

8. В качестве примера рассмотрим задачу диагностики в случае, когда априори известно, что среда является слабо неоднородной, но изотропной. Это предположение существенно сокращает число искомых характеристик. Их остается только четыре:  $\lambda^e$ ,  $\mu^e$ ,  $\beta^e$ ,  $K^e$ , так как для изотропной термоупругой среды

$$\begin{aligned} C_{1111}^e &= C_{2222}^e = C_{3333}^e = \lambda^e + 2\mu^e, & C_{1212}^e &= C_{1313}^e = C_{2323}^e = 2\mu^e, \\ C_{1112}^e &= C_{1113}^e = C_{1123}^e = C_{1223}^e = C_{2213}^e = C_{1323}^e = C_{2212}^e = C_{2223}^e = C_{1213}^e = C_{3313}^e = \\ &= C_{3312}^e = C_{3323}^e = 0, & C_{1122}^e &= C_{1133}^e = C_{2233}^e = \lambda^e, & \beta_{ij}^e &= \delta_{ij}\beta^e, & K_{ij}^e &= \delta_{ij}K^e. \end{aligned}$$

Уравнения (7.1), (7.2) в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} (8.1) \quad & [K^e \psi_{,1}^{(n)}]_{,1} + [K^e \psi_{,2}^{(n)}]_{,2} + [K^e \psi_{,3}^{(n)}]_{,3} = g^{(n)}, \\ & n = \overline{1, m}, \quad [(\lambda^e + 2\mu^e) \varphi_{1,1}^{(n)} + \lambda^e (\varphi_{2,2}^{(n)} + \varphi_{3,3}^{(n)})]_{,1} + [\mu^e (\varphi_{1,2}^{(n)} + \varphi_{2,1}^{(n)})]_{,2} + \\ & + [\mu^e (\varphi_{1,3}^{(n)} + \varphi_{3,1}^{(n)})]_{,3} - (\beta^e \psi^{(n)})_{,1} = f_1^{(n)}, \quad [\mu^e (\varphi_{1,2}^{(n)} + \varphi_{2,1}^{(n)})]_{,1} + [(\lambda^e + 2\mu^e) \varphi_{2,2}^{(n)} + \\ & + \lambda^e (\varphi_{1,1}^{(n)} + \varphi_{3,3}^{(n)})]_{,2} + [\mu^e (\varphi_{2,3}^{(n)} + \varphi_{3,2}^{(n)})]_{,3} - (\beta^e \psi^{(n)})_{,2} = f_2^{(n)}, \\ & [\mu^e (\varphi_{1,3}^{(n)} + \varphi_{3,1}^{(n)})]_{,1} + [\mu^e (\varphi_{2,3}^{(n)} + \varphi_{3,2}^{(n)})]_{,2} + [(\lambda^e + 2\mu^e) \varphi_{3,3}^{(n)} + \\ & + \lambda^e (\varphi_{1,1}^{(n)} + \varphi_{2,2}^{(n)})]_{,3} - (\beta^e \psi^{(n)})_{,3} = f_3^{(n)}. \end{aligned}$$

Будем определять только  $\mu^e$ . Для этого достаточно провести одно тестовое испытание, т. е.  $n = 1$ , в дальнейшем этот индекс будет опущен.

В качестве начальных условий возьмем

$$(8.2) \quad \varphi_1 = x_3, \quad \varphi_2 = 0, \quad \varphi_3 = 0, \quad \psi = 0.$$

Нетрудно видеть, что так подобранные  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ ,  $\psi$  удовлетворяют статическим уравнениям термоупругости для среды с постоянными термоупругими характеристиками. Подставляя (8.2) в (8.1), получим

$$(8.3) \quad \mu_{,2}^e = f_1, \quad \mu_{,1}^e = f_3, \quad 0 = f_2, \quad 0 = g.$$

