

И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ СО СТРУЕЙ, ИСТЕКАЮЩЕЙ В СПУТНЫЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК С МЕНЬШЕЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Рассматривается задача о падении ударной волны (УВ) на струю, истекающую в спутный сверхзвуковой поток. Необходимость расчета такого класса течений возникает при решении различных задач внешней и внутренней аэродинамики, например, в связи с расчетом течения в невозмущенном потоке и струе. Влияние вязкости на характеристики течения до сечения падения УВ на струю не учитывается, что вполне оправдано на начальном участке струи, когда ширина области смешения намного меньше начальной ширины струи и значение турбулентной вязкости до сечения взаимодействия на порядок меньше соответствующего характерного значения в области взаимодействия с УВ.

В данной работе анализируются различные виды взаимодействия УВ со струей: регулярное взаимодействие, маховское отражение в струе, полностью нерегулярное отражение. Показано, что при нерегулярном взаимодействии расчет положения и размеров маховской ножки невозможен без учета влияния вязкости. Предложен приближенный метод расчета таких течений, ранее примененный к задаче нерегулярного взаимодействия УВ [1].

1. Для чисел Маха в потоке M_∞ и в струе M_c полагается выполнение условий $M_\infty > M_c > 1$. Начальная ширина струи h_0 принимается в качестве характерного линейного размера, т. е. $h_0 = 1$. Падающая на струю УВ характеризуется углом наклона β_∞ относительно направления течения невозмущенного потока. В зависимости от значений определяющих параметров задачи β_∞ , M_∞ и M_c возможны различные виды взаимодействия (рис. 1).

А. *Полностью регулярное взаимодействие.* Падающая УВ DA (рис. 1, а) при взаимодействии с поверхностью контактного разрыва A_1B_1 распадается на преломленную УВ AO , распространяющуюся в струе, и веер волн разрежения EAE' в потоке. Угол наклона УВ AO и волны разрежения AE' , а также значения газодинамических параметров за ними определяются по соотношениям Рэнкина — Гюгонио и Прандтля — Майера как функции β_∞ , M_∞ и M_c . При регулярном отражении УВ AO от плоскости симметрии течения OO_1 образуется отраженная УВ OB , угол наклона которой и значения газодинамических параметров за ней можно рассчитать по формулам косоугольного скачка, известным значениям параметров в области AOB и условию плоскопараллельности потока в области OBO' . Далее отраженная УВ OB , взаимодействуя с границей струи A_1B_1 в точке B , распадается на преломленную УВ BC , распространяющуюся в потоке, и переотраженную УВ BO в струе. Нахождение углов наклона этих УВ и значений газодинамических параметров за ними не представляет трудностей и осуществляется в результате решения задачи о распаде разрыва в точке B . При этом используются соотношения на косом скачке и волне разрежения, а также условие равенства давлений снизу и сверху на линии тангенциального разрыва BB' , являющейся частью границы струи. Картина переотражения УВ BO' повторяется вниз по потоку до тех пор, пока течение в струе и потоке не станет опять плоскопараллельным. На достаточно большом расстоянии от области взаимодействия вниз по потоку параметры за УВ BO' принимают значения, приближенно соответствующие регулярному отражению ударной волны DA от плоскости A_1A при заданном числе Маха в невозмущенном потоке M_∞ . Ширина струи находится из условия сохранения массы в струе.

