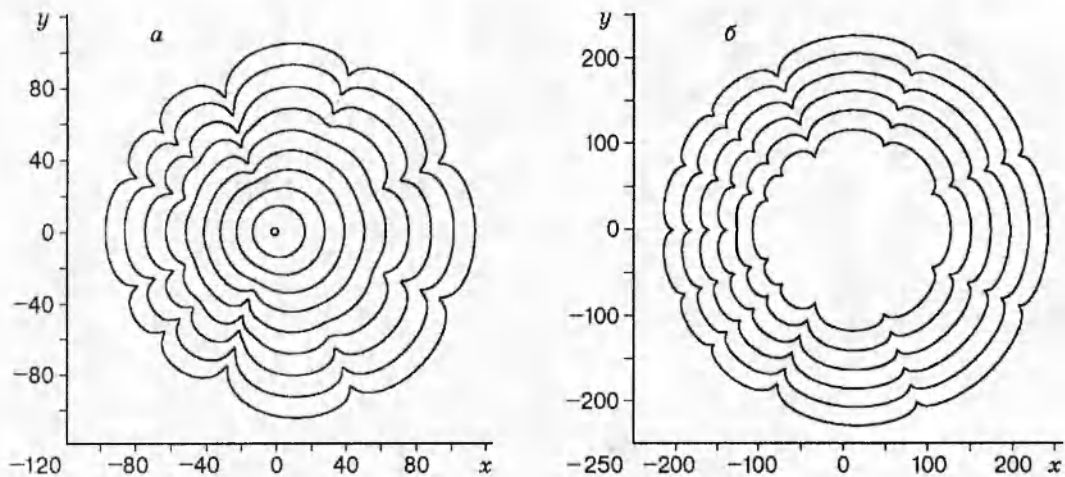


Рис. 2. Вид поверхности фронта пламени в последовательные моменты времени: *а* — $t = 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45$; *б* — $t = 50, 60, 70, 80, 90, 100$

Амплитуда возмущений и средний радиус пламени связаны уравнениями

$$\frac{d\alpha}{dt} = \left(\frac{\varepsilon N}{2R_0} - \frac{(1 + \alpha^2)N^2}{(1 - \alpha^2)R_0^2} \right) \alpha, \quad \frac{dR_0}{dt} = 1 + \frac{4N^2\alpha^2}{(1 - \alpha^2)R_0^2}. \quad (25)$$

Проанализируем поведение решений этой системы. Как следует из первого уравнения, в случае, когда выражение в скобках отрицательно, начальная амплитуда экспоненциально уменьшается со временем. Это происходит, если средний радиус пламени меньше критического значения $R_{0c} \simeq 2N/\varepsilon$, которое определяется из условия

$$\frac{\varepsilon N}{2R_{0c}} - \frac{(1 + \alpha^2)N^2}{(1 - \alpha^2)R_{0c}^2} = 0.$$

Если радиус цилиндрического фронта пламени превышает критическое значение R_{0c} , амплитуда возмущений a быстро возрастает. Затем, как это следует из первого уравнения системы (25), рост замедляется, и зависимость амплитуды от среднего радиуса пламени можно найти, приравняв к нулю правую часть первого уравнения:

$$a^2 \simeq (R_0 - R_{0c}) / (R_0 + R_{0c}).$$

Подставляя это выражение во второе уравнение системы (25), получим зависимость скорости распространения пламени от среднего радиуса. При больших значениях среднего радиуса $R_0 \gg R_{0c}$ эта зависимость имеет вид $\partial R_0 / \partial t \simeq 1 + \varepsilon N / R_0$.

Из проведенного анализа следует, что скорость возмущенного пламени, поверхность которого описывается (22), начинает расти при $R_0 > R_{0c}$, достигает максимума и затем уменьшается до скорости невозмущенного расширяющегося пламени. Уменьшение средней скорости искривленного фронта в процессе расширения пламени объясняется тем, что амплитуда искривлений растет логарифмически с увеличением радиуса, а длина волны возмущения пропорциональна радиусу. Поэтому отношение площади искривленной поверхности к площади невозмущенного пламени стремится к единице с ростом радиуса, и вследствие сохранения потока массы скорость распространения пламени уменьшается.

Для моделирования эволюции поверхности фронта расширяющегося цилиндрического пламени, описываемой уравнением (12), численно решалась система обыкновенных дифференциальных уравнений (21). После раскрытия производных и приведения подобных в