Поскольку из (8.1) мы получили четыре уравнения для определения одной функции  $\mu^e$ , то на функции  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $g$  накладываются ограничения, следующие из самого вида уравнений (8.3):  $f_{1,1} = f_{3,3}$ ,  $f_2 = 0$ ,  $g = 0$ . Учитывая условия (7.3), которые в данном случае принимают вид  $\mu^e(x_1, x_2, 0) = 0$ , получим

$$\mu^e(x_1, x_2, x_3) = \int_0^{x_3} f_1(x_1, x_2, \eta) d\eta.$$

Физический смысл величины  $\mu^e$  требует, чтобы  $\mu^0 + \mu^e > 0$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Романов В. Г. Обратные задачи распространения сейсмических и электромагнитных волн. — В кн.: Методы решения некорректных задач и их приложения. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1982.
2. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
3. Гарипов Р. М., Кардаков В. Б. Задача Коши для волнового уравнения с непространственным начальным многообразием. — ДАН СССР, 1973, т. 213, № 5.
4. Резницкая К. Г. Связь между решениями задачи Коши для уравнений различного типа и обратные задачи. — В кн.: Математические проблемы геофизики. Вып. 5, ч. 1. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1974.

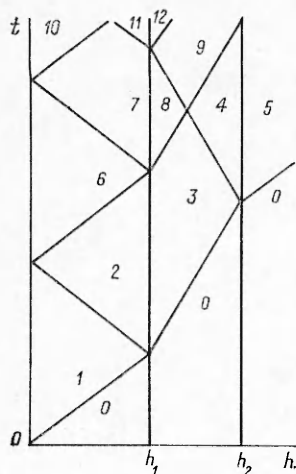
Поступила 11/VII 1983 г.

УДК 622.026 + 650.834

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ВЯЗКОУПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ, ВКЛЮЧАЮЩЕМ ПОГЛОЩАЮЩИЙ СЛОЙ

К. С. СУЛТАНОВ  
(Ташкент)

В [1] предложена модель для горных пород и грунтов, учитывающая две предельные нелинейные диаграммы сжатия — статическую ( $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$ ) и динамическую ( $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$ ), а также диаграммы, определяющие разгрузки среды. Эти диаграммы относятся



Ф и г. 1

**Постановка задачи и метод решения.** Расчетная схема задачи в переменных Лагранжа ( $h$  — масса,  $t$  — время) приведена на фиг. 1. Рассматривается полупространство, включающее слой  $h_1 - h_2$ . Уравнения состояния полупространства и слоя считаются линейно-вязкоупругими, но с разными физико-механическими характеристиками. Далее индексы  $i = 1, 2, 3$  относятся соответственно к средам перед слоем, к слою и за слоем.

Поведение линейной вязкоупругой среды (стандартно линейное тело) определяется уравнением

$$(1) \quad \dot{\epsilon}_i + \mu_i \epsilon_i = \dot{\sigma}_i / E_{Di} + \mu_i \sigma_i / E_{Si}, \quad \mu_i = E_{Di} E_{Si}' / (E_{Di} - E_{Si}) \eta_i,$$

где  $\sigma_i$  и  $\epsilon_i$  — продольные составляющие тензоров напряжения и деформации;  $E_{Di}$  — модуль динамического, а  $E_{Si}$  — статического сжатия;  $\eta_i$  — коэффициент объемной вязкости;  $\mu_i$  — параметр вязкости,  $\dot{\epsilon}_i = d\epsilon_i/dt$ ;  $\dot{\sigma}_i = d\sigma_i/dt$ .

Волна создается в начальном сечении  $h = 0$  нагрузкой, изменяющейся по закону

$$(2) \quad \sigma_1 = \sigma_{\max} \sin(\pi t / \theta) \text{ при } 0 \leq t \leq \infty,$$

где  $\sigma_{\max}$  — максимальное значение нагрузки;  $\theta$  — полупериод колебания. Частоты колебаний  $f = 1/(2\theta)$  и  $\omega = \pi/\theta$ .

По среде от начального сечения распространяется падающая волна, которой в плоскости  $h, t$  соответствует область 1 (фиг. 1). Скорость фронта падающей волны  $c_{01}$ . После достижения падающей волной слоя при  $h = h_1$  образуется отраженная волна (область 2), которая в свою очередь, отражаясь от начального сечения  $h = 0$ , образует область 6 и т. д. Скорость распространения всех фронтов в среде перед слоем равна  $c_{01}$ . При взаимодействии падающей волны со слоем в последней образуется проходящая волна (область 3), скорость фронта которой  $c_{02}$ . После достижения фронтом проходящей волны задней границы слоя  $h_2$  образуются отраженная волна (область 4) и пзлученная волна в среде за слоем (область 5). Скорость всех фронтов в слое равна  $c_{02}$ . Скорость фронта пзлученной волны  $c_{03}$ . В дальнейшем после многократных отражений и преломлений фронтов волн образуются области 7—10 и т. д.

