

УДК 536.46

ОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ ЭРОЗИОННЫЙ ЭФФЕКТ И ВОЗНИКНОВЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВОГО ГОРЕНИЯ.

1. АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ

К. О. Сабденов, М. Ерзада

Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, 010008 Астана, Казахстан
sabdenovko@yandex.kz

Представлен анализ различных гипотез и моделей, касающихся физической природы отрицательного эрозионного эффекта. Дана оценка влияния различных факторов на возникновение этого эффекта, выделены наиболее существенные из них. Предложена система уравнений для исследования отрицательного эрозионного эффекта. Найдены новые полезные свойства числа Булгакова — Липанова.

Ключевые слова: горение твердых ракетных топлив, обдув поверхности горения, эрозионный эффект.

DOI 10.15372/FGV20160109

ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени разработано много различных гипотез и моделей, объясняющих отрицательный эрозионный эффект. Отметим, что мы не ставим целью провести полный обзор исследований этого эффекта и не претендуем на полноту охвата темы.

Отрицательный эрозионный эффект проявляется достаточно слабо: максимальное снижение скорости горения $u_w = \varepsilon u$, обнаруженное в опытах, составляет около 30 % (рис. 1, топливо В) [1], но чаще всего оно находится в пределах 5 ÷ 20 % [2, 3]. (Здесь u_w , u — скорость горения при наличии и отсутствии обдува поверхности горения топлива, ε — коэффициент эрозии.)

Согласно закону Аррениуса скорость реакции экспоненциально зависит от температуры. Как правило, поскольку энергия активации велика, незначительные по амплитуде изменения скорости горения обусловлены малым изменением температуры, и ясно, что причин, способных вызвать такие вариации температуры, может быть достаточно много. Это затрудняет поиск адекватного объяснения отрицательного эрозионного эффекта.

Известно, что отрицательный эрозионный эффект для некоторых видов топлива может и не наблюдаться (см. рис. 1, топливо А). Это означает, что его проявление зависит как

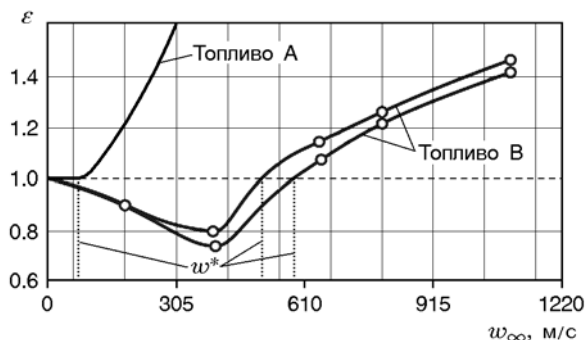


Рис. 1. Данные экспериментов [1] по скорости горения при возникновении отрицательного и положительного эрозионного эффекта:

w_∞ — максимальная скорость обдува (в ядре потока), w^* — пороговая скорость; в [1] не указаны условия, при которых получены две кривые для топлива В

от параметров обдувающего потока, так и от свойств топлива [1–3].

Имеющиеся в настоящее время модели объясняют наиболее ярко проявляющуюся черту физического эффекта — снижение скорости горения. Но обнаружены некоторые экспериментальные факты, связанные с изучаемым эффектом, которые трудно объяснить с помощью этих моделей. Таким (ключевым) фактом является прекращение снижения скорости горения при низкой начальной температуре [2]. Это можно интерпретировать еще и как ослабление отрицательного эрозионного эффекта. Кор-

ректность разработанной модели отрицательного эрозионного эффекта должна проверяться на этом ключевом факте.

АНАЛИЗ ГИПОТЕЗ И МОДЕЛЕЙ

По всей видимости, отрицательный эрозионный эффект впервые экспериментально обнаружили В. Н. Вилюнов и А. А. Дворяшин [3]. Поэтому, следуя научной традиции, ниже явление снижения скорости горения при обдуве будем называть эффектом Вилюнова — Дворяшина или, для краткости, ВД-эффектом.