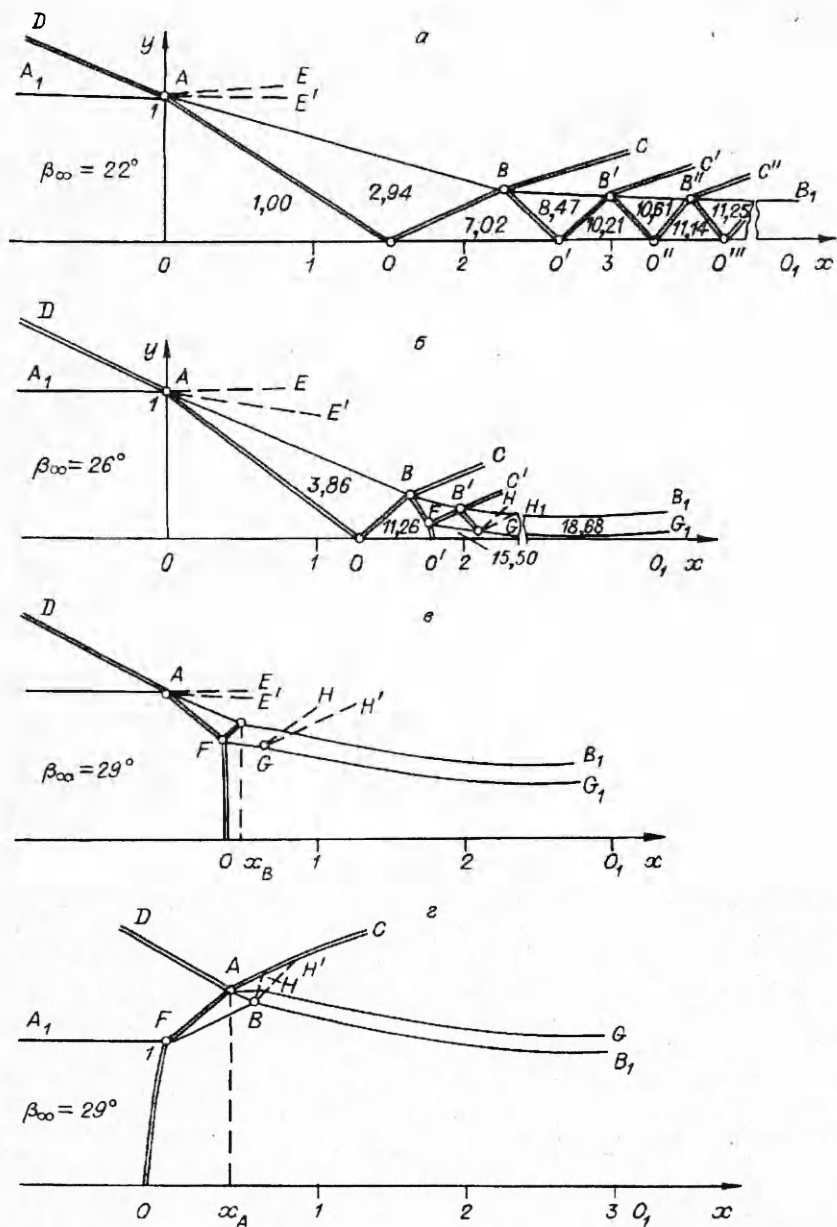


Рис. 1

Картина течения, полученная в результате расчета и соответствующая полностью регулярному взаимодействию при $\beta_\infty = 22^\circ$, $M_\infty = 5$, $M_c = 3$, представлена на рис. 1, а. В каждой характерной области приведено значение давления, отнесенное к соответствующему значению давления в невозмущенном потоке. Особенностью полностью регулярного взаимодействия является то, что при прохождении через систему скачков в струе и потоке течение газа остается сверхзвуковым.

Б. *Маховское отражение в струе.* Если в условиях рассмотренного выше течения интенсивность преломленной УВ АО или любой из переотраженных волн BO' , $B'O''$ и т. д. такова, что невозможно ее регулярное отражение от плоскости симметрии OO_1 , то в струе имеет место маховское взаимодействие (рис. 1, б, в). При заданных M_∞ и M_c маховское взаимодействие наблюдается, когда угол падающего скачка β_∞ превышает критическое значение $\beta_{\infty_{кр}}$ (M_∞ , M_c). В этих условиях возникают сильная УВ FO