Основные уравнения движения сред в переменных Лагранжа имеют вид

$$(3) \quad \partial u_i / \partial t - \partial \sigma_i / \partial h = 0, \quad \partial u_i / \partial h - \partial \epsilon_i / \rho_0 \partial t = 0,$$

где  $u_i$  — скорость частиц (массовая скорость);  $\rho_{0i}$  — начальные плотности сред.

Решение задачи сводится к интегрированию в каждой среде системы (3), замыкаемой уравнением (1) с граничными условиями: в начальном сечении выполняются (2), а на фронте падающих и проходящих волн, где не проявляются вязкие свойства среды:

$$(4) \quad \sigma_i = -c_{0i} \rho_{0i} u_i = 0, \quad u_i = -c_{0i} \epsilon_i = 0, \quad c_{0i} = \sqrt{E_{Di} / \rho_{0i}},$$

$c_{0i}$  — скорость начала возмущения (фронта), определяемая динамической диаграммой сжатия. На границах раздела сред  $h_1$  и  $h_2$  выполняется условие непрерывности

$$(5) \quad \sigma_1 = \sigma_2, \quad u_1 = u_2 \quad \text{и} \quad \sigma_2 = \sigma_3, \quad u_2 = u_3.$$

Система уравнений (3), замыкаемая уравнением (1), гиперболическая, характеристические соотношения которой имеют вид

$$(6) \quad d\sigma_i + c_{0i} \rho_{0i} du_i = -c_{0i}^2 \rho_{0i} g(\sigma_i, \epsilon_i) dt \quad \text{при} \quad \dot{h} = \pm c_{0i} \rho_{0i},$$

$$d\sigma_i - c_{0i}^2 d\varepsilon_i = -c_{0i}^2 \rho_{0i} g(\sigma_i, \varepsilon_i) dt \quad \text{при } \dot{h} = 0,$$

$$g(\sigma_i, \varepsilon_i) = \sigma_i / \mu_i - E_{Di} E_{si} (\varepsilon_i - \sigma_i / E_{Di}) / (E_{Di} - E_{si}) \eta_i.$$

Перейдем к безразмерным переменным Лагранжа и безразмерным параметрам

$$(7) \quad x = \mu_1 h / c_{01} \rho_{01}, \quad \tau = \mu_1 t, \quad \sigma_i^0 = \sigma_i / \sigma_{\max}, \quad \varepsilon_i^0 = \varepsilon_i / \varepsilon_{m1},$$

$$u_i^0 = u_i / u_{m1}, \quad \varepsilon_{m1} = \sigma_{\max} / E_{D1}, \quad u_{m1} = -\sigma_{\max} / c_{01} \rho_{01}.$$

В этих переменных основные уравнения примут вид

$$\frac{\partial u_i^0}{\partial \tau} + \frac{\partial \sigma_i^0}{\partial x} = C, \quad \frac{\partial u_i^0}{\partial x} + p_i^2 \frac{\partial \varepsilon_i^0}{\partial \tau} = 0,$$

$$\dot{\varepsilon}_i^0 + p_i \varepsilon_i^0 = \dot{\sigma}_i^0 + p_i \gamma_i \sigma_i^0; \quad p_i = \mu_i / \mu_1, \quad \gamma_i = E_{Di} / E_{si}.$$

При  $\gamma_i \rightarrow 1$  уравнение состояния среды переходит к уравнению упругой среды Гука.

Граничные условия:

$$(8) \quad \sigma_1^0 = \sin \omega^0 \tau \quad \text{при } x = 0 \quad \text{и } 0 \leq \tau \leq \infty,$$

$$\sigma_i^0 = \varepsilon_i^0 = u_i^0 = 0 \quad \text{при } x = k_i \tau,$$

где  $\omega^0$  — безразмерная круговая частота,  $\omega^0 = \pi / \mu_1 \theta = \omega / \mu_1$ ;  $k_i = c_{0i} \rho_{0i} / c_{01} \rho_{01}$ . На границе раздела сред  $\sigma_1^0 = \sigma_2^0$  и  $u_1^0 = u_2^0$ ;  $\sigma_2^0 = \sigma_3^0$  и  $u_2^0 = u_3^0$ .

