

НЕСТАЦИОНАРНОЕ РАЗРУШЕНИЕ СТЕКЛОВИДНЫХ МАТЕРИАЛОВ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Б. И. Резников

(Ленинград)

Изучение переходных режимов при оплавлении тел в высокотемпературном потоке газа позволяет установить ряд специфических закономерностей механизма разрушения различного рода материалов.

Стационарный режим оплавления высокотеплопроводных кристаллических тел достигается практически мгновенно, причем возрастание скорости уноса массы происходит одновременно с ростом температуры поверхности. Подобный случай разрушения был проанализирован в работе [1]. Более сложная картина наблюдается при разрушении вязких стекловидных материалов (пирекс, кварцевое стекло и другие). Размягчение материала происходит при достаточно высоких температурах поверхности (свыше 2300° К), поэтому возрастание скорости оплавления происходит со значительным запаздыванием по сравнению с температурой поверхности.

Получено приближенное аналитическое решение задачи о нестационарном разрушении однородных стекловидных материалов в окрестности критической точки (линии) при постоянных (или слабо меняющихся) условиях во внешнем потоке.

Дано явное выражение для скорости разрушения материала и зависимость температуры поверхности от времени в виде квадратуры. Показано, что скорость разрушения определяется температурой поверхности материала и слабо зависит от темпа нагрева поверхности. Отмечено, что для сравнительно низких температур поверхности до 2300° К имеет место «сублимационный» характер разрушения (степень газификации близка к 1) и унос в жидкой фазе не происходит. Результаты теоретических расчетов сравниваются с экспериментом.

Физическая постановка задачи о разрушении стекловидных материалов достаточно обсуждена в работах, изучавших установившийся режим разрушения. Эта задача решалась приближенно Бете и Адамсом [2] и более строго Г. А. Тирским [3]. Поэтому в настоящей работе исходная система уравнений и граничных условий для пограничного слоя и пленки расплава не приводится. Подробная постановка задачи дана в работе [3].

§ 1. Математическая формулировка задачи. Отметим основные допущения, сделанные при записи исходных уравнений. Предполагается равенство максвелловских диффузионных коэффициентов для паров материала и обтекающего газа. Пленка расплава — несжимаемая жидкость с постоянной теплоемкостью и теплопроводностью, но с переменным коэффициентом вязкости

$$\mu_1 = \mu_1(T) = \mu_1^* \exp\left(\frac{T^*}{T}\right)^x \quad (1.1)$$

Система уравнений расплава решается в полуограниченной области, так как стекловидные материалы не имеют четко выраженной границы раздела фаз. Предполагается, что в процессе разрушения форма поверхности меняется слабо.

Сведение исходной системы уравнений в частных производных к обыкновенным уравнениям осуществлялось с применением группы автомодельных преобразований, предложенных в работе [3], где закон движения оплавливающейся поверхности — произвольная функция времени. Такой тип преобразований, в отличие от преобразований типа Доронникова — Степанова, позволяет привести уравнения пленки к универсальному виду и переводит параметры, характеризующие полетные условия и свойства расплава, в граничные условия.

Исследование системы уравнений пограничного слоя показало, что нестационарные члены имеют порядок $(\beta \Delta t)^{-1}$, где β — градиент скорости в критической точке, а Δt — характерное время установления процесса разрушения (10—20 сек). Следовательно, для пограничного слоя может быть принята квазистационарная постановка. Нестационарный член в уравнении движения расплава для окрестности критической точки (линии) имеет порядок инерционных членов и может быть опущен. С учетом вышесказанного приходим к следующей системе уравнений.

