

УДК 551.511.6:621.371

# Точность оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из измерений ветра импульсным когерентным доплеровским лидаром при коническом сканировании зондирующим пучком.

## Часть I. Алгоритм обработки лидарных данных

И.Н. Смалихо, В.А. Банах\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 30.08.2012 г.

Изложена процедура обработки лидарных данных, позволяющая оценивать скорость диссипации кинетической энергии турбулентности из измерений ветра импульсным когерентным доплеровским лидаром (ИКДЛ) при коническом сканировании зондирующим пучком. С использованием численного моделирования выполнено тестирование предложенного алгоритма обработки данных ИКДЛ и рассчитана погрешность лидарной оценки скорости диссипации в зависимости от числа полных сканирований зондирующим пучком.

*Ключевые слова:* когерентный лидар, коническое сканирование, ветровая турбулентность; coherent lidar, conical scanning, wind turbulence.

### Введение

Получение оперативной информации о ветровой турбулентности в пограничном слое атмосферы является важным для многих практических приложений. Информация о турбулентности погранслоя используется в региональных прогностических моделях диффузии примесей в атмосфере, при анализе вихревых следов самолетов [1], дефиците скорости ветра в шлейфах ветровых турбин [2] и т.п. Восстановление высотных профилей параметров турбулентности за относительно короткое время представляется возможным из ветровых данных, получаемых импульсным когерентным доплеровским лидаром (ИКДЛ), при достаточно быстром сканировании зондирующим пучком, благодаря большой площади на плоскости сканирования [3, 4].

Одним из ключевых параметров турбулентности является скорость диссипации энергии турбулентности  $\epsilon$ , описывающая структуру неоднородностей ветрового потока в инерционном интервале турбулентности. Исследованию возможностей получения информации о скорости диссипации  $\epsilon$  из измерений ветра с использованием ИКДЛ посвящены работы [3–9]. В [4] на основе результатов [10] предложен способ оценивания скорости диссипации  $\epsilon$ , внешнего (интегрального) масштаба турбулентности  $L_V$  и дисперсии скорости ветра  $\sigma_V^2$  из азиму-

тальной (поперечной) структурной функции радиальной скорости ветра, получаемой из измерений ИКДЛ при секторном коническом сканировании зондирующим пучком. Однако вопрос о точности таких оценок не рассматривался.

В настоящей статье представлены алгоритм оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из данных, измеряемых импульсным когерентным доплеровским лидаром при полном коническом сканировании зондирующим пучком, и результаты расчетов погрешности оценивания скорости диссипации с использованием данных численного моделирования радиальной скорости.

### Формулировка задачи и алгоритм обработки лидарных данных

Рассмотрим случай 2-микронного (длина волны лазерного излучения  $\lambda = 2$  мкм) ИКДЛ, у которого временной профиль мощности зондирующего излучения хорошо описывается гауссовым распределением с длительностью импульса  $2\sigma_p$ , определяемой по спадаанию мощности до уровня  $e^{-1}$  справа и слева от точки максимума. Пусть во время измерения таким лидаром угол места  $\phi$  фиксирован и осуществляется коническое сканирование зондирующим пучком с постоянной угловой скоростью  $\omega_s$ . При этом азимутальный угол  $\theta = \omega_s t$  изменяется со временем  $t$  от 0 до  $360^\circ$  (полный оборот вокруг вертикальной оси, проходящей через точку положения лидара).

\* Игорь Николаевич Смалихо (smalikh@iao.ru); Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru).

Для различных расстояний  $R_i = R_0 + i\Delta R$  от лидара до центра объема зондирования и азимутальных углов  $\theta_m = \theta_0 + m\Delta\theta$  из измеряемых лидаром исходных данных (отсчетов сигнала при когерентном детектировании зондирующего излучения, обратнорассеянного на переносимых ветром аэрозольных частицах) получают доплеровские спектры с использованием прямоугольного временного окна  $T_W$  и аккумуляции отдельных оценок спектра по  $N_a$  посылкам зондирующего импульса в атмосферу, где  $R_0 \gg \Delta p$ ,  $\Delta p = c\sigma_p/2$ ;  $c$  – скорость света;  $i = 0, 1, 2, \dots, I-1$ ;  $\Delta R = cT_W/2$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots, M$ ;  $\Delta\theta = \omega_s N_a / F_p$ ,  $F_p$  – частота повторения импульсов. Затем по центру тяжести спектрального распределения с учетом соотношения Доплера получают оценки радиальной скорости (проекции вектора ветра на ось зондирующего пучка)  $\hat{V}_r(R_i, \theta_m)$ .