Характеристические соотношения:

$$d\sigma_i^0 \pm k_i du_i^0 = (\varepsilon_i^0 - \gamma_i \sigma_i^0) p_i d\tau \quad \text{вдоль линий } dx = \pm k_i d\tau,$$

$$d\sigma_i^0 - d\varepsilon_i^0 = (\varepsilon_i^0 - \gamma_i \sigma_i^0) p_i d\tau \quad \text{вдоль линий } dx = 0.$$

При переходе от одной среды к другой наклон характеристик меняется так же, как линии фронтов волн. Для всех сред при этом время и пространственная координата остаются общими как в размерных, так и в безразмерных величинах. Обезразмеривание уравнений (1)–(6) с помощью безразмерных переменных и безразмерных величин (7) приводит к тому, что полученные безразмерные значения  $\sigma_i^0$  и  $u_i^0$  для всех сред взаимно сопоставимы, а  $\varepsilon_i^0$  не сопоставимы, так как при обезразмеривании по параметрам первого слоя после несложных преобразований (6) получится  $\varepsilon_1^0 = \varepsilon_1 / \varepsilon_{m1}$ ,  $\varepsilon_2^0 = \varepsilon_2 / \varepsilon_{m2}$  и  $\varepsilon_3^0 = \varepsilon_3 / \varepsilon_{m3}$ . Деформации, полученные для разных сред, взаимно сопоставимы только в своих размерных значениях.

Параметры волны в средах зависят от 19 размерных постоянных  $E_{Di}$ ,  $E_{si}$ ,  $\eta_i$ ,  $\rho_{0i}$ ,  $c_{0i}$ ,  $\sigma_{\max}$ ,  $\theta$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  ( $i = 1, 2, 3$ ). При переходе к безразмерным переменным задаче содержит 12 безразмерных параметров  $\mu_1 \theta$ ,  $\gamma_i$ ,  $k_i$ ,  $p_i$ ,  $x_1$  и  $x_2$ . Это позволяет результаты расчета одного варианта на ЭВМ в безразмерных переменных применять к ряду комбинаций размерных постоянных задачи.

**Результаты расчета и их анализ.** Расчеты на ЭВМ БЭСМ-6 проводились для вариантов, приведенных в таблице. При выборе вариантов основывались на экспериментальных значениях размерных постоянных задачи. В грунтах  $\gamma$  меняется в интервале от 1,5 до 5, а  $\mu$  — от 150 до 1500 с<sup>-1</sup> [1]. Для горных пород  $\gamma$  лежит в интервале от 1 до 3, а  $\mu$  — от 10<sup>4</sup> до 10<sup>8</sup> с<sup>-1</sup> [1, 12, 13]. Если значение  $\mu_1$  принимаем равным 10<sup>3</sup> с<sup>-1</sup>, то варианты в таблице соответствуют довольно широкому диапазону частот исходной нагрузки, т. е. от 0,05 до 50 с<sup>-1</sup>, а при  $\mu_1 = 10^4$  с<sup>-1</sup> от 0,5 до 500 с<sup>-1</sup>.

Считаем свойства сред перед и за слоем одинаковыми, что соответствует  $k_1 = k_3 = 1$  и  $\gamma_1 = \gamma_3$ . В целях сокращения количества вариантов принимаем  $p_i = k_i$ . Если  $\gamma_2 > \gamma_1$ , то получится задача о распространении продольных волн в полупространстве, включающем поглощающий слой, так как увеличение  $\gamma$  соответствует возрастанию различия между динамической и статической диаграммами сжатия, т. е. увеличивается коэффициент поглощения среды и уменьшается скорость распространения возмущения [7]. В случае  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$  получим однородное полупространство. Если  $\gamma_2 < \gamma_1$ , то получим полупространство, которое включает деформируемую преграду.