Для пограничного слоя смеси газов

$$\begin{aligned} (l\varphi'')' + n\varphi\varphi'' &= \varphi'^2 - \rho_e \rho^{-1} \quad (n = 1, 2), \quad (lS^{-1}c_i')' + n\varphi c_i' = 0 \quad (i = 1, \dots, N) \\ \left\{ l\sigma^{-1} \left[g' + \sum_{k=1}^N (L_k - 1) g_k c_k' \right] \right\} + n\varphi g' &= 0 \quad \left(g = \frac{h}{h_e} \right) \quad (1.2) \\ \varphi(0) &= \alpha, \quad \varphi'(0) = \varepsilon, \quad g(0) = g_0, \quad c_i(0) = c_{i0} \\ \varphi(\infty) &= g(\infty) = 1, \quad c_i(\infty) = c_{ie} \quad (1.3) \end{aligned}$$

Для пленки расплава

$$\frac{\partial}{\partial \eta_1} \left[\exp(\theta_1^{-x}) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \eta_1^2} \right] + 1 = 0, \quad \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \eta_1^2} + \varphi_1(\eta_1, \tau) \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta_1} = \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \quad (1.4)$$

$$\varphi_1(0) = \alpha_1(\theta_0), \quad \varphi_1''(0) = \tau_1^*(\theta_0), \quad \varphi_1(\infty) = 0 \quad (\theta_0 = \theta(0)) \quad (1.5)$$

$$\left(\partial \theta_1 / \partial \eta_1 \right)_{\eta=0} = F(\theta_0), \quad \theta_1(\infty, \tau) = \theta_{-\infty}, \quad \theta_1(\tau = 0) = \theta_{-\infty}$$

При записи системы (1.2) — (1.5) введены следующие обозначения: φ и φ_1 — функции тока соответственно для пограничного слоя и пленки расплава, g — безразмерная энтальпия в пограничном слое, c_i — массовая концентрация i -го компонента, n — параметр затупленности ($n = 1$ для плоского случая; $n = 2$ для осесимметричного). Параметр ε в граничных условиях (1.3) отражает влияние течения пленки расплава на пограничный слой. Прочие обозначения имеют вид

$$\theta_1 = \frac{T_1}{T^*}, \quad \sigma = \frac{\mu c_R}{\lambda}, \quad L = \frac{\rho D_i c_p}{\lambda}, \quad S = \frac{v}{D_i}, \quad l = \frac{\rho \mu}{\rho_0 \mu_0}, \quad \tau = \frac{\beta r_1^{1/2} n}{(\sigma_1 n)^{1/2}} t \quad (1.6)$$

Из закона сохранения массы на фронте испарения имеем связь между скоростью испарения α_1 и параметром вдува в пограничный слой α

$$\alpha_1 = -l_e^{-1/2} r_1^{1/4} n_1^{1/2} (\sigma_1 n)^{1/4} \alpha \quad (1.7)$$

Равенство касательных напряжений на фронте испарения дает связь между вторыми производными функций тока

$$\tau_1^* = -l_e^{1/2} r_1^{1/4} n_1^{1/2} (\sigma_1 n)^{1/4} \exp(-\theta_0^{-x}) \tau^* \quad (\tau^* \equiv \varphi''(0)) \quad (1.8)$$

Законы сохранения массы для компонент пара и газа и закон сохранения энергии при переходе через фронт испарения имеют вид

$$n\alpha = \frac{-c_i^*(0)}{(c_{i0} - c_i^{(1)})} S_0^{-1} \quad (i = 1, \dots, N), \quad n\alpha = \frac{-c_j^*(0)}{c_{j0}} S_0^{-1} \quad (j = N+1, \dots, N)$$

$$\begin{aligned} n\varphi(0) (h_0 - h^{(1)}) + \frac{h_e g'(0)}{\sigma_0} + \sum_{k=1}^N (L_{k0} - 1) \frac{h_{k0}}{\sigma_0} c_k'(0) + \\ + \frac{q_r - \varepsilon \sigma_B T_0^4}{V \beta \mu_0 \rho_0} = - \frac{l_e^{1/2} (\sigma_1 n)^{1/4} c_1^* T^*}{r_1^{3/4} n_1^{1/2} \sigma_1} \theta_1'(0) \quad (1.10) \end{aligned}$$