(или FO' , FO'' , ...) с дозвуковым течением за ней и слабая отраженная волна FB (или FB' , FB'' , ...). При взаимодействии отраженной UB FB с поверхностью контактного разрыва образуются преломленная UB BC и переотраженная UB BG . Слабая UB BG взаимодействует с границей дозвуковой области струи и отражается от нее. Так как в окрестности точки G в дозвуковой области струи не может быть разрыва давления, а при переходе через переотраженную UB BG в сверхзвуковой области струи такой разрыв имеет место, то для восстановления прежнего значения давления в точке G UB BG должна отразиться от границы дозвуковой области веером волн разрежения HGH' с образованием излома в форме границы струи в этой точке. Кроме того, имеет место отражение волн расширения HGH' от UB BC ($B'C'$, ...). Изменение давления вдоль дозвуковой области струи $O'FGG_1O_1$ определяется условиями взаимодействия со сверхзвуковым течением в струе в области $FBB'B_1G_1G$. Все вышесказанное справедливо и в случае нерегулярного отражения любой переотраженной UB BO' , $B'O''$ и т. д.

В. *Полностью нерегулярное отражение.* Если интенсивность падающей UB DA настолько велика, что невозможна реализация схемы течения, описанной в п. Б, то течение полностью перестраивается (рис. 1, з). В струе образуется слабо искривленная сильная UB FO , близкая к прямой и обращенная к направлению потока выпуклостью (в отличие от аналогичной вогнутой UB при маховском отражении в струе), течение за которой становится дозвуковым. Положение этой волны заранее неизвестно и подлежит определению в процессе решения задачи. В набегающем потоке образуется слабая UB FA , угол наклона которой совместно с углом наклона сильной UB FA в точке F определяется из соотношений Рэнкина — Гюгонио исходя из условий на контактной поверхности FB (равенство давлений и равенство углов наклона векторов скорости снизу и сверху). Во внешнем потоке UB FA взаимодействует с падающей UB DA в точке A , в результате чего образуются две UB AC и AB и поверхность контактного разрыва AG . Углы наклона UB AC и AB и значение газодинамических параметров за ними в точке A можно рассчитать из соотношений Рэнкина — Гюгонио и условий на контактной поверхности AG . Как и для случая, описанного в п. Б, UB AB при взаимодействии с границей струи в точке B отражается от нее веером волн разрежения HBH' с образованием излома в форме границы дозвуковой струи в точке B .

2. Рассмотрим метод решения задачи. В пп. Б, В описаны две схемы взаимодействия падающей UB со струей, которые могут реализовываться в точке падения в рамках модели вязкого течения. Однако при попытке расчета таких схем течения (т. е. определение положения и величины ножи Маха), оставаясь в рамках той же модели, приходим к противоречию. В самом деле, поскольку угол наклона контактной поверхности в точке G (для маховского отражения в струе) или в точке B (для полностью нерегулярного отражения) отрицателен и при удалении вниз по потоку вдоль этой поверхности из-за влияния плоскости симметрии OO_1 стремится к нулю, то контактная поверхность GG_1 (или BB_1) должна иметь участок вогнутости. При сверхзвуковом обтекании вогнутой контактной поверхности происходит увеличение давления, что вызывает торможение дозвуковой струи. Но это невозможно из-за уменьшения площади поперечного сечения струи и условий сохранения массы в дозвуковой области течения. Для разрешимости этой задачи в приближении вязкого газа необходимо, чтобы на контактную поверхность GG_1 в области ее вогнутости падала извне волна разрежения, которая приводила бы к понижению давления и на вогнутой для сверхзвукового потока поверхности. Именно это наблюдается при маховском взаимодействии ударных волн в перерасширенной струе [1]. Если течение организуется так, что такая волна разрежения отсутствует, что имеет место в рассматриваемых задачах, то в постановке вязкого газа задача о нерегулярном отражении в струе не имеет решения. Для формулировки замкнутой постановки задачи в этом случае необходимо учесть эжектирующее влияние сверхзвукового течения, примыкающего к дозвуковой струе. Другими сло-