Общую закономерность распространения продольных волн в средах рассмотрим на примере расчета варианта 3 (фиг. 2). Кривые 0–7 относятся к безразмерным расстояниям  $x$ , равным соответственно 0; 3; 5; 7; 10; 18; 26; 34. Границы слоя расположены в сечениях  $x_1 = 5$  и  $x_2 = 10$ . Заданная нагрузка, создающая волну в начальном сечении, является стационарной и в соответствии с уравнением (8) изменяется по синусоидальному закону (кривая 0). В остальных сечениях изменения  $\sigma^0$  во времени, как видно из фиг. 2, неустановившиеся.

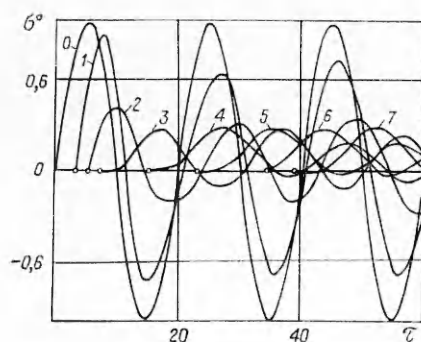
Номер варианта	Номер варианта						Номер варианта						
	$\mu_1\theta$	$\gamma_1, \gamma_3$	$\gamma_2$	$k_2$	$x_1$	$x_2$	$\mu_1\theta$	$\gamma_1, \gamma_3$	$\gamma_2$	$k_2$	$x_1$	$x_2$	
1	10	1,1	2	0,8	5	10	14	10 <sup>2</sup>	1,1	4	0,5	100	200
2	10	1,1	4	0,6	5	10	15	10	2	4	0,8	5	10
3	10	1,1	4	0,5	5	10	16	10	2	4	0,6	5	10
4	10	1,1	4	0,2	5	10	17	10	1,02	4	0,6	5	10
5	10	1,1	4	0,5	50	70	18	10	1,02	2	0,6	5	10
6	10 <sup>2</sup>	1,1	4	0,5	50	70	19	10 <sup>2</sup>	1,02	4	0,6	5	10
7	3·10 <sup>2</sup>	1,1	4	0,5	50	70	20	10 <sup>2</sup>	2	1,02	2,0	5	10
8	5·10 <sup>2</sup>	1,1	4	0,5	50	70	21	10 <sup>3</sup>	2	1,02	2,0	5	10
9	10 <sup>3</sup>	1,1	4	0,5	50	70	22	10	2	1,02	2,0	5	7
10	10 <sup>4</sup>	1,1	4	0,5	50	70	23	10	2	1,02	2,0	5	10
11	10 <sup>2</sup>	1,1	4	0,5	100	120	24	10	2	1,02	2,0	5	15
12	10 <sup>2</sup>	1,1	4	0,5	150	170	25	10	2	1,02	2,0	5	25
13	10 <sup>2</sup>	1,1	4	0,5	200	220							

Во всех сечениях максимальное значение напряжения  $\sigma_{r1}^0$  в первом вступлении волны больше, чем в последующих вступлениях. Время достижения  $\sigma_m^0$  для первого вступления с удалением от начального сечения, т. е. с ростом  $x$ , растет. При прохождении волны через слой значения  $\sigma_m^0$  за слоем для первого вступления, а также для последующих вступлений изменяются в зависимости от параметров и свойств слоя.

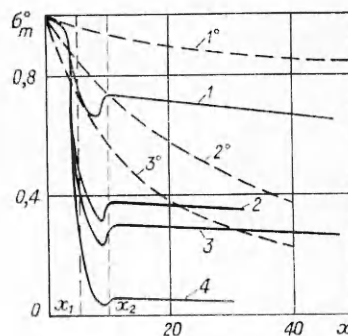
Рассмотрим изменения значения  $\sigma_m^0$  в фиксированных сечениях среды перед слоем, в самом слое и за слоем в зависимости от параметров слоя. Во всех рассмотренных вариантах зависимости  $\sigma_{r1}^0(x)$  построены по значениям  $\sigma_m^0$  для первого вступления волны.