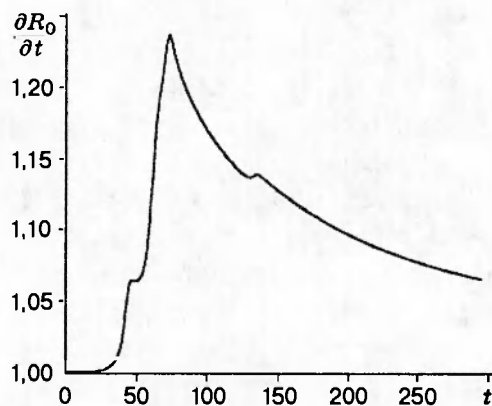


Рис. 3. Зависимость средней скорости фронта пламени от времени

(21) получается система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которую можно записать в общем виде:

$$\mathbf{B}\mathbf{a} = \mathbf{f}, \quad (26)$$

где \mathbf{B} — матрица, элементы которой зависят от $\alpha_j(t)$, \mathbf{f} — вектор-столбец функций, зависящих от $\alpha_j(t)$, \mathbf{a} — вектор-столбец производных $d\alpha_j/dt$. Подставляя вместо производных $d\alpha_j/dt$ их конечно-разностное представление, получим следующую систему уравнений, являющуюся явной аппроксимацией системы (26):

$$\mathbf{B}(t)\mathbf{a}(t + \Delta t) = \Delta t\mathbf{f}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{a}(t).$$

Полученная система решалась численно методом Гаусса. Были заданы следующие значения расчетных параметров и начальные данные: $\varepsilon = 2$, $\Delta t = 0,01$, $R_0 = 4 \ln \alpha_0 = 6,0$, $\alpha_j = 0,0001$, $j = 1, \dots, N$, $N = 15$. Указанные начальные значения α_j соответствуют цилиндрическому фронту пламени с возмущениями во всем спектре, амплитуда которых много меньше радиуса фронта.

На рис. 2 показана эволюция фронта пламени, полученная из расчетов системы уравнений (21). Из рис. 2 следует, что при превышении критического значения среднего радиуса на поверхности фронта постепенно формируются первые складки. Когда расстояние между существующими складками достигает критического значения, на поверхности возникают новые складки. Таким образом, процесс появления складок самоподдерживающийся и не зависит от начальных значений \mathbf{a} . Полученная динамика развития поверхности цилиндрически распространяющегося фронта пламени качественно совпадает с результатами расчетов [5], выполненных прямыми методами.

На рис. 3 приведен график скорости роста среднего радиуса фронта R_0 . Расчеты показывают, что средняя скорость распространения фронта dR_0/dt становится существенно больше 1, соответствующей скорости распространения невозмущенного цилиндрического фронта пламени. Анализируя рис. 2, 3, можно заметить, что увеличение средней скорости связано с возникновением и развитием новых складок фронта. Спад скорости распространения фронта, показанный на рис. 3, связан с тем, что в численных расчетах использовалось значение $N = 15$. Тем самым при достаточно большом значении среднего радиуса (времени) процесс появления новых складок прекращался; как результат прекращалось и самоускорение пламени, скорость которого асимптотически стремится к единице по мере приближения поверхности пламени к цилиндрической форме.

В работе [5] для решения эволюционного уравнения (12) до времени $t = 12000$ при $N = (2^9 \div 2^{15})$ потребовалось 30 ч машинного времени для рабочей станции Sun. В настоящей работе $N = 15$, $t \simeq 10^2$ расчеты выполнялись на IBM PC 386. Ограниченный объем оперативной памяти компьютера допускает моделирование динамики фронта пламени на основе метода, использующего точное решение, до $t \simeq 300$ (это связано с числом элементов матрицы \mathbf{B} , которое не должно превышать величину $N^2 \simeq 10^5$). Для реальных параметров расчетное время соответствует радиусу цилиндрического пламени $R_0 \simeq 5$ см.

Авторы выражают признательность сотрудникам Центра современной оптики и спектроскопии Новосибирского государственного университета за содействие при проведении численных расчетов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-03-09663).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гостинцев Ю. А., Истратов А. Г., Шуленин Ю. В. Автомодельный режим распространения свободного турбулентного пламени в перемешанных газовых смесях // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 5. С. 63–69.
2. Ландау Л. Д. К теории медленного горения // ЖЭТФ. 1944. Т. 14, № 6. С. 240–244.
3. Darrieus G. Propagation d'un front de flamme // Conférences: La Technique Modern. 1938; Congres de Mécanique Appliquée. Paris, 1945.
4. Истратов А. Г., Либрович В. Б. Об устойчивости распространения сферического пламени // ПМТФ. 1966. № 1. С. 67–78.
5. Sivashinsky G. I., Filyand L., Frankel M. L. On self-acceleration of outward propagating wrinkled flames // Physica D. 1994. V. 72. P. 110–118.
6. Sivashinsky G. I., Clavin P. On the nonlinear theory of hydrodynamic instability in flames // J. Physique. 1987. V. 48. P. 193–198.
7. Joulin G. On the nonlinear hydrodynamic instability of expanding flames: intrinsic dynamics // Phys. Rev. E. 1994. V. 50, № 3. P. 2030.
8. Minaev S. S. Analytical solution of equation describing the outward propagating wrinkled flame // Combust. Sci. Technol. 1995. V. 106. P. 203–206.
9. Минаев С. С., Пирогов Е. А., Шарыпов О. В. Скорость распространения пламени при развитии гидродинамической неустойчивости // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 6. С. 19–25.

Поступила в редакцию 17/VII 1995 г.