Ранние гипотезы о природе снижения скорости горения опубликованы в [3]. В первой гипотезе предполагается влияние крупномасштабной турбулентности на скорость химической реакции. При осреднении скорости химической реакции и разложении ее в ряд Тейлора по малым степеням пульсации температуры появляются знакопеременные члены ряда. В результате может оказаться, что осредненная скорость химической реакции будет снижаться с ростом пульсации температуры. Во второй гипотезе предполагается влияние мелкомасштабной турбулентности на коэффициенты переноса. Сходная гипотеза сформулирована в [4]. Успех обеих гипотез определяется не только обязательным наличием турбулентности, но и тем, что в них накладываются условия на порядок химической реакции.

В последующие годы взгляд на природу эффекта Вилюнова — Дворяшина сильно изменился благодаря работам [5–7]. Разработанные в них модели вначале опирались на гипотезу о «растяжении» пламени в газовой фазе [5]. При этом влияние турбулентности все еще оставалось решающим фактором. Попытка принять во внимание «растяжение» пламени в двух моделях [6] с привлечением коэффициентов β_T в уравнении энергии и β_a в уравнении диффузии привела к нарушению закона сохранения энергии. В результате температура пламени T_b оказалась равной

$$T_b = T_s + \frac{B(\beta_a) Q}{A(\beta_T) c_p}, \quad A = \text{const}, \quad B = \text{const},$$

где T_s — температура поверхности газификации топлива, A, B — функции своих аргументов, Q — тепловой эффект химических реакций в газовой фазе, c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении. И только при числе Льюиса $Le = 1$ (тогда $A = B$) получается правильное

выражение. Но для объяснения ВД-эффекта гипотеза о «растяжении» пламени не нужна. Более того, можно показать, что $\beta_T = \beta_a = 1$.

В последующих моделях [7, 8] авторы отказались от гипотезы «растяжения» пламени. Присутствующие в них коэффициенты β_T и β_a имеют другой смысл, чем в моделях [6].

Несмотря на определенный успех в моделировании ВД-эффекта в работах [3, 4, 6–8], ключевой экспериментальный факт остался в них без внимания. Но в [6–8] было обнаружено, что возникновение ВД-эффекта связано с отношением ширины зоны горения к толщине вязкого подслоя в турбулентном пограничном слое. Эффект реализуется, если зона горения находится целиком внутри вязкого подслоя. С увеличением скорости обдува пламя удаляется от поверхности газификации топлива, поток тепла к этой поверхности из газовой фазы уменьшается. Это приводит к снижению температуры поверхности газификации и, как следствие, к снижению скорости горения. При этом температура пламени остается постоянной, что выглядит удивительным.

Всему названному можно дать простое объяснение. Как следует из уравнений, приведенных в [6–8], вблизи ядра турбулентного потока все параметры зависят только от координаты z , направленной вдоль поверхности газификации (рис. 2). Здесь химические реакции завершились, турбулентные пульсации температуры и плотности равны нулю. Поток импульса пульсационного движения газа, по срав-

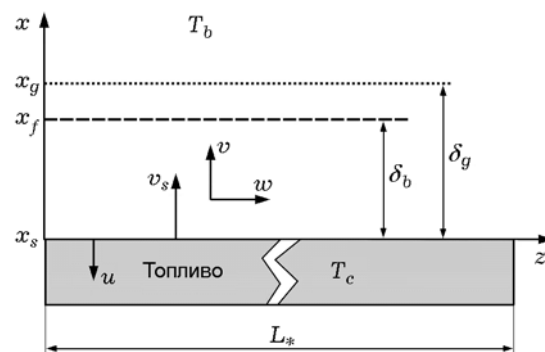


Рис. 2. Схема приповерхностной области горения топлива:

v_s — скорость оттока газа от поверхности газификации x_s ; x_f и x_g — условные координаты зоны горения и области переходного слоя между ядром турбулентного потока и вязким подслоем; L_* — характерная длина топливного заряда

нению с потоком импульса осредненного движения ρw^2 , можно пренебречь. Тогда уравнения в моделях [6–8] сильно упрощаются и в принятых здесь обозначениях имеют вид

$$\frac{d\rho w}{dz} = 0, \quad \frac{d\rho w^2}{dz} = -\frac{dp}{dz}, \quad \frac{dT\rho w}{dz} = 0, \quad p = \rho R_g T,$$

где ρ , T , p — плотность, температура и давление газа, w — скорость обдува, R_g — газовая постоянная. Здесь и далее, если специально не указано, под переменными будем понимать их средние составляющие в турбулентном потоке.