Влияние отношений модулей динамического и статического сжатия слоя ( $\gamma_2 = E_{D2}/E_{S2}$ ) на значения  $\sigma_{r1}^0$  в средах при  $\mu_1\theta = 10$ ,  $x_1 = 5$  и  $x_2 = 10$  приведены на фиг. 3. Нумерация кривых здесь и далее соответствует нумерации вариантов, приведенных в таблице. Значения  $\gamma_2$ , выбранные в вариантах 1—4, соответствуют поглощающим средам по отношению к средам перед и за слоем. Кроме этого, одному и тому же  $\gamma_2$  могут соответствовать разные  $k_2$ , так как  $\gamma_2$  является отношением  $E_{D2}$  к  $E_{S2}$ . Уменьшение  $k_2$  при постоянном  $\gamma_2$  соответствует уменьшению волнового сопротивления (импеданса) слоя или уменьшению скорости распространения волны в слое.

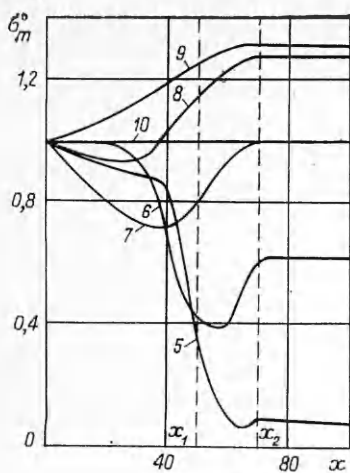
Кривые 1<sup>0</sup>—3<sup>0</sup> на фиг. 3 относятся к зависимостям  $\sigma_m^0(x)$  при  $\gamma = 1,1$ ; 2; 4 соответственно ( $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$ ). В этих случаях максимальное безразмерное напряжение  $\sigma_m^0$  монотонно убывает с расстоянием, и чем больше значение  $\gamma$ , тем больше интенсивность угасания. Изменение  $\gamma_2$  при постоянном  $\gamma_1 = \gamma_3$  меняет ход кривых 1<sup>0</sup>—3<sup>0</sup>. При увеличении  $\gamma_2$  значение  $\sigma_{r1}^0$  резко начинает падать в сечениях среды перед слоем и продолжает убывать в начальных сечениях самого слоя (кривые 1—4), так как при взаимодействии волны с поглощающим слоем отраженная от слоя волна является волной разрежения. По достижении фронтом падающей волны задней границы слоя по-



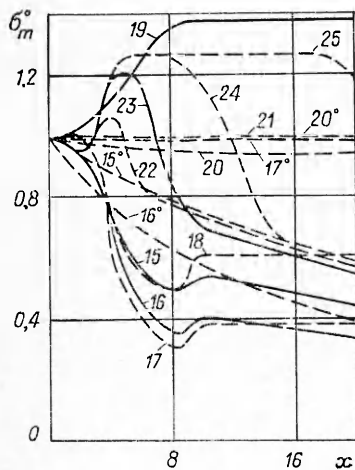
Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 6

ственно, а при  $\mu_1 = 10^4 \text{ с}^{-1}$  — равным 500; 50; 16,7; 10; 5 и  $0,5 \text{ с}^{-1}$ . В этих вариантах границы слоя расположены в сечениях  $x_1 = 50$  и  $x_2 = 70$  (заштрихованная область на фиг. 4). При этом  $\gamma_1 = \gamma_3 = 1,1$ ,  $\gamma_2 = 4$  и  $k_2 = 0,5$ .

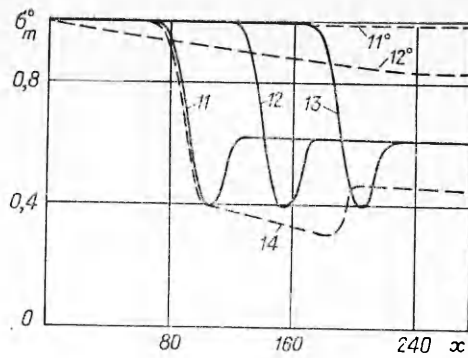
При прохождении высокочастотных волн через поглощающий слой значение  $\sigma_m^0$  за слоем значительно убывает (кривая 5). Уменьшение частоты волны в 10 раз вызывает увеличение  $\sigma_m^0$  за слоем примерно в 6 раз (кривые 5 и 6). Дальнейшее уменьшение частоты волны сильно меняет ход кривых  $\sigma_m^0(x)$ . При прохождении низкочастотных волн через поглощающий слой волновой процесс развивается медленно и является квазистатическим. В этих случаях за время прохождения волны поглощающий слой успевает деформироваться значительно, в результате значение  $\sigma_m^0$  в слое возрастает (кривые 8, 9). Для очень низкочастотных волн влияние слоя на параметры волны отсутствует (кривая 10).