Если оценка несмещенная (вероятность плохой оценки, вызванной системным шумом, равна нулю), то  $\hat{V}_r(R_i, \theta_m)$  представима с учетом усреднения скорости ветра по азимутальному углу в виде [5, 11]:

$$\hat{V}_r(R_i, \theta_m) = \bar{V}_r(R_i, \theta_m) + V_e(R_i, \theta_m), \quad (1)$$

где

$$\bar{V}_r(R_i, \theta_m) = N_a^{-1} \sum_{k=1}^{N_a} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' Q_s(z') V_r(R_i + z', \theta_{m-1} + k\omega_s / F_p) \quad (2)$$

– радиальная скорость, усредненная по объему зондирования;

$$Q_s(z') = \frac{1}{2\Delta R} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{z' + \Delta R/2}{\Delta p}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z' - \Delta R/2}{\Delta p}\right) \right] \quad (3)$$

– весовая функция усреднения вдоль оси распространения зондирующего пучка;

$$\operatorname{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x d\xi \exp(-\xi^2)$$

– интеграл вероятности;  $V_r(z', \theta) = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}(\theta)$  – радиальная скорость и  $\mathbf{V} = \{V_z, V_x, V_y\}$  – вектор скорости ветра в точке  $z'\mathbf{S}(\theta)$  декартовой системы координат  $\{z, x, y\}$ ;  $\mathbf{S}(\theta) = \{\sin\varphi, \cos\varphi\cos\theta, \cos\varphi\sin\theta\}$  и  $V_e(R_i, \theta_m)$  – случайная погрешность оценки. Эта погрешность обладает следующими свойствами:

$$\langle V_e \rangle = 0, \quad \langle \bar{V}_r V_e \rangle = \langle \bar{V}_r \rangle \langle V_e \rangle = 0$$

и

$$\langle V_e(z_i, \theta_m) V_e(z_l, \theta_l) \rangle = \sigma_e^2 \delta_{m-l}.$$

Здесь  $\sigma_e^2 = \langle V_e^2 \rangle$  – дисперсия случайной погрешности оценки радиальной скорости и  $\delta_{m-l}$  – символ Кронекера ( $\delta_0 = 1$ ,  $\delta_{m \neq l} = 0$ ).

Применив к полученному массиву  $\hat{V}_r(R_i, \theta_m)$  процедуру синусоидальной подгонки [12], можно

получить оценки вектора средней скорости ветра  $\hat{\mathbf{V}} = \{\hat{V}_z, \hat{V}_x, \hat{V}_y\}$  на высотах  $h_i = h_L + R_i \sin\varphi$  ( $h_L$  – высота, с которой зондирующий импульс посылается в атмосферу). Затем рассчитываются флуктуации оценок радиальной скорости:

$$\hat{V}'_r(R_i, \theta_m) = \hat{V}_r(R_i, \theta_m) - \hat{\mathbf{V}}(h_i) \cdot \mathbf{S}(\theta_m). \quad (4)$$

Из массива флуктуаций лидарных оценок радиальной скорости получаем оценку азимутальной структурной функции  $\hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i)$  как

$$\hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i) = (M-n)^{-1} \times \sum_{m=1}^{M-n} [\hat{V}'_r(R_i, \theta_m + n\Delta\theta) - \hat{V}'_r(R_i, \theta_m)]^2, \quad (5)$$

где  $n = 1, 2, \dots, N \ll M$ . Такая оценка должна содержать информацию о турбулентных параметрах, в частности о скорости диссипации  $\varepsilon$ . Для получения оценки скорости диссипации  $\hat{\varepsilon}$  из  $\hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i)$  необходимо знать связь  $\varepsilon$  с азимутальной структурной функцией радиальной скорости, измеряемой лидаром,  $D_L(n\Delta\theta; R_i) = \langle \hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i) \rangle$ , где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций.

Считая, что выполняются условия  $N_a \gg 1$ ,  $R_i \gg L_V$  и  $N\Delta\theta \ll \pi/2$ , сделаем следующие предположения. Турбулентность стационарна, однородна, изотропна и описывается моделью Кармана [13]. Скорость перемещения объема зондирования по границе основания конуса сканирования  $\omega_s R_i \cos\varphi$  значительно превосходит среднюю скорость ветра  $U$  (это позволяет при нахождении формулы для  $D_L(n\Delta\theta; R_i)$  пренебречь влиянием переноса турбулентных неоднородностей средним ветром на данную характеристику).

