

Причем при  $\delta^* < \delta < \delta^0$ ,  $\theta_- > \theta_0$  ( $\delta^* = 1/\Phi'(\theta^*) < \delta^0$ , а  $\theta_0 > \theta^*$  из (3.8)), при  $\delta > \delta^*$ ,  $\theta_- < \theta_0$  (где  $\theta_0 < \theta^*$ ), а когда (3.3) не имеет корней, при  $\delta > \delta^*$ ,  $\theta_- < \theta_0$  (где  $\theta_0 < (0, \theta^*)$ ) возможен один или несколько (из качественных соображений до трех) указанных режимов. В остальных случаях они единственны.

Таким образом, наиболее часто используемый в химической технологии низкотемпературный режим, при котором максимальная температура  $\theta_+$ , достигаемая на выходе из слоя, не превышает  $\theta_1$ , существует в реакторах произвольной длины при  $\delta \leq \delta^*$ ,  $\theta_- \leq \theta_1$ , причем  $\theta_+ \in [\theta_-, \theta_1]$ . Если  $\delta^* < \delta < \delta^0$  и  $\theta_2 - ap^0 < \theta_1$ , то при  $\theta_- \in [\theta_2 - ap^0, \theta_1]$  в реакторах длины  $l \geq l_0$  наряду с одним низкотемпературным режимом существуют еще и высокотемпературные (из качественных соображений не более двух) режимы с  $\theta_+ \in [\theta_2, \theta_3]$ . В остальных случаях низкотемпературный режим единствен, если не считать колеблющихся решений с  $\theta_+ \in [\theta_2^*, \theta_3]$ , возможных в реакторах достаточно большой длины при  $a > a^*(\delta)$ ,  $\theta_0 < \delta < \delta^*$ , где  $\theta_0 > \delta^0$  из (3.5). Если система (3.3) не имеет корней, то для любого  $\delta$  при  $\theta_- \leq \theta_1$  существует только режим с  $\theta_+ \leq \theta_1$ . С ростом  $\delta$  величина  $\theta_1$  монотонно увеличивается.

С уменьшением  $a$ , а также при достаточно малых  $l$  или  $\delta$  область неединственности решений сокращается. Так, распространяя результаты, полученные в [6], на рассматриваемую задачу, можно утверждать, что, если

$$\Phi'(\theta^*) < 1/\delta + 1/4 \cdot 1/a \text{ или } \Phi'(\theta^*) < 1/\delta + 1/l$$

то при любой исходной температуре  $\theta_-$  подаваемой смеси в реакторе существует единственный стационарный режим.

Поступила 20 VII 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

- Иоффе И. И., Письмен Л. М. Инженерная химия гетерогенного катализа. М., «Химия», 1965.
- Арис Р. Анализ процессов в химических реакторах. М., «Химия», 1967.
- Бесков Е. С., Кузин В. А., Слинько М. Г. Моделирование химических процессов в неподвижном слое катализатора. Хим. пром., 1965, № 1.
- Зеленяк Т. И. О стационарных решениях смешанных задач, возникающих при изучении некоторых химических процессов. Дифференциальные уравнения, 1966, т. 2, № 2.
- Raymond L. R., Edmundson N. R. Some observation on tubular reactor stability. Can J. Chem. Engng., 1964, vol. 42, No. 4.
- Luss D., Edmundson N. R. Uniqueness of the steady state solutions for chemical reaction occurring in a catalyst particle or in a tubular reactor with axial diffusion. Chem. Engng. Sci., 1967, vol. 22, No. 3.
- Чернова Э. А. О стационарных режимах горения с учетом теплоотвода. ПМТФ, 1967, № 4.

#### О ПРИБЛИЖЕННОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОКАЗАТЕЛЯ УДАРНОЙ АДИАБАТЫ ПРИ ДВИЖЕНИИ В АТМОСФЕРЕ КРУПНЫХ МЕТЕОРНЫХ ТЕЛ

A. K. Станюкович

(Москва)

В данной работе описывается приближенный метод определения параметров ударной волны, образующейся при движении метеорного тела в атмосфере с большой сверхзвуковой скоростью, при помощи обычных формул газовой динамики с предварительным определением эффективного показателя адиабаты, учитывающего энергетические потери на диссоциацию и ионизацию воздуха.

Основное уравнение [1] для прямого скачка уплотнения, в предположении, что энергетические потери имеют только тепловой характер, в системе, где летящее тело поконится, имеет вид

$$E_1 - E_2 = \frac{1}{2} (p_2 + p_1) (V_1 - V_2) + Q \quad (1)$$

Здесь  $E_1$ ,  $V_1$ ,  $p_1$  — соответственно внутренняя энергия, удельный объем и давление перед фронтом ударной волны;  $E_2$ ,  $V_2$ ,  $p_2$  — то же за фронтом ударной волны;  $Q$  — энергетические потери на диссоциацию и ионизацию воздуха.