Из первого и третьего приведенных выше уравнений следует $\rho w = \text{const}$, $T = \text{const}$. Если рассматривать еще уравнение энергии в зоне горения, то можно убедиться, что $T = T_b = T_s + Q/c_p$ — адиабатическая температура пламени. Второе уравнение (Бернулли) в результате интегрирования с начальным условием $p = p^0 = \text{const}$ при $w = 0$ дает

$$p = p^0 - \rho w^2/2.$$

Совместно с четвертым уравнением находим, что

$$p = p^0 \left(1 + \frac{w^2}{2R_g T}\right)^{-1}.$$

Отсюда видно, что рост скорости обдува приводит к снижению давления. Так как температура постоянная, то плотность ρ тоже уменьшается, причем уменьшение распространяется и на зону горения.

Ширину зоны горения $\delta_b = x_f - x_s$ приближенно можно выразить через коэффициент теплопроводности газа λ , плотность ρ , теплоемкость c_p и скорость v оттока газа от поверхности газификации: $\delta_b \approx \lambda/(c_p \rho v)$. Коэффициент λ очень слабо зависит от плотности и давления. Поэтому снижение плотности ведет к увеличению δ_b и снижению потока тепла из газовой фазы к поверхности газификации топлива. За счет коэффициента β_T [6] температура пламени T_b при $Le = 1$ становится меньше адиабатической:

$$T_b = T_s + \frac{1}{A(\beta_T) c_p} Q, \quad A > 1,$$

что и является дополнительной причиной падения скорости горения в модели [6]. Но это значение температуры T_b при $A \neq 1$ находится в противоречии с приведенным выше значением вблизи ядра турбулентного потока.

Эффекту Виллюнова — Дворяшина можно дать другое объяснение [9]: температура пламени снижается за счет перехода внутренней энергии газа в его кинетическую энергию. Это снижает скорость химической реакции в газовой и твердой фазах, что и отражается на скорости горения.

В системе координат рис. 2 рассмотрим двумерные уравнения движения газа:

$$\rho \left(\frac{\partial E_g}{\partial t} + v \frac{\partial E_g}{\partial x} + w \frac{\partial E_g}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial t} + \Phi_1 + \Phi_2,$$

$$E_g = c_p T + \frac{v^2 + w^2}{2},$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{4}{3} \frac{v^2}{2} + \frac{w^2}{2} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu v \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{4}{3} \frac{w^2}{2} \right) \right] + \quad (1) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu v \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu w \frac{\partial v}{\partial x} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial v}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right); \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0; \quad p = \rho R_g T.$$

Здесь для диссипации энергии за счет молекулярного переноса и выделения тепла химических реакций используется общее обозначение Φ_1 ; t — время; $\mu = \nu_g \rho$ — динамическая, ν_g — кинематическая вязкость газа; функция Φ_2 связана с диссипацией энергии за счет работы сил вязкого трения.

Уравнения (1) являются укороченной и стационарной формой общих уравнений химически реагирующего газа [10, 11], из которых

исключены уравнения диффузии и объемная вязкость принята равной нулю. Механические свойства газа описываются моделью жидкости Ньютона.

Рассмотрим стационарный режим: $\frac{\partial E_g}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Вблизи ядра потока $\Phi_1 \approx 0$, $\Phi_2 \approx 0$, $v \approx 0$, $\nu_g \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \sim \nu_g \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \ll w \frac{\partial w}{\partial z}$, $\frac{\partial p}{\partial x} \approx 0$. Тогда из (1) получаем

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(c_p T + \frac{w^2}{2} \right) = 0, \quad w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z},$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0, \quad p = \rho R_g T.$$

Отсюда находим

$$T = -w^2/2c_p + C_1, \quad C_1 = \text{const.}$$

При отсутствии движения газа ($w = 0$) в адиабатических условиях горения должно быть $T = T_b$. Отсюда следует $C_1 = T_b$. Таким образом, получаем [9]

$$T = T_b - w^2/2c_p. \quad (2)$$

Уравнение (2) составляет физическую основу эффекта Виллюнова — Дворяшина [9, 12]. Оно демонстрирует снижение температуры не только в вязком подслое, но и во всей области продуктов горения.

