

Рис. 4

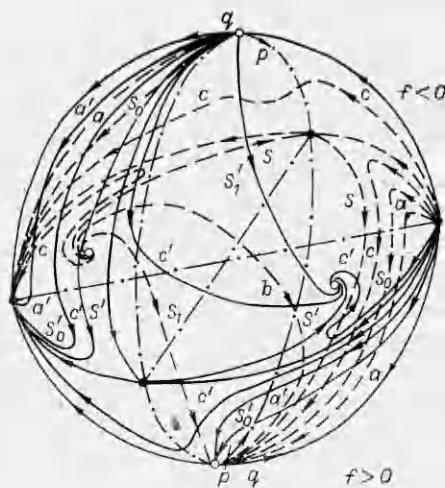


Рис. 5

нижнюю полусферу Пуанкаре, отвечающую значениям  $f > 0$ , в нижнюю полусферу Пуанкаре, отвечающую значениям  $f < 0$ , предварительно повернутую на  $180^\circ$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Casal P. Sur l'ensemble des solutions de l'equation de la couche limite // J. Mecanique.— 1972.— V. 11, N 3. Рус. пер. О совокупности решений уравнения пограничного слоя // Сб. пер. Механика.— 1974.— № 4.
2. Черный Г. Г. Пограничный слой на движущейся поверхности // Избранные проблемы прикладной механики.— М.: Наука, 1974.
3. Черный Г. Г. Пограничный слой на движущейся поверхности // Аэромеханика.— М.: Наука, 1976.
4. Жижин Г. В., Уфимцев А. А. О течениях в плоском ламинарном пограничном слое дилатантных жидкостей // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1977.— № 5.
5. Жижин Г. В., Уфимцев А. А. Течения в плоском ламинарном пограничном слое псевдопластических жидкостей // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1978.— № 1.
6. Павлов К. Б., Федотов Н. А., Шахорин А. П. О структуре ламинарного пограничного слоя в неньютоновских дилатантных жидкостях // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 4.
7. Андронов А. А., Леонтович Е. А. и др. Качественная теория динамических систем второго порядка.— М.: Наука, 1966.
8. Шульман Э. П., Берковский Б. М. Пограничный слой неньютоновских жидкостей.— Минск: Наука и техника, 1966.
9. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1978.
10. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений.— М.: Физматгиз, 1958.
11. Acrivos V., Shah M. J., Petersen E. E. Momentum and heat transfer in laminar boundary-layer flows of non-newtonian fluids past external surfaces // AI Ch E J.— 1960.— V. 6, № 2.

Поступила 18/IV 1986 г.

УДК 532.517.4

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПРИ ПОВЕРХНОСТНОГО ТЕРМИКА

Б. И. Заславский, Б. В. Юрьев

(Москва)

Известно, что внезапно освобожденный шарообразный объем газа ненулевой плавучести, всплывая, трансформируется в вихревое кольцо [1—10]. Процесс трансформации теоретически и экспериментально изучался в [2—8], а численными методами — в [9, 10]. В данной работе рассматривается движение осесимметричного термика полусферической и цилиндрической формы, примыкающего в начальный момент времени к горизонтальной поверхности.

Пусть в однородной среде с плотностью  $\rho_0$ , ограниченной плоскостью  $S$ , в поле силы тяжести  $g$ , направленной перпендикулярно к  $S$ , в момент времени  $t = 0$  возникает осесимметричный свободный объем  $Q$ , заполненный средой с плотностью  $\rho_1 < \rho_0$ . Граница  $Q$  — поверхность  $F$  (при  $t = 0$  часть этой поверхности совпадает с плоскостью  $S$ ). Введем цилиндрическую систему координат  $(z, r)$ , ось  $z$  которой совпадает с осью симметрии задачи и направлена вверх, а центр системы координат расположен в точке пересечения оси  $z$  с поверхностью  $S$ .

Рассмотрим движение термиков, границы которых при  $t = 0$  задаются следующими уравнениями:

$$(1) \quad \begin{aligned} z - h = 0, \quad z = 0 \quad \text{при } r < R_0, \\ 0 < z < h \quad \text{при } r = R_0 \end{aligned}$$

(цилиндрический термик,  $h$  — высота термика,  $R_0$  — радиус его основания);

$$(2) \quad z^2 + r^2 = R_0^2 \quad \text{при } z \geq 0$$

(полусферический термик,  $R_0$  — радиус его основания).

В точках встречи поверхностей  $S$  и  $F$  имеет место перепад гидростатических давлений  $\Delta p = \xi \rho_0 g H$ , где  $\xi = (\rho_0 - \rho_1)/\rho_0$  — относительный перепад плотности,  $H = h$  для цилиндрического термика,  $H = R_0$  — для полусферического. В начальный момент времени этот перепад давлений компенсируется силами инерции, а при  $t > 0$  порождает пристеночное течение, отсекающее термик от поверхности  $S$ . Такая ситуация вполне аналогична рассмотренной в [3], где разность гидростатических давлений внутри и вне термика породила центральную струю внешней среды, прокалывающую первоначально шарообразный термик снизу. Для определения скорости головной части потока  $v$  в нашем случае запишем уравнение Коши — Лагранжа

$$(3) \quad \rho_0 \varphi_t - \rho_1 \varphi_{1t} + (1/2) \rho_0 v^2 = (\rho_0 - \rho_1) g H.$$

Здесь  $\varphi$  и  $\varphi_1$  — потенциал поля скоростей вне и внутри термика; индексом  $t$  обозначено дифференцирование по времени.