На основании вышесказанного в (2) перейдем для скорости  $V_r$  от полярной системы координат  $\{z', \theta\}$  к прямоугольной системе координат на плоскости  $\{z', y'\}$  ( $z'$  – продольная и  $y'$  – поперечная оси координат) и, заменив в (2) суммирование на интегрирование, приходим к выражению

$$\bar{V}_r(R_i, \theta_m) = \frac{1}{\Delta y_i} \times$$

$$\times \int_{-\Delta y_i/2}^{\Delta y_i/2} dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' Q_s(z') V_r(R_i + z', R_i \theta_m \cos\varphi + y'), \quad (6)$$

где  $\Delta y_i = R_i \Delta\theta \cos\varphi$  – поперечный (на поверхности сканирования) размер объема зондирования. Затем, заменив в (4)  $\hat{\mathbf{V}}$  на  $\langle \mathbf{V} \rangle$ , из (1), (3)–(6) после проведения соответствующих выкладок приходим к выражению

$$D_L(n\Delta\theta; R_i) = \bar{D}_L(n\Delta\theta; R_i) + 2(1 - \delta_n) \sigma_e^2, \quad (7)$$

где

$$\bar{D}_L(n\Delta\theta; R_i) = 8 \int_0^{\infty} d\kappa_z \int_0^{\infty} d\kappa_y S_V(\kappa_z, \kappa_y) H_{\parallel}(\kappa_z) H_{\perp}(\kappa_y) \times [1 - \cos(2\pi n \Delta y_i \kappa_y)] \quad (8)$$

– поперечная структурная функция усредненной по объему зондирования радиальной скорости;

$$S_V(\kappa_z, \kappa_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \langle V_r'(z+z', y+y') V_r'(z, y) \rangle \times \exp[-2\pi j(z'\kappa_z + y'\kappa_y)]$$

– двумерный пространственный спектр турбулентных флуктуаций скорости ветра;  $V_r' = V_r - \langle V_r \rangle$ ;  $j = \sqrt{-1}$ ;

$$H_{\parallel}(\kappa_z) = [\exp\{-(\pi \Delta r \kappa_z)^2\} \text{sinc}(\pi \Delta R \kappa_z)]^2 \quad (9)$$

– передаточная функция низкочастотного фильтра по оси  $z'$  и

$$H_{\perp}(\kappa_y) = \text{sinc}^2(\pi \Delta y \kappa_y) \quad (10)$$

– передаточная функция низкочастотного фильтра по оси  $y'$ ,  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ .

Для модели Кармана изотропной турбулентности

$$S_V(\kappa_z, \kappa_y) = \frac{1}{6\pi} \frac{\sigma_V^2 (C_1 L_V)^2}{[1 + (C_1 L_V)^2 (\kappa_z^2 + \kappa_y^2)]^{4/3}} \times \left[ 1 + \frac{8}{3} \frac{(C_1 L_V \kappa_y)^2}{1 + (C_1 L_V)^2 (\kappa_z^2 + \kappa_y^2)} \right]. \quad (11)$$

Здесь  $C_1 = 5\sqrt{\pi} \Gamma(4/3) / \Gamma(11/6) \approx 8,4134$  и  $\Gamma(x)$  – гамма-функция. Масштаб  $L_V$  определяется как

$$L_V = \int_0^{\infty} dz' \langle V_r'(z+z', y) V_r'(z, y) \rangle / \sigma_V^2 \quad (\sigma_V^2 = \langle (V_r')^2 \rangle).$$

Турбулентные параметры  $\sigma_V^2$ ,  $L_V$  и  $\varepsilon$  связаны между собой соотношением

$$\sigma_V^2 = C_2 (\varepsilon L_V)^{2/3}, \quad (12)$$

где  $C_2 = C_K C_1^{5/3} / [18(2\pi)^{2/3} \Gamma(4/3)]$  и  $C_K$  – постоянная Колмогорова [14]. При получении оценок скорости диссипации мы полагали  $C_K = 2$  и  $C_2 \approx 1,2717$ .

Согласно (7) разность структурных функций  $\Delta D_L(n\Delta\theta; R_i) = D_L(n\Delta\theta; R_i) - D_L(\Delta\theta; R_i)$  не зависит от погрешности лидарной оценки радиальной скорости  $\sigma_e$ . Поэтому параметры турбулентности следует оценивать из  $\Delta \hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i) = \hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i) - \hat{D}_L(\Delta\theta; R_i)$  путем подгонки к  $\Delta D_L(n\Delta\theta; R_i) = \bar{D}_L(n\Delta\theta; R_i) - \bar{D}_L(\Delta\theta; R_i)$ , рассчитываемой по формулам (8)–(12). При этом

достаточно рассчитать функцию  $F_L(n\Delta\theta; R_i, L_V) = \Delta D_L(n\Delta\theta; R_i) / \varepsilon^{2/3}$ , зависящую только от одного турбулентного параметра  $L_V$ .