Как видно из вышеизложенного, принципиальное отличие моделей Булгакова — Липанова [6–8] от модели [9, 12] состоит в поведении температуры в пламени и в ядре потока продуктов горения при обдуве.

Рассмотрим качественную картину горения вблизи вязкого подслоя (см. рис. 2). Прослеживается значительная аналогия между рассматриваемым горением с обдувом и процессами обтекания проницаемой поверхности [13]. В вязком подслое интенсивность турбулентности низкая [11, 13], поэтому здесь турбулентными пульсациями можно пренебречь. В точке $x = x_s$ скорость газа v равна скорости оттока продуктов газификации топлива v_s и достигает максимальной величины $v_b = nv_s$ за зоной горения, где n — коэффициент теплового расширения газа.

Поверхность газификации с координатой $x_s(t)$ движется со скоростью $u = \frac{dx_s}{dt}$. Разность

$x_g - x_s = \delta_g$ — толщина вязкого подслоя (см. рис. 2), где коэффициенты турбулентного переноса много меньше молекулярных аналогов переноса.

Внутри вязкого подслоя, где происходит горение, имеются следующие масштабы физических величин: v_s — масштаб скорости v ; w^* — масштаб скорости w , $w^* \approx 32.5\nu_g/(C_f)^{1/2}\delta_b$ — пороговая скорость [9, 12], C_f — коэффициент гидродинамического сопротивления; δ_g (или δ_b) — масштаб длины по координате x ; L_* — масштаб длины по координате z .

Плотность топлива $\rho_c \approx 10^3$ кг/м³. В условиях, которые реализуются в камерах сгорания ракетных двигателей, скорость горения $u \approx 10^{-2}$ м/с [5]. Согласно уравнению состояния идеального газа, его плотность на поверхности газификации топлива $\rho_s \approx 1 \div 10$ кг/м³. Поэтому $v_s = \rho_c u / \rho \approx 1 \div 10$ м/с. Пороговая скорость $w^* \approx 10 \div 100$ м/с (см. рис. 1), толщина вязкого подслоя $\delta_g \approx 10^{-4}$ м [11, 13]. Тогда отношения масштабов скорости и длины следующие: $v_s/w^* \approx 10^{-2} \div 10^{-1}$, $\delta_g/L_* \approx 10^{-3}$.

Поскольку $w \gg v$, в уравнении (1) члены с v^2 можно не учитывать.

Следуя подходам, сформулированным в [13], оценим по порядку величины производные в уравнениях сохранения импульса:

$$v \frac{\partial v}{\partial x} \sim \frac{v_s^2}{\delta_g}, \quad w \frac{\partial v}{\partial z} \sim \frac{w^* v_s}{L_*},$$

$$v \frac{\partial w}{\partial x} \sim \frac{w^* v_s}{\delta_g}, \quad w \frac{\partial w}{\partial z} \sim \frac{(w^*)^2}{L_*}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \sim \nu_g \frac{v_s}{\delta_g^2}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) \sim \nu_g \frac{v_s}{L_*^2},$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) \sim \nu_g \frac{w^*}{\delta_g^2}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \sim \nu_g \frac{w^*}{L_*^2}.$$

Отношение компонентов инерционных сил:

$$\frac{w \partial v / \partial z}{v \partial v / \partial x} \sim \frac{w \partial w / \partial z}{v \partial w / \partial x} \sim \frac{\delta_g w^*}{v_s L_*} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}.$$

Инерционные силы внутри каждого уравнения одного порядка, но могут сильно различаться вкладом, вносимым в рассматриваемый ВД-эффект, если сильно различаются в перекрестных отношениях:

$$\frac{v\partial w/\partial x}{v\partial v/\partial x} \sim \frac{w\partial w/\partial z}{w\partial v/\partial z} \sim \frac{w^*}{v_s} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}.$$

Это означает, что изменением давления вдоль координаты x можно пренебречь.