вами, в этом случае расчет взаимодействия сверхзвукового потока со спутной дозвуковой струей необходимо проводить с учетом вязкости газа или более конкретно с учетом турбулентного перемешивания в зоне смешения. Метод решения таких задач развит в [2, 3]. В рамках этого метода течение в дозвуковой струе описывается в приближении пограничного слоя, т. е. считается, что поперечная составляющая градиента давления $\partial p / \partial y$ равно нулю и влиянием продольных производных от компонент тензора вязких напряжений можно пренебречь. Действительно, как показывают расчеты параметров за УВ OF для перечисленных схем течения, в широком диапазоне изменения определяющих параметров отношение давления за ударной волной OF в точке F к давлению в точке O p_F / p_O близко к единице. Например, для течения по схеме п. В при $M_c = 3$ и $M_\infty = 4; 5; 6; 7$ $p_F / p_O = 0,93; 0,96; 0,98; 0,99$ соответственно. Это дает основание положить $\partial p / \partial y = 0$ и заменить слабо искривленную УВ OF прямым скачком. Что касается продольных производных от тензора касательных напряжений, то их влияние, по-видимому, будет существенно только в небольшой окрестности точек B или G . Уравнения пограничного слоя, описывающие течение в дозвуковой струе, и уравнения, описывающие течение в невязком сверхзвуковом потоке, решаются маршевыми по продольной координате конечно-разностными методами (схема типа Кранка — Николсона [4] и схема Мак-Кормака [5]). Характеристики невязкого течения в начальном сечении (которое совпадает с сечением, связанным с ножкой Маха FO) полагаются известными и определяются исходя из условий переотражения падающей УВ DA от плоскости симметрии OO_1 и границы струи выше по течению от тройной точки F . Начальные данные в дозвуковой струе определяются из условия за прямым скачком OF . Сопряжение решений уравнений невязкого течения и пограничного слоя осуществляется при помощи обобщенных уравнений вязко-невязкого взаимодействия, полученных в [2, 3]. Эти уравнения являются следствием краевого характера граничных условий для поперечной составляющей скорости v , определяемой из уравнения первого порядка — уравнения неразрывности. Они представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно давления в струе $p_e(x)$ и функции $y^*(x)$, определяющей форму эффективного тела вытеснения, обтекаемого внешним невязким потоком:

$$(2.1) \quad \Delta \frac{1}{\gamma p_e} \frac{dp_e}{dx} + q = A;$$

$$(2.2) \quad \frac{dy^*}{dx} = q;$$

$$(2.3) \quad q \frac{dp_e}{dx} - \rho_e u_e^2 \frac{dq}{dx} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{y=y^*(x)} (1 + q^2).$$

Здесь

$$\Delta = \int_0^\delta \left(1 - \frac{a^2}{u^2}\right) dy - \int_{y^*}^\delta \left(1 - \frac{a_e^2}{u_e^2}\right) dy;$$

$$A = \frac{\gamma - 1}{\gamma p_e} \int_0^\delta \frac{1}{u^2} \left(u \frac{\partial Q}{\partial y} - h \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) dy;$$

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho v_t}{Pr_t} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \rho v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2; \quad \tau = \rho v_t \frac{\partial u}{\partial y};$$

v_t — турбулентная вязкость; $\delta(x)$ — условная (асимптотическая) граница вязкой области; индексом e отмечены значения параметров в невязком потоке на поверхности тела вытеснения; остальные обозначения общеприняты. Уравнение (2.1) является следствием уравнения неразрывности для течения в дозвуковой струе, а уравнение (2.3) — следствием граничного условия непротекания для невязкого течения на поверхности эффективного тела

[2, 3]. Коэффициенты Δ и A определяются исходя из решения уравнений пограничного слоя, а dp/dy в (2.3) — из решения уравнений Эйлера для внешнего невязкого потока. В дозвуковой струе в начальном сечении имеем $\Delta < 0$. При последующем ускорении течения в струе, вызванном эжектирующим влиянием внешнего потока, Δ увеличивается и становится положительным, проходя в сечении $x = x_*$ через нуль. Для того чтобы в этом сечении dp_e/dx было ограничено, должно одновременно выполняться условие $A = q$, т. е. имеем обычную особенность типа седло, присущую многим задачам, связанным с ускорением дозвукового потока (например, течения в ближнем следе [6]).