Для получения оценок скорости диссипации  $\hat{\varepsilon}$  и внешнего масштаба турбулентности  $\hat{L}_V$  мы используем следующий алгоритм [4]:

$$\min\{\rho(L_V)\} = \rho(\hat{L}_V) \quad (13)$$

и

$$\hat{\varepsilon} = [\mu(\hat{L}_V)]^{3/2}. \quad (14)$$

Здесь

$$\rho(L_V) = \sum_{n=2}^N \left[ \frac{\Delta \hat{D}(n\Delta\theta; R_i)}{F_L(n\Delta\theta; R_i, L_V)} - \mu(L_V) \right]^2; \quad (15)$$

$$\mu(L_V) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=2}^N \frac{\Delta \hat{D}(n\Delta\theta; R_i)}{F_L(n\Delta\theta; R_i, L_V)}. \quad (16)$$

С использованием полученных оценок  $\hat{\varepsilon}$  и  $\hat{L}_V$  величина дисперсии скорости ветра  $\hat{\sigma}_V^2$  рассчитывается в соответствии с формулой (12).

Практическая реализация алгоритма (13)–(16) включает в себя расчет  $F_L$  при различных  $L_V$ . Согласно известным экспериментальным данным [15], в пограничном слое атмосферы на высотах с 25 до 300 м в зависимости от температурной стратификации интегральный масштаб флуктуаций продольной компоненты скорости ветра варьируется в пределах от 30 м до 450 м. Поэтому мы рассчитывали  $F_L$  для значений  $L_V$  в диапазоне 20–500 м с шагом 10 м.

Для уменьшения флуктуаций лидарных оценок азимутальной структурной функции радиальной скорости можно воспользоваться дополнительным усреднением по  $I'+1$  слоям оси  $z'$ , т.е. заменив в (15) и (16)  $\Delta \hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i)$  на  $(I'+1)^{-1} \sum_{i=-I'/2}^{I'/2} \Delta \hat{D}_L(n\Delta\theta; R_i + i\Delta R)$ ,

где  $I'$  – четное число. Соответственно  $F_L(n\Delta\theta; R_i, L_V)$  необходимо заменить на

$$(I'+1)^{-1} \sum_{i=-I'/2}^{I'/2} F_L(n\Delta\theta; R_i + i\Delta R, L_V).$$

Если во время эксперимента осуществляется несколько полных конических сканирований, то можно провести усреднение оценок структурных функций, получаемых из данных каждого из этих сканирований.

Приведенная выше процедура обработки лидарных данных позволяет провести анализ возможности оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из ветровых измерений и рассчитать относительную погрешность  $E_\varepsilon = \sqrt{\langle e_\varepsilon^2 \rangle}$  и относительное смещение  $B_\varepsilon = \langle e_\varepsilon \rangle$  лидарной оценки скорости диссипации энергии турбулентности, где

$e_\varepsilon = (\hat{\varepsilon}/\varepsilon - 1) \cdot 100\%$  — относительная случайная погрешность оценки и  $\varepsilon$  — истинное значение скорости диссипации. Выполнить эти расчеты можно лишь с использованием численного моделирования.

Алгоритмы численного моделирования, имитирующего работу ИКДЛ в турбулентной атмосфере, даны в [5, 16]. Эти алгоритмы предполагают неизменность положения оси зондирующего пучка в пространстве. Однако чтобы осуществить численный эксперимент для случая конического сканирования зондирующим пучком, необходимо генерировать распределение турбулентных флуктуаций радиальной скорости на боковой поверхности конуса сканирования, что практически нереализуемо на современных компьютерах. Поэтому упростим данную задачу, сведя ее вначале к моделированию двумерных распределений флуктуаций компонент скорости  $V'_x$  и  $V'_y$  на горизонтальной плоскости  $\{x, y\}$ , из которых рассчитываются распределения флуктуаций радиальной скорости  $V'_r = V'_x \cos\theta + V'_y \sin\theta$  от расстояния  $R$  и азимутального угла  $\theta$ . Это соответствует тому, что угол места  $\varphi = 0^\circ$ .

## Численное тестирование алгоритма

Для рассматриваемого здесь случая однородной и изотропной турбулентности в [17] приведены соотношения для тензоров

$$R_{\alpha\beta}(x, y) = \langle V'_\alpha(x_1 + x, y_1 + y) V'_\beta(x_1, y_1) \rangle$$

и

$$S_{\alpha\beta}(\kappa_x, \kappa_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy R_{\alpha\beta}(x, y) \exp[-2\pi j(\kappa_x x + \kappa_y y)]$$

$$(\alpha, \beta = x, y).$$

При условии несжимаемости ветрового потока для расчета этих тензоров достаточно знать вид продольной корреляционной функции (или продольного спектра) турбулентных флуктуаций скорости ветра [17]. Согласно модели Кармана продольный спектр

$$S_{\parallel}(\kappa) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx R_{xx}(x, 0) \exp[-2\pi j\kappa x] =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} dy R_{yy}(0, y) \exp[-2\pi j\kappa y]$$

представим как

$$S_{\parallel}(\kappa) = 2\sigma_V^2 L_V [1 + (C_1 L_V \kappa)^2]^{-5/6}. \quad (17)$$