Здесь N' — число компонент пара, q_r — поток излучения от ударной волны, ε — степень черноты материала поверхности, σ_B — постоянная Стефана — Больцмана, $c_i^{(1)}$ — концентрация испаряющейся компоненты в твердом теле (в случае испарения одной компоненты $c_{i0} = c_0$, $c_i^{(1)} = 1$), $h^{(1)}$ — энтальпия твердой фазы при температуре разрушения;

$$r_1 = \frac{\bar{p}_e}{\rho_1}, \quad n_1 = \frac{v_e}{v_1}, \quad v_1 = \frac{\mu_1^*}{\rho_1}, \quad \sigma_1 = \frac{\mu_1^* c_1^*}{\lambda_1}$$

После решения задачи скорость разрушения определяется в виде

$$V(t) = -nr_1^{1/4} \sqrt{\beta v_1} (\sigma_1 n)^{-3/4} \varphi_1(\infty, t) \quad (1.11)$$

Ввиду того что течение пленки расплава практически не влияет на теплообмен и трение в пограничном слое (параметр $\varepsilon \sim 10^{-2}$), система уравнений пограничного слоя может рассматриваться отдельно. Численные решения системы (1.2) и (1.3), полученные для набора значений параметров α и g_0 , аппроксимированы аналитическими формулами [4]

$$\begin{aligned} g'(0) &= (1 - g_0) (al_e^q + b\alpha + c\alpha^2) & (0.2 < g_0 < 0.8) \\ \varphi''(0) &= \tau^* = a_1 l_e^p + b_1 \alpha + c_1 \alpha^2 & (-\alpha < 0.8) \end{aligned} \quad (1.12)$$

Коэффициенты a_i , b_i , c_i зависят от параметров n и σ . Зависимость массовых потоков от параметра вдува и перепада концентраций, установленная асимптотическим интегрированием уравнений энергии и диффузии, имеет вид [4]

$$\frac{c_i'(0)}{g'(0)} = \frac{c_{ie} - c_{i0}}{1 - g_0} L_0^{-1/3} I(\alpha, \tau^*, g_0, \sigma_0, S_0) \quad (1.13)$$

Здесь I — поправочный множитель, слабо отличающийся от 1.

С учетом этого соотношения закон сохранения массы для пара принимает форму

$$n\alpha = -\frac{c_{ie} - c_{i0}}{c_{i0} - c_i^{(1)}} \frac{I}{S_0 L_0^{1/3}} \frac{g'(0)}{1 - g_0} = -\frac{c_{ie} - c_{i0}}{c_{i0} - c_i^{(1)}} (al_e^q + b\alpha + c\alpha^2) \frac{I}{S_0 L_0^{1/3}} \quad (1.14)$$

Отсюда параметр вдува α может быть найден как функция концентрации паров материала.

Ввиду того что пары стекловидных материалов химически инертны, испарение идет по диффузионной кинетике и давление паров материала на фронте испарения определяется кривой упругости пара

$$p_0 = p^* \exp(-T^{**}/T_0) \quad (1.15)$$

При учете неравновесного испарения следует дополнительно использовать условие Кнудсена — Ленгмюра. Выражение для концентрации паров материала имеет вид

$$c_0 = [1 + (p_e/p_0 - 1)M]^{-1} \quad (M = m_2/m_1) \quad (1.16)$$

Здесь m_2 и m_1 — молекулярные веса газа и пара.

Таким образом, входящие в закон сохранения энергии выражения $q'(0)$ и $c_i'(0)$ — известные функции температуры поверхности материала.