Для уравнений (2.1)—(2.3) формулируется задача Коши. Для этого в сечении $x = 0$ (сечение скачка уплотнения FO) необходимо задать начальные значения p_e , q и y^* . Величины p_e и $q = \text{tg } \theta_F$ определяются из соотношений Рэнкина — Гюгонио для условий в тройной точке F . Что касается $y^*(0)$, то при течении по схеме п. В имеем $y^*(0) = 1$, а при течении по схеме п. Б эта величина может быть определена, если найдена координата x точки B или B' . Положение прямого скачка FO в случае полностью нерегулярного отражения может быть определено, если задано положение точки A . Таким образом, во всех этих течениях необходимо определить координату x точки A или B и B' , которая находится из условия прохождения особенности типа седло в обобщенных уравнениях вязко-невязкого взаимодействия (2.1)—(2.3) и является собственным числом задачи. Зная расстояние x_A или x_B и $x_{B'}$ точек A или B и B' , можно однозначно определить положение скачка FO в плоскости течения при заданных β_∞ , M_∞ и M_c .

3. Результаты расчетов маховского отражения в струе и полностью нерегулярного отражения представлены на рис. 1, б—г. Расчеты соответствуют изоэнергетическому течению ($H_x = H_c = H - \text{const}$, H — полная энтальпия) при постоянных и равных значениях отношения удельных теплоемкостей ($\gamma_\infty = \gamma_c = 1,4$) и при определяющих параметрах $M_\infty = 5$, $M_c = 3$. В качестве модели турбулентной вязкости использовалась алгебраическая модель Прандтля [7]:

$$v_t = \kappa / u_{\max} - u_{\min} / \delta, \quad \text{Pr}_t = 0,9.$$

Коэффициент пропорциональности κ принимался равным 0,27 на начальном участке дозвуковой струи и 0,32 на основном участке [7].

Картины течения, представленные на рис. 1, б—г, отвечают различным значениям угла наклона β_∞ падающей УВ DA . При $\beta_\infty = 26^\circ$ реализуется схема течения с нерегулярным отражением в струе переотраженной УВ BF (рис. 1, б). При увеличении угла наклона УВ DA до $\beta_\infty = 29^\circ$ (рис. 1, в) нерегулярное отражение в струе происходит уже для преломленной волны AF . Дальнейшее увеличение интенсивности падающей УВ DA приводит к перестройке течения и реализации схемы п. В — полностью нерегулярного отражения (рис. 1, г, $\beta_\infty = 29^\circ$). Интересно отметить, что если исходить из соотношения параметров невязкого потока в точке F для схем пп. Б и В, то в некотором диапазоне изменения угла β_∞ возможны обе схемы взаимодействия при одном и том же значении β_∞ , т. е. задача в этом смысле теряет единственность. Поскольку, как это отмечалось выше, в приближении невязкого газа решение задачи взаимодействия при наличии сильной УВ FO не существует, то окончательное заключение о возможности реализации двух схем течения при одном и том же угле β_∞ можно сделать после решения задачи с учетом влияния вязкости. При этом в некоторых случаях удается выделить единственное решение (при $\beta_\infty = 32^\circ$ решение соответствует схеме рис. 1, г), а в отдельных случаях — получить два решения, как, например, при $\beta_\infty = 29^\circ$, соответствующих схеме маховского отражения в струе (рис. 1, в) и схеме полностью нерегулярного отражения (рис. 1, г). По-видимому, тот или иной вид взаимодействия реализуется в зависимости от предыстории перехода в данное состояние при $\beta = \beta^*$, при котором возможны оба вида взаимодействия. При постепенном увеличении β_∞ , начиная от $\beta_{\text{кр}}$, при

$\beta = \beta_*$ реализуется течение с внутренней ножкой Маха (рис. 1, в). При уменьшении β_∞ от значений, при которых существует только полностью нерегулярное отражение, до исходного $\beta = \beta_*$ имеет место именно эта схема взаимодействия (рис. 1, г). Таким образом, наблюдается явление гистерезиса. Аналогичная ситуация возникает при падении УВ на ближний след ([6], гл. 6, § 1).