Отношение сил трения:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] / \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \sim \\ & \sim \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] / \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \sim \\ & \sim \frac{\delta_g^2}{L_*^2} \approx 10^{-6}. \end{aligned}$$

Отношение производных от потоков массы:

$$\frac{\partial(\rho w)/\partial z}{\partial(\rho v)/\partial x} \sim \frac{w^* \delta_g}{v_s L_*} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}.$$

Взяв в (3) наибольшие значения величин, убеждаемся, что второе уравнение в (1) можно не рассматривать. Третье уравнение запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \\ & + O\left(\frac{\delta_b w^*}{L_* v_s}\right) + O\left(\frac{\delta_b^2}{L_*^2}\right), \quad (4) \end{aligned}$$

где $O(\varepsilon)$ — малые величины порядка ε и выше, отношение инерционной силы к силе вязкого трения порядка $v_s \delta_g / \nu_g = \text{Re}_\delta \approx 1 \div 10$.

В выражении для диссипации энергии Φ_2 наибольшее значение имеет комплекс, содержащий только вторую производную по x от w^2 :

$$\Phi_2 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w^2}{\partial x} \right) + O\left(\frac{\delta_b}{L_*}\right) + O\left(\frac{v_s}{w^*}\right).$$

Отношение конвективных членов в уравнении энергии

$$\frac{w\partial T/\partial z}{v\partial T/\partial x} \sim \frac{\delta_b w^*}{L_* v_s} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}.$$

Такой же порядок величины имеет отношение производных по направлениям x и y от потоков массы.

Аналогично проводятся оценки в левой части уравнения энергии после отделения друг от друга энтальпии $c_p T$ и кинетической энергии газа $w^2/2$ под знаком производных.

Уравнение энергии простыми действиями приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} = & \frac{1}{c_p \rho} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \Phi_1 \right) - \\ & - \frac{1}{2c_p} \left(\frac{\partial w^2}{\partial t} + v \frac{\partial w^2}{\partial x} \right) + \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w^2}{\partial x} \right) + \\ & + O\left(\frac{\delta_b w^*}{L_* v_s}\right) + O\left(\frac{\delta_b^2}{L_*^2}\right). \quad (5) \end{aligned}$$

Явный вид Φ_1 определяется в результате моделирования химической реакции. В простом представлении химического превращения в виде одной брутто-реакции первого порядка со скоростью W получается [14]

$$\Phi_1 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho Q W(Y, T),$$

$$W(Y, T) = k_0 Y \exp\left(-\frac{E}{RT}\right),$$

где $k_0 = \text{const}$, Y — массовая концентрация горючего газа, E — эффективная энергия активации, R — универсальная газовая постоянная. Концентрацию Y находим из уравнения [14]

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + v \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(D \rho \frac{\partial Y}{\partial x} \right) - Y k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right),$$

где D — эффективный коэффициент диффузии.

За пределами зоны горения ($\frac{\partial T}{\partial x} = W = 0$, члены с вязкостью также пренебрежимо малы) из (5) следует уравнение (2). То есть, несмотря на приближения с отбрасыванием части членов в уравнениях энергии и импульса, асимптотическое поведение температуры остается правильным.