Выражение для функции $F(\theta_0)$, входящей в граничное условие (1.5), может быть найдено из закона сохранения энергии (1.10). Преобразуя левую часть равенства (1.10) с учетом соотношений (1.13) и (1.14), приходим к окончательному выражению вида (1.17)

$$\left(\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta_1}\right)_{\eta_1=0} = F(\theta_0) = -h^*(\theta_0)(\theta_e - \theta_0), \quad h^*(\theta_0) = \frac{a}{n^{1/3} \sigma_0} \frac{r_1^{3/4} n_1^{1/2} c_1^{3/4}}{c_1^*} W(\alpha) c_p^0 E$$

Здесь

$$W(\alpha) = l_e^{-1/2} \left(l_e^a + \frac{b}{a} \alpha + \frac{c}{a} \alpha^2 \right), \quad r_e = \frac{q_r l_e^{1/2}}{\sqrt{\beta \mu_e \rho_e}}, \quad r_0 = \frac{\varepsilon \sigma_B 10^{12}}{\sqrt{\beta \mu_e \rho_e}}$$

$$E = 1 + \frac{n \alpha Q_* + r_e - r_0 (T_0 10^{-3})^4 l_e^{1/2}}{h_e \sigma_0^{-1} g'_s(0)} - \frac{h_{20} - h_{10}}{h_e - h_0} L_0^{-1/2} c_0 l$$

$$c_p^0 = \frac{h_e - h_0}{T_e - T_0}, \quad h_e - h_0 = h_e - h_{20} - c_0 (h_{10} - h_{20}) \quad (1.18)$$

В выражениях (1.18) индекс 1 относится к пару, индекс 2 — к газу, Q_* — скрытая теплота испарения.

В случае чистого оплавления $c_0 = a = 0$ без учета излучения граничное условие (1.17) становится линейным, так как коэффициент теплопередачи h^* — слабая функция температуры.

Таким образом, структура задачи показывает, что основным расчетным аргументом является температура поверхности материала. Установление связи между скоростью разрушения и температурой поверхности и зависимости температуры поверхности от времени замыкает задачу.

§ 2. Интегрирование уравнения движения. Требуется проинтегрировать краевую задачу

$$[\exp(\theta_1^{-\kappa}) \varphi_1'']' + 1 = 0, \quad \varphi_1(0) = \alpha_1, \quad \varphi_1(\infty) = 0, \quad \varphi_1'(0) = \tau_1^* \quad (2.1)$$

Интегрируя почленно, имеем

$$\varphi_1'' = (K - \eta_1) \exp(-\theta_1^{-\kappa}), \quad K = \tau_1^* \exp(\theta_0^{-\kappa}) \quad (2.2)$$

Вторичное интегрирование дает

$$\varphi_1' = \varepsilon_1 + \int_0^{\eta_1} (K - t) \exp(-\theta_1^{-\kappa}) dt \quad (\varepsilon_1 \equiv \varphi_1'(0)) \quad (2.3)$$

Так как в пределах жидкого слоя температура меняется слабо, дальнейшее интегрирование можно провести, заменяя функцию $-\theta_1^{-\kappa}$ разложением в ряд Тейлора в окрестности $\eta_1 = 0$. Учет двух членов разложения функции $-\theta_1^{-\kappa}$ для скорости разрушения дает

$$\varphi_1(\infty) = \alpha_2 = \exp(-\theta_0^{-\kappa}) \left[\frac{\theta_0^{\kappa+1}}{\kappa h^* (\theta_e - \theta_0)} \right]^2 \left[l_e^{-1/2} C \tau^* + 2 \frac{\theta_0^{\kappa+1}}{\kappa h^* (\theta_e - \theta_0)} \right] + \alpha_1$$

$$C = \tau_1^* n_1^{1/2} (\sigma_1 n)^{3/4} \quad (2.4)$$

Интересно оценить насколько точный учет характера изменения температуры в жидком слое влияет на величину скорости разрушения.