Рис. 2 иллюстрирует влияние интенсивности падающей УВ на геометрические характеристики дозвукового участка струи: величину расстояния $\bar{x}_A = x_A/h_0$ (сплошные кривые) и длину дозвуковой области $L = L/h_0$ (штриховые), измеряемую от сечения сильной УВ FO до сечения, в котором среднее число Маха равно единице. Расчеты проводились для схемы полностью нерегулярного отражения при $M_c = 3$. Кривые 1—3 отвечают $M_\infty = 5; 6; 7$.

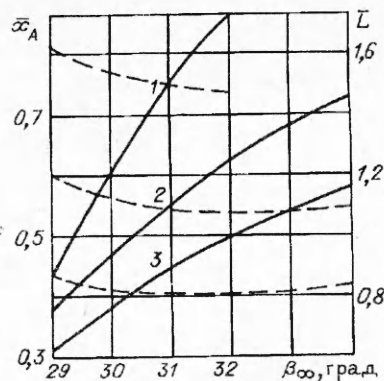


Рис. 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковец И. С., Тимошенко В. И. К расчету нерегулярного взаимодействия ударных волн // ПМТФ.— 1992.— № 6.
2. Белоцерковец И. С., Тимошенко В. И. К расчету характеристик течения при равномерном вдуве однородного газа в кормовой области тела // ПМТФ.— 1984.— № 1.
3. Тимошенко В. И. Сверхзвуковые течения вязкого газа.— Киев: Наук. думка, 1987.
4. Патанкар С., Сполдинг Д. Тепло- и массообмен в пограничных слоях.— М.: Энергия, 1971.
5. MacCormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering.— N. Y., 1969.— (Pap./AIAA; N 69).
6. Гогиш Л. В., Степанов Г. Ю. Отрывные и кавитационные течения: основные свойства и расчетные модели.— М.: Наука, 1990.
7. Теория турбулентных струй.— 2-е изд., испр. и доп./Под ред. Г. П. Абрамовича.— М.: Наука, 1984.

г. Днепропетровск

Поступила 24/IV 1992 г.,
в окончательном варианте — 16/IX 1992 г.

УДК 532.59

О. А. Серебренникова, А. М. Франк

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРАЖЕНИЯ МАХА ДЛЯ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН

Известно, что при накате уединенной поверхностной волны на вертикальную стенку, расположенную под углом к фронту волны, возможно как регулярное отражение, когда наблюдаются только две волны — падающая и отраженная, причем углы и амплитуды их одинаковы, так и отражение Маха, когда возникает тройная несимметричная конфигурация. Изучению данного феномена посвящены работы [1—5].

В работе Перрауда (см. [3, 6]) проведены эксперименты по отражению волн безразмерной амплитуды $a = 0,08—0,38$ в широком диапазоне углов падения. Перрауд получил, что для угла падения $\psi_i \geq 45^\circ$ всегда реализуется регулярное отражение, а для $\psi_i \leq 45^\circ$ — маховское. Были определены также количественные характеристики амплитуд и углов для отраженной волны и ножки Маха. По данным Перрауда, эти параметры зависят от угла падения волны на стенку и практически не зависят от ее амплитуды.

Для волн малой амплитуды существуют теоретические результаты [2] по резонансному взаимодействию трех уединенных волн, которые, в част-

© О. А. Серебренникова, А. М. Франк, 1993