Предполагая, что плотность вероятностей скорости ветра распределена по нормальному закону, распределения флуктуаций компонент скорости  $V'_x(h_{xy}m_x, h_{xy}m_y)$  и  $V'_y(h_{xy}m_x, h_{xy}m_y)$  моделировались

нами в узлах расчетной сетки размерностью  $[1024 \times 1024]$  с размером ячейки  $h_{xy} = 3$  м в спектральной области для тензора  $S_{\alpha\beta}[k_x/(M_{xy}h_{xy}), k_y/(M_{xy}h_{xy})]$ , где  $m_{x,y} = 0, 1, 2, \dots, M_{xy} - 1$ ,  $k_{x,y} = 0, 1, 2, \dots, M_{xy}/2$  и  $M_{xy} = 1024$ , с использованием двумерного быстрого преобразования Фурье. Чтобы статистические характеристики генерируемых распределений строго соответствовали тензору  $R_{\alpha\beta}(x, y)$ , при моделировании необходим учет так называемого эффекта подмены частот [13] для случая двумерного спектра. Например, если моделируется только  $V'_x(h_{xy}m_x, h_{xy}m_y)$ , то следует заменить  $S_{xx}[k_x/(M_{xy}h_{xy}), k_y/(M_{xy}h_{xy})]$  на

$$\sum_{n_x=0}^{N'} A(n_x) \sum_{n_y=0}^{N'} A(n_y) \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 S_{xx}[n_x/h_{xy} + (-1)^k k_x/(M_{xy}h_{xy}), n_y/h_{xy} + (-1)^l k_y/(M_{xy}h_{xy})],$$

где  $A(n) = 1 - \delta_n/2$ , положив  $N' = 30$ .

С использованием процедуры интерполяции из полученных массивов  $V'_x(h_{xy}m_x, h_{xy}m_y)$  и  $V'_y(h_{xy}m_x, h_{xy}m_y)$  рассчитывается радиальная скорость

$$V_r(z_i, \theta_{m'}) = \langle V_x \rangle + V'_x(z_i \cos\theta_{m'} + h_{xy}M_{xy}/2, z_i \sin\theta_{m'} + h_{xy}M_{xy}/2) \cos\theta_{m'} + \langle V_y \rangle + V'_y(z_i \cos\theta_{m'} + h_{xy}M_{xy}/2, z_i \sin\theta_{m'} + h_{xy}M_{xy}/2) \sin\theta_{m'}, \quad (18)$$

где  $z_i = \delta z' i'$ ,  $\delta z'$  — шаг вдоль оси  $z'$  распространения зондирующего импульса,  $i' = 0, 1, 2, 3, \dots, I'$ ,  $I' < [(M_{xy}h_{xy}/2 + L_V)/\delta z']$  (здесь [...] означает целую часть числа);  $\delta\theta = \omega_s/F_p = \Delta\theta/N_a$ ;  $m' = 0, 1, 2, \dots, M' - 1$ ,  $M' = MN_a$ ;  $\langle V_x \rangle + j \langle V_y \rangle = U$  — средняя скорость и  $\arg\{\langle V_x \rangle + j \langle V_y \rangle\} = \theta_V$  — угол направления ветра.

Воспользовавшись сгенерированным массивом  $V_r(z_i, \theta_{m'})$ , мы провели серию численных экспериментов, имитирующих работу 2-микронного ИКДЛ лаборатории исследования земных систем NOAA с указанными в [18] параметрами (зондирующий импульс: энергия  $E_p = 1,5$  мДж и длительность  $\tau_p = 2\sqrt{\ln 2} \sigma_p = 200$  нс;  $F_p = 200$  Гц) при  $\omega_s = \pi/30$  рад/с. Обработка моделируемых лидарных сигналов осуществлялась по схеме, описанной в предыдущем разделе, при  $N_a = 50$ ,  $\Delta R = 30$  м,  $R_0 = 200$  м,  $M = 240$  и  $N = 20$  ( $N\Delta\theta = \pi/6 = 30^\circ$ ).

Возможности персонального компьютера не позволяют получить достаточно большое число статистически независимых оценок  $\hat{\varepsilon}$  для расчета погрешности  $E_\varepsilon$  смещения  $B_\varepsilon$  и плотности вероятностей лидарной оценки скорости диссипации  $P(\hat{\varepsilon})$ . Поэтому проведем численное исследование без учета в (1) усреднения радиальной скорости по объему зондирования и случайной погрешности лидарной оценки радиальной скорости.