Отношение длины волны  $\lambda$  к толщине слоя  $r$  через безразмерные параметры определяется выражением  $\lambda/r = 2\mu_1\theta/(x_2 - x_1)$ .

В рассмотренных вариантах 5—10 на фиг. 4 отношение  $\lambda/r$  равно 1; 10; 30; 50; 100 и 1000 соответственно. Из фиг. 4 видно, что при значении  $\lambda/r < 30$  параметры волны за слоем затухают, а при  $\lambda/r \geq 30$  либо возрастают, либо остаются без изменения. Чтобы добиться более эффективного затухания волны за слоем при прочих равных условиях, толщина слоя должна определяться из условия  $r = 0,1\lambda$ , м.

Удаление слоя от начального сечения вызывает уменьшение значения  $\sigma_m^0$  за слоем (кривая 3 на фиг. 3 и кривая 5 на фиг. 4). Однако это явление наблюдается только для высокочастотных волн при  $\lambda/r < 10$ .

Влияние безразмерного расстояния  $x_1$  на значение  $\sigma_m^0$  за слоем при постоянной толщине слоя и при  $\lambda/r = 10$  показано на фиг. 5. Здесь  $\mu_1\theta = 100$ ,  $\gamma_1 = \gamma_3 = 1,1$ ,



Ф и г. 5

является отраженная волна сжатия. Наложение проходящих и отраженных волн вызывает возрастание  $\sigma_m^0$  на задних сечениях слоя. Далее, в сечениях среды за слоем изменения зависимостей  $\sigma_m^0(x)$  аналогичны кривой 10, только лишь с отличием уровня значений  $\sigma_m^0$ . Увеличивая значение  $\gamma_2$  т. е. выбирая материалы, обладающие различными вязкими свойствами, можно добиться большего понижения уровня напряжения за слоем (кривые 1, 2). При уменьшении скорости распространения продольных волн в слое, что соответствует увеличению пористости материала слоя, еще больше понижается значение  $\sigma_m^0$  за слоем (кривые 3, 4). Когда значение скорости распространения волны в слое равно одной пятой части скорости распространения волны в средах перед и за слоем ( $k_2 = 0,2$ ), значение  $\sigma_m^0$  за слоем практически угасает до 95% (кривая 4). Отсюда видно, что при некоторых значениях  $\gamma_2$  и  $k_2$  можно добиться полного поглощения проходящей волны через слой. Однако это зависит от частоты проходящих продольных волн.

Влияние на значение  $\sigma_m^0$  частоты колебания нагрузки  $f = 1/(20)$  рассмотрено на примере расчетов вариантов 5—10 (фиг. 4). При постоянном  $\mu_1 = 10^3 \text{ с}^{-1}$  варианты 5—10 относятся к частотам волны, равным 50; 5; 1,67; 1; 0,5 и  $0,05 \text{ с}^{-1}$  соответственно.

$\gamma_2 = 4$ ,  $k_2 = 0,5$ . Кривые 11<sup>0</sup> и 12<sup>0</sup> относятся к зависимости  $\sigma_m^0(x)$  в однородной среде при  $\gamma = 1,1$  и 4, а  $\mu_1\theta = 100$ .

В этих случаях расстояние от начального сечения до передней границы слоя  $x_1$  или место расположения поглощающего слоя не влияет на значение  $\sigma_m^0$  за слоем (кривые 11—13). Ход кривых  $\sigma_m^0(x)$  для вариантов 11—13 аналогичен зависимостям  $\sigma_m^0(x)$ , рассмотренным на фиг. 3.

При увеличении толщины слоя, что соответствует также уменьшению соотношения  $\lambda/r$ , значение  $\sigma_m^0$  затухает в процессе распространения волны в самом поглощающем слое, что приводит к большому уменьшению  $\sigma_m^0$  за слоем (кривая 14).