Уравнение сохранения массы записывается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} + O\left(\frac{\delta_b w^*}{L_* v_s}\right) = 0. \quad (6)$$

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Введем обозначение γ для показателя адиабаты. Проведенный выше анализ показал возможность исследования ВД-эффекта на основе следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{Q}{c_p} W(Y, T) + \\ &+ \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T}{p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{2c_p} \left(\frac{\partial w^2}{\partial t} + v \frac{\partial w^2}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{2} \frac{\partial w^2}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + v \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(D \rho \frac{\partial Y}{\partial x} \right) - W(Y, T),$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right),$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0, \quad p = \rho R_g T.$$

Эти уравнения справедливы только в случае, когда зона химических реакций находится внутри вязкого подслоя. Иначе говоря, критерием применимости системы (7) является условие для числа Булгакова — Липанова $\Theta = \delta_b / \delta_g < 1$. В уравнениях (7) учтены стоки и источники тепла:

$$-\frac{1}{2c_p} \left(\frac{\partial w^2}{\partial t} + v \frac{\partial w^2}{\partial x} \right) + \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{2} \frac{\partial w^2}{\partial x} \right).$$

Они отсутствуют в моделях Булгакова — Липанова [6–8] и в объяснениях природы ВД-эффекта [3, 5].

Отмеченный здесь сток тепла (но без вязкой диссипации) учитывается в модели [15], где не рассматривается детально горение в вязком подслое. Но отсутствие детального моделирования процессов горения не позволяет объяснить экспериментальный факт ослабления ВД-эффекта при снижении начальной температуры. Основные выводы [15] по наблюдению отрицательного и положительного эрозионного эффекта аналогичны выводам [6–8].

Из способа получения уравнений (7) и их структуры видно, что производная $\frac{\partial p}{\partial z}$ не должна зависеть от координаты z или зависимость может быть очень слабой с точностью до малых величин порядка $O(\delta_b w^* / L_* v_s)$, $O(\delta_b^2 / L_*^2)$. В противном случае уравнения (7) не пригодны для описания горения в вязком подслое. При больших градиентах давления $\frac{\partial p}{\partial z}$ необходимо пользоваться двумерными уравнениями.

Первое уравнение в (7) для некоторых случаев можно упростить. В нем член

$$W_p = -\frac{1}{2c_p} \left(\frac{\partial w^2}{\partial t} + v \frac{\partial w^2}{\partial x} \right)$$

характеризует работу изменения давления (кинетическая энергия меняется из-за наличия градиента давления), а следующий за ним комплекс, включающий вязкость,

$$W_\nu = \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{2} \frac{\partial w^2}{\partial x} \right)$$

— работу сил вязкого трения [16]. Для пренебрежения вкладом диссипации W_ν можно привести следующие аргументы. Во-первых, отношение $W_\nu / W_p \sim 1 / \text{Re}_\delta = \nu_g / v_s \delta_g$ изменяется в интервале $0.1 \div 1$. Во-вторых, в раскрытой форме выражения для диссипации

$$W_\nu = \frac{1}{c_p \rho} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \mu w}{\partial x} + \mu w \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

первый член в скобках — положительный и характеризует выделение тепла за счет сил трения; второй член — отрицательный, это удельная мощность работы на преодоление силы вязкого сопротивления. Поэтому они частично компенсируют друг друга.

Если на основании приведенных доводов пренебречь диссипацией W_ν , то при не меняющемся во времени давлении $\left(\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \right)$ получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{Q}{c_p} W(Y, T) - \frac{1}{2c_p} \left(\frac{\partial w^2}{\partial t} + v \frac{\partial w^2}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

В случае большой энергии активации член со скоростью химической реакции W можно опустить, а наличие химического превращения учесть в граничном условии [14]. В таком упрощенном виде уравнение (8) использовалось в [12] при аналитическом расчете скорости горения при отрицательном эрозионном эффекте.

Градиент давления в уравнении Навье — Стокса (третье в (7)) определяется условиями течения в канале топливного заряда. Поэтому, учитывая слабую зависимость динамической вязкости газов от температуры [17], уравнению энергии можно придать вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{Q}{c_p} W(Y, T) + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T}{p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{w}{c_p \rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\nu_g}{c_p} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2.$$

Здесь тепловыделение за счет работы силы трения выделено отдельным слагаемым $\frac{\nu_g}{c_p} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$.

Методы решения газодинамической задачи в канале топливного заряда хорошо известны [18]. Используя эти данные, скорость горения можно связать с геометрическими параметрами двигателя и топливного заряда [18].

Возвратимся к нестационарным уравнениям движения газа (7).