Оставляя в разложении $-\theta_1^{-\kappa}$ три члена, имеем

$$\varphi_1(\infty) = \alpha_3 = \exp(-\theta_0^{-\kappa}) \left[\frac{\theta_0^{\kappa+1}}{\kappa h^* (\theta_e - \theta_0)} \right]^2 \psi_1 \left[l_e^{-1/2} C \tau^* + 2 \psi_2 \frac{\theta_0^{\kappa+1}}{\kappa h^* (\theta_e - \theta_0)} \right] + \alpha_1$$

где

$$\psi_1 = \frac{1 - A^{-1}}{m \theta_0}, \quad \psi_2 = \frac{[2z^2(A-1)]^{-1} - 1}{2\theta_0 m} \quad (2.6)$$

$$m = \kappa + 1 + \frac{\theta_0 \theta_0''}{\theta_0'^2}, \quad A = \frac{e^{-z^2}}{\sqrt{\pi} z \operatorname{erfc} z}, \quad z = \left(\frac{\kappa}{2\theta_0^{\kappa} m} \right)^{1/2} \quad (2.7)$$

Прежде всего следует отметить, что учет трех членов разложения приводит к появлению зависимости скорости разрушения от производной по времени температуры поверхности. Используя асимптотическое разложение функции $A(z)$ (в реальных случаях $z \geq 3-4$), можно показать, что параметры ψ_1 и ψ_2 слабо отличаются от 1 и, таким образом, формулы

(2.4) и (2.5) дают практически совпадающие результаты при температурах поверхности, далеких от стационарного значения, а при высоких температурах отличие составляет меньше 10%. Отсюда можно сделать следующий вывод. Скорость разрушения в основном определяется температурой поверхности и слабо зависит от ее изменения во времени.

В заключение выведем формулу для определения толщины жидкого слоя. Полагая, что на расстоянии, равном толщине жидкого слоя, выполняется соотношение

$$\frac{\varphi_1 - \alpha_1}{d - \alpha_1} = 1 - k_\varphi \quad (2.8)$$

можно получить приближенную формулу

$$\delta_\varphi \approx (\ln k_\varphi^{-1}) \frac{T_0^2}{h^* (T_\varepsilon - T_0) T^*} \quad (2.9)$$

§ 3. Интегрирование уравнения энергии. Определение температурного профиля в расплаве требует интегрирования краевой задачи

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta_1^2} + \varphi_1(\eta_1, \tau) \frac{\partial f}{\partial \eta_1} &= \frac{\partial f}{\partial \tau}, \quad f(\tau=0) = 0, \quad f(\infty, \tau) = 0 \\ \left(\frac{\partial f}{\partial \eta_1} \right)_{\eta_1=0} &= h^*(f_0)(f_0 - 1) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Функция f определена соотношением вида

$$f = \frac{\theta - \theta_{-\infty}}{\theta_\varepsilon - \theta_{-\infty}} \quad (f_0 \equiv f(0, \tau)) \quad (3.2)$$

Решение задачи (3.1) будем искать интегральным методом, задаваясь профилем температур в теле

$$f = f_0(\tau) e^{-p(\tau) \eta_1} \quad (3.3)$$

Такая форма решения обоснована следующими физическими соображениями: ввиду того что вязкость расплава очень резко зависит от температуры, процесс установления скорости разрушения в жидкой фазе начинается, когда температура поверхности отличается от своего стационарного значения на несколько десятков градусов и профиль температур в теле близок к стационарному. Вид функции $p(\tau)$ определяется из граничного условия на фронте разрушения

$$p(\tau) = h^*(f_0) \frac{1 - f_0}{f_0} \quad (3.4)$$

Интегрируя обе части уравнения (3.1) по η_1 от нуля до бесконечности, имеем

$$h^*(1 - f_0) + \int_0^\infty \varphi_1(\eta_1, \tau) \frac{\partial f}{\partial \eta_1} d\eta_1 = \frac{d}{df_0} \left(\frac{f_0}{p} \right) \frac{df_0}{d\tau} \quad (3.5)$$

Дальнейшее исследование можно проводить, исходя из факта, что, за исключением небольшой части теплового слоя, функция φ_1 равна своему значению на бесконечности. Это приближение делалось Бете и Адамсом при решении стационарной задачи. В этом случае второе слагаемое в левой части уравнения (3.5) равно $(-f_0 d)$.