Проверим работоспособность алгоритма оценивания скорости диссипации, заменив  $\hat{V}_r(R, \theta)$  на  $V_r(R, \theta)$ . На основе приведенных в [17] соотношений для азимутальной структурной функции радиальной скорости  $D(\theta; R) = \langle [V_r'(R, \theta) - V_r'(R, 0)]^2 \rangle$  нами получена формула

$$D(\theta; R) = 4 \int_0^{\infty} d\kappa S_{\parallel}(\kappa) [1 - \mu_1 \cos(2\pi r \kappa) + \mu_2 \pi r \kappa \sin(2\pi r \kappa)], \quad (19)$$

где  $\mu_1 = \cos \theta$ ,  $\mu_2 = (1 + \cos \theta)/2$  и  $r = \sqrt{2(1 - \cos \theta)}R$ , без каких-либо ограничений на расстояние  $R$  и угол  $\theta$ . При очень малых  $\theta$  в (19) можно положить  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $r = y' = \theta R$  и прийти к выражению для поперечной структурной функции радиальной скорости  $D_{\perp}(\theta; R)$  в виде

$$D_{\perp}(\theta; R) = 4 \int_0^{\infty} d\kappa S_{\perp}(\kappa) [1 - \cos(2\pi y' \kappa)], \quad (20)$$

где  $S_{\perp}(\kappa) = [S_{\parallel}(\kappa) - \kappa dS_{\parallel}(\kappa)/d\kappa]/2$  – поперечный спектр флуктуаций скорости ветра. С учетом (17) такое же выражение для  $D_{\perp}(\theta; R)$  можно получить из (8)–(11), положив  $H_{\parallel}(\kappa_z) = H_{\perp}(\kappa_y) = 1$  и проинтегрировав по переменной  $\kappa_z$ .

Несмотря на применение процедуры интерполяции при получении  $V_r(z_i, \theta_m)$ , азимутальные структурные функции радиальной скорости, рассчитанные из моделируемых данных с использованием 10000 независимых реализаций, полностью совпадают с результатами расчетов по формуле (19) при любых  $R$  и  $\theta$ . Моделирование осуществлялось с использованием процедуры обработки данных, включающей в себя синусоидальную подгонку, оценивание азимутальной структурной функции радиальной скорости (см. (4) и (5), где  $\hat{V}_r(R_i, \theta_m)$  мы заменяем на моделируемую скорость  $V_r(R, \theta_m)$ ) и оценивание скорости диссипации энергии и внешнего масштаба турбулентности с помощью (13)–(16). Функция  $F_L(n\Delta\theta; R, L_V)$  в (15) и (16) рассчитывалась как  $[D_{\perp}(n\Delta\theta; R) - D_{\perp}(\Delta\theta; R)]/\varepsilon^{2/3}$ .

При моделировании мы задавали  $L_V = 200$  м. Для каждой из  $10^4$  независимых реализаций получали оценки

$$\hat{D}(n\Delta\theta; R; l) = (M - n)^{-1} \times \sum_{m=1}^{M-n} [V_r'(R, \theta_m + n\Delta\theta; l) - V_r'(R, \theta_m; l)]^2,$$

где  $l$  – номер реализации;  $\hat{L}_V$  и  $\hat{\varepsilon}/\varepsilon$  при  $\Delta\theta = \pi/120 = 1,5^\circ$ ;  $M = 240$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $N = 20$ ;  $R = 200, 400, 600, 800, 1000$  и  $1200$  м. Кроме того, с исполь-

зованием этих же реализаций  $V_r'(R, \theta_m; l)$  оценки  $\hat{L}_V$  и  $\hat{\varepsilon}/\varepsilon$  были получены из  $\hat{D}_{N_{\text{scan}}}(n\Delta\theta; R) = N_{\text{scan}}^{-1} \sum_{l=1}^{N_{\text{scan}}} \hat{D}(n\Delta\theta; R; l)$ , т.е. из структурной функ-

ции, определяемой при дополнительном усреднении по  $N_{\text{scan}}$  независимых реализаций (для лидара  $N_{\text{scan}}$  соответствует числу независимых полных сканирований зондирующим пучком). В зависимости от  $N_{\text{scan}}$  число независимых оценок равно  $10^4/N_{\text{scan}}$ .

В таблице представлены результаты моделирования для относительных погрешности  $E_{\varepsilon}$  и смещения  $B_{\varepsilon}$  оценки скорости диссипации и математического ожидания оценки внешнего масштаба турбулентности  $\langle \hat{L}_V \rangle$ .

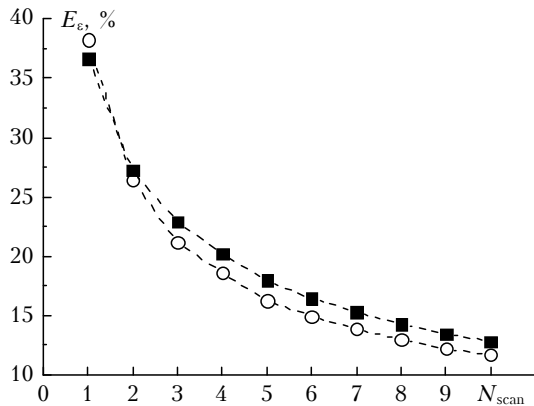
**Погрешность и смещение оценки скорости диссипации, математическое ожидание оценки внешнего масштаба турбулентности**