Горение в ламинарном подслое является результатом совместного действия четырех процессов: диффузионного переноса, переноса тепла, гидродинамического течения и химического превращения. У каждого из них свое характерное время, определяющее скорость процесса. Времена диффузионного и теплового переноса равны $t_D = D/\delta_b^2$, $t_T = \alpha/\delta_b^2$, где α — коэффициент температуропроводности газа. Характерное время гидродинамического течения — $t_\nu = \nu_g/\delta_b^2$, химического превращения — $t_W = 1/k_0$. На практике t_W много меньше всех остальных времен, и его далее можно не учитывать. Число Льюиса $Le = D/\alpha \approx 1$, поэтому $t_D \approx t_T$. Рассмотрим отношение времен t_ν и t_T :

$$\frac{t_\nu}{t_T} = \frac{\nu_g}{\alpha} \left(\frac{\delta_b}{\delta_g} \right)^2 = \text{Pr} \Theta^2.$$

Для газов число Прандтля $\text{Pr} = \nu_g/\alpha$ находится в пределах $0.75 \div 1$ [13, 14]. Условием применимости уравнений (7) для изучения отрицательного эрозионного эффекта является $\Theta < 1$. Но если $\text{Pr} \Theta^2 \ll 1$, то в (7) производную $\frac{\partial w}{\partial t}$ можно опустить и решать гидродинамическую часть уравнений (7) в стационарном приближении.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В моделях Булгакова — Липанова [6–8] снижение скорости горения при обдуве обнаруживается в случае нахождения зоны горения внутри вязкого подслоя. Это означает, что в

этих моделях, если иметь в виду эффект Виллюнова — Дворяшина, турбулентность не играет существенной роли. Поэтому ранние гипотезы [2, 3] или другие, где возникновение ВД-эффекта напрямую связывается с турбулентностью, можно не рассматривать. Исключением является случай существования «собственной» турбулентности [19], о которой говорится ниже.

Число Рейнольдса можно записать в виде $\text{Re}_\delta = v_s \delta_g / \nu_g = \text{Pr}^{-1} v_s \delta_g / \alpha \approx \text{Pr}^{-1} \delta_g / \delta_b = (\text{Pr} \Theta)^{-1}$. Отсюда следует, что если не принимать во внимание число Прандтля (оно характеризует свойство газа), то отношение W_ν / W_p выражается только числом Θ .

Таким образом, число Булгакова — Липанова Θ служит не только критерием возникновения двух видов эрозионных эффектов, но и характеризует баланс между работой силы давления и силы трения. Оба эти вида стимулируют проявление ВД-эффекта. Кроме того, посредством содержащего число Θ комплекса $\text{Pr} \Theta^2$ можно определить возможность применения распределения скорости, полученного из стационарных задач турбулентного пограничного слоя.

Указанное во введении ослабление ВД-эффекта при снижении начальной температуры горения топлива к настоящему времени нашло теоретическое объяснение только в двух моделях [9, 19]. Принципиальной особенностью модели Гусаченко — Зарко [19] является предположение о существовании «собственной» турбулентности, обусловленной неустойчивостью плоского одномерного фронта горения. Неустойчивость может возникнуть из-за наличия максимума тепловыделения в «подповерхностном слое» конденсированной фазы [19]. Сложное взаимодействие такой турбулентности с обдувающим потоком приводит к снижению скорости горения. Такой путь возникновения ВД-эффекта за счет неустойчивости горения исключать нельзя: этот эффект еще недостаточно хорошо изучен, а разновидностей твердых топлив со своими специфическими законами горения очень много. Ясно, что условием наблюдения ВД-эффекта по механизму Гусаченко — Зарко является $\Theta < 1$. В противном случае влияние турбулентности, развивающейся при обдуве поверхности топлива, на процессы горения будет значительным.