Если учитывать неоднородность профиля функции φ_1 , то интеграл может быть вычислен по частям с использованием формулы (3.3) и выражения для φ_1' .

Тогда уравнение (3.5) принимает вид

$$h^* (1 - f_0) - f_0 \delta = \frac{df_0}{d\tau} \frac{d}{df_0} \left(\frac{f_0}{p} \right) \quad (3.6)$$

Здесь

$$\delta = \frac{\exp(-\theta_0^{-\kappa})}{1 + \psi} \left[\frac{\theta_0^{\kappa+1}}{\kappa h^* (\theta_e - \theta_0)} \right]^2 \left[\frac{C\tau^*}{l_e^{1/2}} + \left(2 - \frac{\psi}{1 + \psi} \right) \frac{\theta_0^{\kappa+1}}{\kappa h^* (\theta_e - \theta_0)} \right] + \alpha_1 \quad (3.7)$$

$$\psi = \frac{\theta_0^{\kappa+1}}{\kappa (\theta_0 - \theta_{-\infty})} \quad (3.8)$$

Формула (3.7) получена для случая, когда уравнение движения решалось с учетом двух членов разложения функции $-\theta_1^{-\kappa}$.

Интегрируя уравнение (3.6), имеем

$$\tau = \int_0^{f_0} f_0 \left[\frac{2 - f_0}{1 - f_0} - f_0 \frac{d \ln h^*}{df_0} \right] \frac{df_0}{h^{*2} (1 - f_0) [1 - f_0 (1 + \delta/h^*)]} \quad (3.9)$$

Сравнение формул (2.4) и (3.7) показывает, что величина δ с точностью до множителей, содержащих величину ψ , совпадает с d .

Для материалов с достаточно высокой температурой разрушения (кварцевое стекло) $\theta_0 \sim 0.04$, $\theta_{-\infty} = 0.005$; $\kappa = 1$ функция $\psi \approx \theta_0$ и, таким образом, отличие составляет несколько процентов. Это обстоятельство сказывается на зависимости температуры поверхности от времени лишь на самой последней стадии установления температуры поверхности.

Нетрудно убедиться, что для стационарного случая, когда $df_0/d\tau = 0$, функция $p(\tau) = \delta$, а уравнение (3.6) заменяется условием

$$\frac{\theta_0'}{\Delta\theta} = \delta, \quad \Delta\theta = \theta_{-\infty} - \theta_0 \quad (3.10)$$

аналогичным выведенному в работе [3]. Используя форму решения (3.3), вычислим параметр m , входящий в выражение для скорости разрушения (2.5)

$$m = \kappa - \frac{\theta_{-\infty}}{\theta_0 - \theta_{-\infty}} \quad (3.11)$$

Оценим толщину прогретого материала. Полагая, что на расстоянии, равном толщине теплового слоя, температура становится равной $(1 + k_T)T_{-\infty}$, приходим к выражению

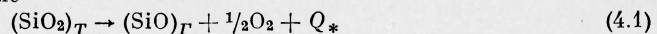
$$\delta_T = \frac{T_0 - T_{-\infty}}{T_e - T_0} \frac{1}{h^*} \left[\ln \left(\frac{T_0}{T_{-\infty}} - 1 \right) + \ln k_T^{-1} \right] \quad (3.12)$$

Из сравнения формул (2.9) и (3.12) следует, что отношение толщины жидкого и теплового слоя — величина порядка

$$\frac{T_0}{T^*} \sim \frac{2500}{70\,000} \sim 10^{-2} \quad (3.13)$$

Это служит обоснованием приближений, сделанных при интегрировании уравнений движения.