$R, \text{ м}$	$N_{\text{scan}} = 1$			$N_{\text{scan}} = 10$		
	$E_{\varepsilon}, \%$	$B_{\varepsilon}, \%$	$\langle \hat{L}_V \rangle, \text{ м}$	$E_{\varepsilon}, \%$	$B_{\varepsilon}, \%$	$\langle \hat{L}_V \rangle, \text{ м}$
200	38,22	14,72	320	11,67	5,05	384
400	35,11	9,52	279	10,34	1,34	255
600	34,97	6,72	260	11,07	1,31	219
800	35,64	4,21	251	12,01	1,25	209
1000	36,58	2,54	245	12,29	1,29	204
1200	36,64	2,14	243	12,80	1,28	203

Видно, что при  $N_{\text{scan}} = 1$  погрешность  $E_{\varepsilon}$  довольно большая и, в зависимости от расстояния  $R$ , варьируется в пределах  $\sim 35$ – $38\%$ . При этом чем меньше  $R$ , тем больше смещение оценки скорости диссипации  $B_{\varepsilon}$ , достигающее почти  $15\%$  при  $R = 200$  м. Смещение  $B_{\varepsilon}$  для  $R \geq 400$  м меньше  $10\%$  и при  $R = 1200$  м составляет примерно  $2\%$ . Увеличение  $N_{\text{scan}}$  в 10 раз позволяет существенно уменьшить  $E_{\varepsilon}$  и  $B_{\varepsilon}$ . Так,  $E_{\varepsilon}$  становится в среднем  $\sim 12\%$ , а  $B_{\varepsilon}$  не превышает  $5\%$ .

Из приведенных в таблице данных для  $\langle \hat{L}_V \rangle$  следует, что оценка внешнего масштаба турбулентности в среднем превышает истинное значение  $L_V = 200$  м, особенно когда  $N\Delta\theta R < L_V$ . При  $R = 200$  м величина  $N\Delta\theta R$  примерно в 2 раза меньше  $L_V$ . Как следствие, корректное оценивание внешнего масштаба оказывается невозможным даже при  $N_{\text{scan}} = 10$ . Однако при  $N_{\text{scan}} = 10$  и  $R \geq 600$  м (когда  $N\Delta\theta R$  в 1,5 раза и более превышает  $L_V$ ) смещение оценки внешнего масштаба турбулентности составляет величину не более  $10\%$ . Тем не менее даже при сильно смещенной оценке внешнего масштаба турбулентности (когда  $N\Delta\theta R < L_V$ ) можно добиться приемлемой точности оценивания скорости диссипации путем увеличения  $N_{\text{scan}}$ .

На рисунке представлены полученные из численного эксперимента зависимости относительной погрешности оценки скорости диссипации  $E_\epsilon$  от  $N_{\text{scan}}$ .



Зависимость относительной погрешности оценки скорости диссипации  $E_\epsilon$  от числа  $N_{\text{scan}}$  при  $R = 200$  м (кружочки) и  $1200$  м (квадратики)

Кривые, а также результаты расчетов  $E_\epsilon(N_{\text{scan}})$  при других  $R$  имеют относительно небольшое отклонение от зависимости  $E_\epsilon(N_{\text{scan}}) = E_\epsilon(1)/\sqrt{N_{\text{scan}}}$ .

### Заключение

Полученные результаты показывают, что применение синусоидальной подгонки для оценивания вектора средней скорости из данных одного полного сканирования, когда в (4) вместо  $\langle \mathbf{V} \rangle$  используется  $\hat{\mathbf{V}}$ , и замена при расчетах  $F_L(n\Delta\theta; R_i, L_V)$  в (15) и (16) азимутальной структурной функции радиальной скорости  $D(\theta; R)$ , строго описываемой формулой (19), на поперечную структурную функцию  $D_\perp(\theta; R)$  (20), позволяют получать оценки скорости диссипации энергии турбулентности с достаточно высокой точностью. На основании этого процедуру численного моделирования можно упростить путем перехода от полярной  $\{R, \theta\}$  к декартовой  $\{x, y\}$  системе координат, положив  $x = R$  и  $y = R\theta \cos\phi$ , где  $0 \leq y \leq 2\pi R \cos\phi$ .

В настоящей статье при тестировании алгоритма обработки данных численного эксперимента не учитываются усреднение радиальной скорости по зондируемому объему и погрешность лидарной оценки радиальной скорости (источником погрешности являются флуктуации лидарного эхосигнала и шум). Но при моделировании этих данных учитывается перемещение «точечного» объема зондирования по основанию конуса сканирования зондирующим пучком. Как уже отмечено выше, такая геометрия, реализуемая в реальном эксперименте, в численном эксперименте может быть заменена на геометрию, где объем зондирования перемещается вдоль прямой линии на расстояние, равное длине окружности основания конуса сканирования. Как показано

в [19], это позволяет при моделировании флуктуаций лидарной оценки радиальной скорости учесть усреднение радиальной скорости по объему зондирования и погрешность лидарной оценки радиальной скорости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Civilian Research and Development Foundation (project RUG1-2981-TO-10), Отделения физических наук РАН (проект № 01201267931) и РФФИ (проект № 13-05-00458).