Влияние изменения  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$ , а также  $\gamma_2$  на зависимость  $\sigma_m^0(x)$  показано на фиг. 6. Кривые 15<sup>0</sup>—17<sup>0</sup> и 20<sup>0</sup> относятся к затуханию максимального напряжения в фиксированных сечениях однородной ( $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$ ) среды при  $\mu_1\theta = 10$  и  $\gamma = 2; 4; 1,02$  (кривые 15<sup>0</sup>—17<sup>0</sup> соответственно). Кривая 20<sup>0</sup> относится к  $\gamma = 1,02$  и  $\mu_1\theta = 100$ .

При  $\lambda/r < 10$  изменения  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$  незначительно влияют на  $\sigma_m^0$  за слоем (кривая 2 на фиг. 3 и кривые 16, 17 на фиг. 6). Здесь на затухание напряжения за слоем значительно влияют  $\gamma_2$  и  $k_2$  (кривые 15, 17 и 18). Увеличение частоты волны также сильно меняет ход кривой  $\sigma_m^0(x)$  (кривые 17 и 19).

В случае  $\gamma_2 > \gamma_1 = \gamma_3$  слой превращается в деформируемую преграду. Если принять  $\gamma_2 = 1,02$ , то это есть упругая преграда, находящаяся в вязкоупругом полупространстве. Экранирование продольных волн упругой преградой исследовано в расчетах вариантов 20—25. Как видно из результатов расчета, продольные волны при прохождении через упругую преграду за преградой практически сохраняют те же значения  $\sigma_m^0$ , что и при отсутствии преграды (кривые 15<sup>0</sup> и 22—24). Толщина упругой преграды также практически не влияет на значение параметров волны за ней (кривые 22—25). На параметры низкочастотных продольных волн влияние упругой преграды незначительно (кривые 20<sup>0</sup> и 20, 21). При очень низких частотах продольные волны практически не замечают упругую преграду (кривые 20<sup>0</sup> и 21).

Закономерности изменения параметров  $u_m^0$  и  $\varepsilon_m^0$  при прохождении продольных волн через поглощающий слой и упругую преграду в полупространстве аналогичны закономерностям изменений  $\sigma_m^0$ , приведенных на фиг. 2—6.

Таким образом, параметры продольных волн в полупространстве меняются при наличии в нем поглощающего слоя в зависимости от физико-механических свойств и толщины слоя, а также от частоты падающих волн. При распространении продольных волн в линейных слоисто-неоднородных вязкоупругих средах в определенных соотношениях длины волны к толщине слоя поглощающий слой играет роль частотного фильтра. При прохождении упругих преград продольные волны затухают незначительно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М.: Недра, 1974.
2. Ляхов Г. М., Султанов К. С. Взаимодействие волны с преградой с учетом объемной вязкости грунта. — ФГВ, 1977, № 4.
3. Ляхов Г. М., Султанов К. С. Взаимодействие волны в вязкопластической среде с преградой. — ПМТФ, 1978, № 4.
4. Хоскин Н. Э. Метод характеристик для решения уравнений одномерного неустановившегося течения. — В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1974.
5. Коган С. Я. Краткий обзор теорий поглощения сейсмических волн. — Изв. АН СССР. Физика Земли, 1966, № 11.
6. Родин Г. Сейсмология ядерных взрывов. М.: Мир, 1974.
7. Ляхов Г. М., Султанов К. С. Продольные волны в линейных вязкоупругих средах. — Изв. АН СССР. Физика Земли, 1978, № 8.
8. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Мир, 1973.
9. Шульга Н. А. Отражение упругих волн от ортотропного регулярно-слоистого полупространства. — ПМ, 1979, т. 15, № 5.
10. Шульга Н. А., Антоненко В. М. Распространение волн поперек структуры многокомпонентного слоистого композита. — ПМ, 1982, т. 18, № 2.
11. Сан С. Т., Ахенбах Дж., Геррманн Г. Гармонические волны в слоистой среде, распространяющиеся в направлении слоистости. — Тр. Амер. о-ва физ.-мех., 1969, № 2.
12. Беликов Б. П., Александров К. С., Рыжова Т. В. Упругие свойства порообразующих минералов и горных пород. М.: Наука, 1970.
13. Duvall G. Propagation of plane shock waves in a stress — relaxing medium. — In: Stress Waves in Anelastic Solids. Berlin, 1964.

Поступила 24/VII 1983 г.