§ 4. Расчет параметров разрушения. Расчет неустановившегося оплавления проводился для моделей, изготовленных из кварцевого стекла; результаты сравнивались с экспериментом, проведенным на электродуговой установке [5]. Расчет проводился при следующих параметрах: $h_e = 4700$ кал/г, $p_e = 0.13$ ат, $R = 0.86$ см. Термодинамические свойства обтекающего газа и пара рассчитывались по данным работ [6, 7]. При расчете разрушения предполагалось, что пары двуокиси кремния полностью диссоциируют по схеме



С учетом этой реакции молекулярный вес пара m_1 был найден равным 40.06. Эффект диссоциации SiO_2 включался в теплоту испарения, которая была принята равной 3050 кал/г.

Расчеты проводились для степени черноты поверхности, равной 0.1. Приводим значения параметров внешнего потока

$$T_e = 5900^\circ \text{K}, \quad \rho_e = 5.38 \cdot 10^{-6} \text{ г/см}^3, \quad m_e = 20 \text{ г/моль}$$

$$\mu_e = 1.246 \cdot 10^{-3} \text{ г/см} \cdot \text{сек}, \quad \beta = 2.57 \cdot 10^5 \text{ 1/сек}, \quad \sigma_0 = 0.7$$

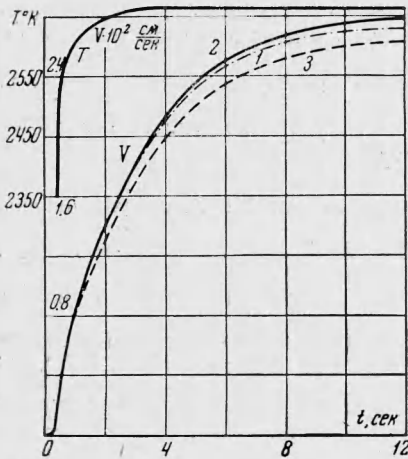
Как следует из результатов предыдущих параграфов, аргументом при расчете является температура поверхности. Из уравнений (1.15), (1.16), (1.14) последовательно определяются концентрации паров материала на фронте испарения c_0 и параметр вдува в пограничный слой a . Для случая испарения одной компоненты уравнение (1.14) принимает форму

$$c\alpha^2 + \left[b + \sigma_0 L_0^{-2/3} M n \left(\frac{P_e}{p_0} - 1 \right) \right] \alpha + a l_e^q = 0 \quad (4.2)$$

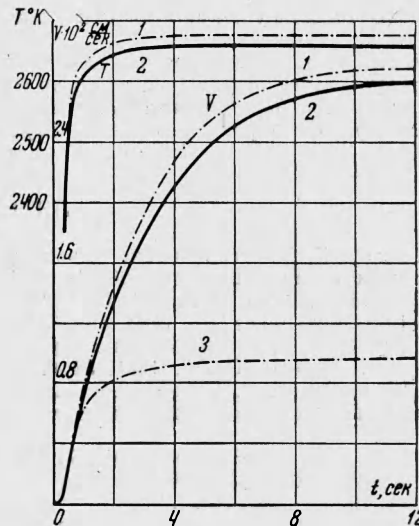
Параметр l_e определяется из формулы

$$l_e = \frac{m_e P_e}{m_1 T_e} \frac{T_0 c_0}{p_0} \frac{\mu_e}{\mu_0} \quad (4.3)$$

Скорость испарения α_1 и параметр вдува связаны соотношением (1.7). Коэффициент теплопередачи h^* рассчитывается по формулам (1.18). Далее определяются скорость разрушения (формулы (2.4), (2.5)), функция δ (формула (3.7)) и подын-



Фиг. 1



Фиг. 2

тегральная функция в уравнении (3.9). Выход на стационарный режим считался достигнутым, когда выполнялось соотношение

$$1 - f_0(1 + \delta / h^*) \leq 10^{-5}$$

Расчет параметров разрушения проводился для трех вариантов. В первом варианте скорость разрушения рассчитывалась по формуле (2.4). При расчете зависимости температуры поверхности от времени пренебрегалось неоднородностью функции f_1 , что фактически соответствует нулевой толщине жидкого слоя ($\delta = d_2$). Вторым вариантом позволяло оценить влияние конечной толщины жидкого слоя. Скорость разрушения определялась из формулы (2.4), а для расчета времени использовалось уравнение (3.9). Третий вариант позволял оценить, насколько уточнение разложения функции θ_1^{-x} влияет на конечный результат. Скорость разрушения определялась по формуле (2.5), и при вычислении интеграла (2.10) функция δ полагалась равной d_3 .