При больших сверхзвуковых скоростях движения можно пренебречь величинами  $E_1$  и  $p_1$ . Учитывая, что  $E_2 = C_v T_2 = P_2 V_2 / (k - 1)$ , получим уравнение вида

$$\frac{P_2 V_2}{k - 1} = \frac{P_2}{2} (V_1 - V_2) + Q \quad (2)$$

где  $K = 1.41$  — показатель адиабаты для воздуха до ударной волны.

Введем безразмерную величину  $q = -2Q / p_2 V_2$ . Подставляя  $q$  в уравнение (2) и разрешая его относительно  $V_1 / V_2 = \rho_2^* / \rho_1$ , получим уравнение

$$\frac{\rho_2^*}{\rho_1} = \frac{k+1}{k-1} + q \quad (3)$$

Здесь  $\rho_2^*$  — плотность за ударной волной при наличии диссоциации и ионизации. Величина  $(k+1)/(k-1)$  равна максимальному ударному сжатию при отсутствии процессов диссоциации и ионизации и числу Маха  $M_1 \rightarrow \infty$ , поэтому  $q$  обозначает увеличение ударного сжатия по сравнению с максимальным вследствие диссоциации и ионизации воздуха, т. е.

$$q = \frac{\rho_2^*}{\rho_1} - \frac{\rho_2^* \max}{\rho_1} = \frac{\Delta \rho_2^*}{\rho_1}$$

Введем эффективный показатель адиабаты  $k^*$ . По аналогии с известной формулой аэродинамики примем

$$\frac{\rho_2^*}{\rho_1} = \frac{(k^*+1) M_1^2}{2 + (k^*-1) M_1^2} \quad (4)$$

Нетрудно заметить, что в этом случае показатель адиабаты не будет постоянной величиной, а будет зависеть от  $M_1$ . Заменяя  $\rho_2^* / \rho_1$  в выражении (3) на (4) и разрешая его относительно  $k^*$ , получим

$$k^* = \frac{2k + q(k-1)(1-2/M_1^2)}{2 + q(k-1)} \quad (5)$$

Практически для определения эффективного показателя адиабаты можно воспользоваться кривыми И. Б. Рождественского [2], показывающими изменение ударного сжатия  $\rho_2^* / \rho_1$  в зависимости от числа Маха при различных давлениях  $p_1$  невозмущенного потока. Подставив значение  $\rho_2^* / \rho_1$  в выражение (4) и разрешив его относительно  $k^*$ , получим

$$k^* = \frac{1}{\rho_2^*/\rho_1 - 1} \left[ \frac{\rho_2^*}{\rho_1} \left( 1 + \frac{2}{M_1^2} \right) + 1 \right] \quad (6)$$

При больших сверхзвуковых скоростях (практически при  $M_1 > 30$ ) можно пренебречь членом  $2/M_1^2$ . Тогда  $k^*$ , найдется по формуле

$$k^* = \frac{\rho_2^* / \rho_1 + 1}{\rho_2^* / \rho_1 - 1} \quad (7)$$

Принято считать, что образование ударной волны перед метеорным телом начинается на высоте 80—100 км [3]. Этой высоте соответствует давление  $p_1 \sim 10^{-4}$  атм. Приводим результаты расчета, произведенного для данного давления и четырех значений числа Маха по формуле (6) и кривым [2]

$M_1 = 25$	$30$	$35$	$40$
$\rho_2^*/\rho_1 = 18.5$	$17.8$	$18.5$	$19.9$
$k^* = 1.130$	$1.120$	$1.116$	$1.111$

В. А. Бронштэн [3,4] рекомендует для подобных случаев значения  $k^*$ , лежащие в диапазоне 1.11—1.29. Заметим, что учет рекомбинации молекул воздуха может неизначительно увеличить  $k^*$ .

Поступила 1 XII 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

- Б а у м Ф. А., К а п л а н С. А., С т а н ю к о в и ч К. П. Введение в космическую газодинамику, М., Физматгиз, 1958.
- Р о ж д е с т в е н с к и й И. Б. Термодинамические и газодинамические свойства потока воздуха за прямым скачком уплотнения с учетом диссоциации и ионизации воздуха. Сб. Физическая газодинамика, М., Изд-во АН СССР, 1959.
- Б р о н ш т э н В. А. Проблемы движения крупных метеоритов. Метеоритика, М., «Наука», 1964, вып. 24.
- Б р о н ш т э н В. А. Теория и спектральные исследования метеоритообразующих болидов. Метеоритика, М., «Наука», 1966, вып. 27.