1. Смалихо И.Н., Рам Ш. Лидарные исследования влияния ветра и атмосферной турбулентности на вихревой след за самолетом // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 12. С. 1160–1169.
2. Käsler Y., Rahm S., Simmet R. Wake measurements of a multi-MW wind turbine with coherent long-range pulsed Doppler wind lidar // J. Atmos. and Ocean. Technol. 2010. V. 27, N 9. P. 1529–1532.
3. Smalikhov I.N., Köpp F., Rahm S. Measurement of atmospheric turbulence by 2- $\mu\text{m}$  Doppler lidar // J. Atmos. and Ocean. Technol. 2005. V. 22, N 11. P. 1733–1747.
4. Frehlich R.G., Meillier Y., Jensen M.L., Balsley B., Sharman R. Measurements of boundary layer profiles in urban environment // J. Appl. Meteorol. and Climatology. 2006. V. 45, N 6. P. 821–837.
5. Банах В.А., Смалихо И.Н. Оценка скорости диссипации турбулентной энергии из данных импульсного доплеровского лидара // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10, № 12. С. 1524–1538.
6. Frehlich R.G., Hannon S.M., Henderson S.W. Coherent Doppler lidar measurements of wind field statistics // Boundary-Layer Meteorol. 1998. V. 86, N 1. P. 223–256.
7. Frehlich R.G., Cornman L.B. Estimating spatial velocity statistics with coherent Doppler lidar // J. Atmos. and Ocean. Technol. 2002. V. 19, N 3. P. 355–366.
8. Банах В.А., Рам Ш., Смалихо И.Н., Фалиц Ф.В. Измерение параметров атмосферной турбулентности сканирующим в вертикальной плоскости импульсным когерентным ветровым лидаром // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20, № 12. С. 1115–1120.
9. Банах В.А., Смалихо И.Н., Пичугина Е.Л., Брюер А. Репрезентативность измерений скорости диссипации энергии турбулентности сканирующим когерентным доплеровским лидаром // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 10. С. 966–972.
10. Banakh V.A., Smalikhov I.N., Köpp F., Werner Ch. Measurements of turbulent energy dissipation rate with a cw Doppler lidar in the atmospheric boundary layer // J. Atmos. and Ocean. Technol. 1999. V. 16, N 8. P. 1044–1061.
11. Frehlich R.G. Estimation of velocity error for Doppler lidar measurements // J. Atmos. and Ocean. Technol. 2001. V. 18, N 10. P. 1628–1639.
12. Doviak R.J., Zrnic D.S. Doppler radar and weather observations. San Diego: Academic Press, 1984. 458 p.
13. Винниченко Н.К., Пунус Н.З., Шметер С.М., Шур Г.Н. Турбулентность в свободной атмосфере. Л.: Гидрометеоздат, 1976. 288 с.
14. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.
15. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1989. 263 с.

16. *Frehlich R.G.* Effect of wind turbulence on coherent Doppler lidar performance // *J. Atmos. and Ocean. Technol.* 1997. V. 14, N 2, P. 54–75.
17. *Ламли Дж., Пановский Г.* Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
18. *Grund C.J., Banta R.M., George J.L., Howell J.N., Post M.J., Richter R.A., Weickman A.M.* High-resolution Doppler lidar for boundary layer and cloud research // *J. Atmos. and Ocean. Technol.* 2001. V. 18, N 3. P. 376–393.
19. *Смалихо И.Н., Банах В.А., Пичугина Е.Л., Brewer A.* Точность оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из измерений ветра импульсным когерентным лидаром при коническом сканировании зондирующим пучком. Часть II. Численный и натурный эксперимент // *Оптика атмосф. и океана.* 2013. Т. 26, № 3. С. 220–225.

***I.N. Smalikhov, V.A. Banakh. Accuracy of estimation of the turbulent energy dissipation rate from wind measurements by a pulsed coherent Doppler lidar at conical scanning by the probing beam. Part I. Algorithm of data processing.***

Data processing procedure for estimation of the turbulent energy dissipation rate from wind measurements by a pulsed coherent Doppler lidar (PCDL) at conical scanning by the probing beam is presented. The procedure is tested by the numerical simulation and used for investigation of the feasibility and accuracy of estimation of the dissipation rate from conically scanning PCDL data. Error of the lidar estimate of the dissipation rate versus number of full scans is calculated.