Расчеты проводились на БЭСМ-2. Для более точного определения стационарных параметров разрушения применялся переменный шаг по $\Delta f_0 = 10^{-4} - 10^{-5}$.

При этом точность определения стационарной температуры поверхности была $\sim 0.05^\circ$, а погрешность в определении скорости разрушения составляла 0.2%. Время просчета упомянутых трех вариантов составляло около четырех минут.

На фиг. 1 проведено сравнение трех вариантов для числа Льюиса, равного 1.4. Анализ кривых, представленных на фиг. 1, показывает, что учет конечной толщины жидкого слоя практически не сказывается на точности определения температуры поверхности материала. Отличие стационарных температур для первого и третьего расчетных вариантов составляет 1° К. Формулы (2.4) и (2.5) для определения скорости разрушения в стационарном случае дают максимальное отличие около 3%. В то же время расчеты, проведенные для одного варианта при значениях числа Льюиса 1.0 (кривые пунктир с точкой) и 1.4 (сплошные кривые), дают отличие примерно в 6%. Этот факт отражен на фиг. 2. Интересно отметить, что при малых временах (сравнительно низкие температуры поверхности) разрушение имеет «сублимационный» характер, степень газификации равна 1, и полная скорость разрушения совпадает с величиной скорости испарения (кривая 3, фиг. 2). Таким образом, при полете на больших высотах (малые тепловые потоки) унос в жидкой фазе не имеет места.

Как показали расчеты, температура поверхности, скорость испарения, коэффициент теплоотдачи h^* устанавливаются значительно скорее, чем скорость уноса материала в жидкой фазе. Заметное оплавление начинается с температур, превышающих 2400° К.

Сравнение теоретически рассчитанных значений стационарной скорости разрушения и температуры поверхности с экспериментально определенными в работе [5] показало хорошее совпадение.

Следует отметить, что, хотя температура поверхности является довольно устойчивой величиной в широком диапазоне полетных условий, введение эффективной температуры разрушения ошибочно, поскольку степень газификации — резкая функция температуры.

В заключение заметим, что данная схема расчета параметров разрушения с учетом результатов, полученных в работе [8], сравнительно просто обобщается на случай многокомпонентного пограничного слоя.

Автор благодарит Н. В. Леонтьеву за помощь при проведении численных расчетов.

Поступила 10 VI 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Шахов Е. М. Установление постоянной скорости оплавления полубесконечного твердого тела. Инж. ж., 1962, т. 2, № 4.
2. Bethe H. A., Adams M. C. Theory for the ablation of Glassy Materials. Journ. of the Aero-Space Sci., 1959, vol. 26, No. 6.
3. Тирский Г. А. Разрушение передней кромки стреловидного крыла в гиперзвуковом потоке. ПМТФ, 1961, № 6.
4. Тирский Г. А. Оплавление тела в окрестности критической точки и линии в диссоциированном потоке воздуха с испарением пленки расплава. ПМТФ, 1961, № 5.
5. Adams M. C., Powers W. E., Georgiev S. An Experimental and Theoretical Study of Quartz Ablation at the Stagnation Point. Journ. of the Aero-Space Sci., 1960, vol. 27, No. 7.
6. Сб. «Термодинамические свойства индивидуальных веществ», т. 2 (под ред. Гурвича Л. В.). М., 1962.
7. Таблицы термодинамических функций воздуха (под ред. Предводителя А. С.), ВЦ АН СССР, М., 1962.
8. Тирский Г. А. Анализ состава ламинарного пограничного слоя на поверхности горящих пластиков. Космические исследования, 1964, т. 2, вып. 4.