В предложенном в [9] механизме возникновения ВД-эффекта не привлекаются дополнительные предположения. Результаты и вы-

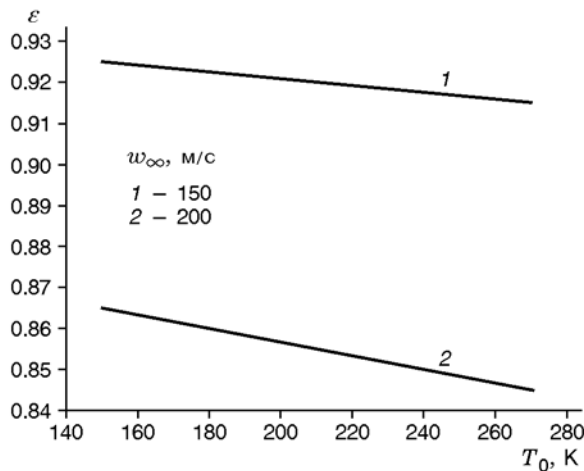


Рис. 3. Зависимость $\varepsilon(T_0)$ при разных скоростях обдува

воды [9] основаны на учете слабого снижения температуры пламени, возникающего в твердотопливных двигателях при наличии движения газа. В итоге зависимость эрозионного коэффициента от начальной температуры топлива получается практически линейной, что видно на рис. 3, который построен по результатам расчетов [12]. Наклон прямых линий увеличивается с ростом скорости обдува w_∞ .

Аналогичная линейная зависимость приведена в [19], но с наклоном, большим примерно в 10 раз, чем на рис. 3. Это сильное различие дает возможность экспериментальной проверки справедливости механизмов [9] и [19], объясняющих ВД-эффект.

Другим способом экспериментальной проверки справедливости предложенных механизмов могло бы служить установление зависимости минимального значения коэффициента эрозии от начальной температуры $\varepsilon_{\min}(T_0)$, где ε_{\min} находится из условия $\frac{d\varepsilon}{dw_\infty} = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nakka's R. Experimental Rocketry Web Site. — <http://www.nakka-rocketry.net/burnrate.html>.
2. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О влиянии начальной температуры конденсированного вещества на величину отрицательной эрозии // Физика горения и взрыва. — 1973. — Т. 9, № 4. — С. 602.
3. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О закономерностях горения пороха Н в потоке газа // Физика горения и взрыва. — 1971. — Т. 7, № 1. — С. 45–51.
4. Mukunda H. S. A comprehensive theory of erosive burning in solid rocket propellants // Combust. Sci. Technol. — 1978. — V. 18, iss. 3-4. — P. 105–118.
5. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
6. Булгаков В. К., Липанов А. М. К теории горения конденсированного вещества при обдуве // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 3. — С. 32–41.
7. Булгаков В. К., Липанов А. М. Модель горения твердых топлив при обдуве, учитывающая взаимодействие турбулентности с химической реакцией // Физика горения и взрыва. — 1984. — Т. 20, № 5. — С. 68–74.
8. Булгаков В. К., Липанов А. М., Камалетдинов А. Ш. Численные исследования эрозионного горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. — 1986. — Т. 22, № 6. — С. 83–88.
9. Сабденов К.О., Ерзада М. Механизм возникновения отрицательного эрозионного эффекта // Физика горения и взрыва. — 2013. — Т. 49, № 3. — С. 22–33.
10. Вильямс Ф. А. Теория горения. — М.: Наука, 1971.
11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987.
12. Сабденов К. О., Ерзада М. Аналитический расчет скорости горения при отрицательном эрозионном эффекте // Физика горения и взрыва. — 2013. — Т. 49, № 6. — С. 76–86.
13. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепло-массообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
14. Зельдович Я. Б., Либрович В. Б., Баренблатт Г. И., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.
15. Greatrix D. R. Model for prediction of negative and positive erosive burning // Canad. Aeronaut. and Space J. — 2007. — V. 53, N 1. — P. 13–21.
16. Бэр Г. Д. Техническая термодинамика. — М.: Мир, 1977.
17. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей: пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
18. Абугов Д. И., Бобылев В. М. Теория и расчет ракетных двигателей твердого топлива. — М.: Машиностроение, 1987.
19. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Эрозионное горение. Проблемы моделирования // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 3. — С. 47–58.

Поступила в редакцию 7/X 2014 г.,
в окончательном варианте — 25/V 2015 г.