После начального разгонного участка вклад сил инерции становится относительно малым и движение приобретает квазистационарный характер. Ниже показано, что эксперименты подтверждают это предположение. Пренебрегая  $\varphi_t$  и  $\varphi_{1t}$  в уравнении (3), имеем для скорости головной части течения вдоль поверхности  $S$

$$(4) \quad v = \sqrt{2g\xi H}.$$

Из (4) следует закон движения головной точки течения вдоль поверхности  $S$ :

$$(5) \quad (R_0 - r)/H = t \sqrt{2g\xi/H} \quad \text{или} \quad R_0^0 - r^0 = t^0 \sqrt{2g\xi H},$$

где введены координаты

$$(6) \quad r^0 = r/H, \quad t^0 = t \sqrt{\xi g/H}.$$

Дальнейшее развитие движения термика изучалось экспериментально. Опыты проводились в герметичном бассейне 1 (рис. 1) размерами  $1,2 \times 1,2 \times 5$  м с прозрачными боковыми стенками, заполненным воздушной средой. На дне бассейна расположено устройство 2 для получения приповерхностных термиков, которые создавались при разрушении мыльной пленки пузыря 3 (цилиндрической или полусферической формы), примыкающего в начальный момент времени к горизонтальной поверхности 4 и заполненного азотно-гелиевой смесью заданной плотности. В объем термика добавлялось небольшое количество табачного дыма. Визуализация картины течения осуществлялась световым ножом — лучом лазера ЛГ-106М-1, веерообразно разведенным с помощью выпуклого

цилиндрического зеркала (3), картина движения фиксировалась на пленку кинокамерой (К) «КОНВАС-автомат». Кроме этих средств в нижней части бассейна имеется фотовспышка Фв, а на прозрачной крыше бассейна — фотокамера РФК, управляемая импульсами, что обеспечивает получение снимков процесса движения термика сверху.

Для определения циркуляции вихревого кольца, образовавшегося из термика, служит термоанемометр фирмы DISA, чувствительный элемент которого расположен над термиком на оси его симметрии. Сигнал термоанемометра фиксировался самописцем НЗЗ8. Запуск и работа всех систем установки осуществлялись автоматически по заданной программе. Средство автоматизации — блок управления (БУ).

Более подробное описание установки и методики экспериментов приведено в [8, 11].

В опытах варьировались относительные перепады плотности газа в термике ( $0,1 \leq \xi \leq 0,85$ ), а также его форма и геометрические характеристики ( $R_0 = 5-10$  см,  $h = 1-10$  см).

Кинограммы развития первоначально цилиндрического и полусферического термиков приведены на рис. 2 (визуализированное световым ножом вертикальное сечение исследуемого осесимметричного движения — а и б; пример снимков сверху (визуализация с помощью фотовспышки) — в). Как видно из рис. 2, а, б, на начальной стадии движения формируется пристеночное течение внешней среды, отсекающее термик от поверхности.

График движения головной части этого течения показан на рис. 3 (а — для цилиндрического термика в безразмерных координатах (6),  $H = h$ ; б — для полусферического термика в тех же безразмерных координатах (6),  $H = R_0$ ).

После начального разгонного участка экспериментальные точки группируются вдоль прямой, представляющей теоретическую зависимость (5). Из рис. 2 видно, что при приближении головной точки пристеночного течения внешней среды к оси симметрии происходит отрыв потока от поверхности  $S$ . До этого момента наблюдается торможение потока (см. рис. 3 — в точке А график движения меняет свой наклон).

Одновременно с возникновением течения внешней среды, отсекающего термик от поверхности  $S$ , на поверхности  $F$  возникает вихревой слой (как и в случае первоначально шарообразных термиков [3]), рост интенсивности которого определяется теоремой Бьеркнеса [12]

$$(7) \quad \frac{d\Gamma}{dt} = \oint \frac{dp}{\rho}.$$

После отрыва пристеночный поток поворачивается кверху и прокатывает термик. При этом последний сворачивается в вихревое кольцо. Параметры сформировавшегося вихря отличаются от соответствующих параметров кольцевого вихря, возникающего при подъеме первоначально шарообразного термика, однако общие закономерности движения в обоих случаях, как показали опыты, аналогичны.

В процессе проведения опытов измерялась циркуляция сформировавшегося вихревого кольца тем же методом, что и в [11]. Чувствитель-

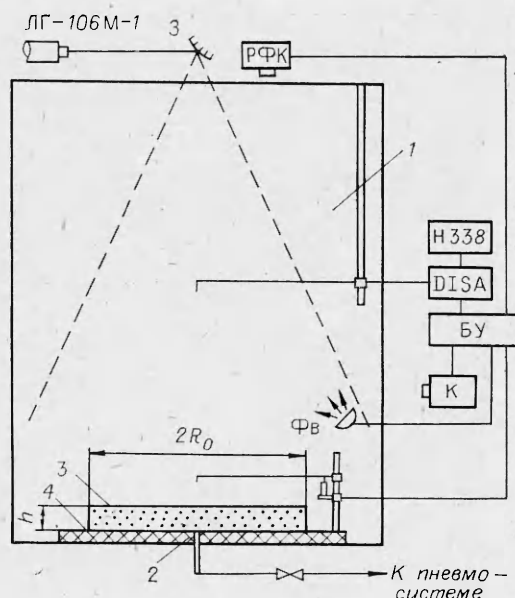


Рис. 1

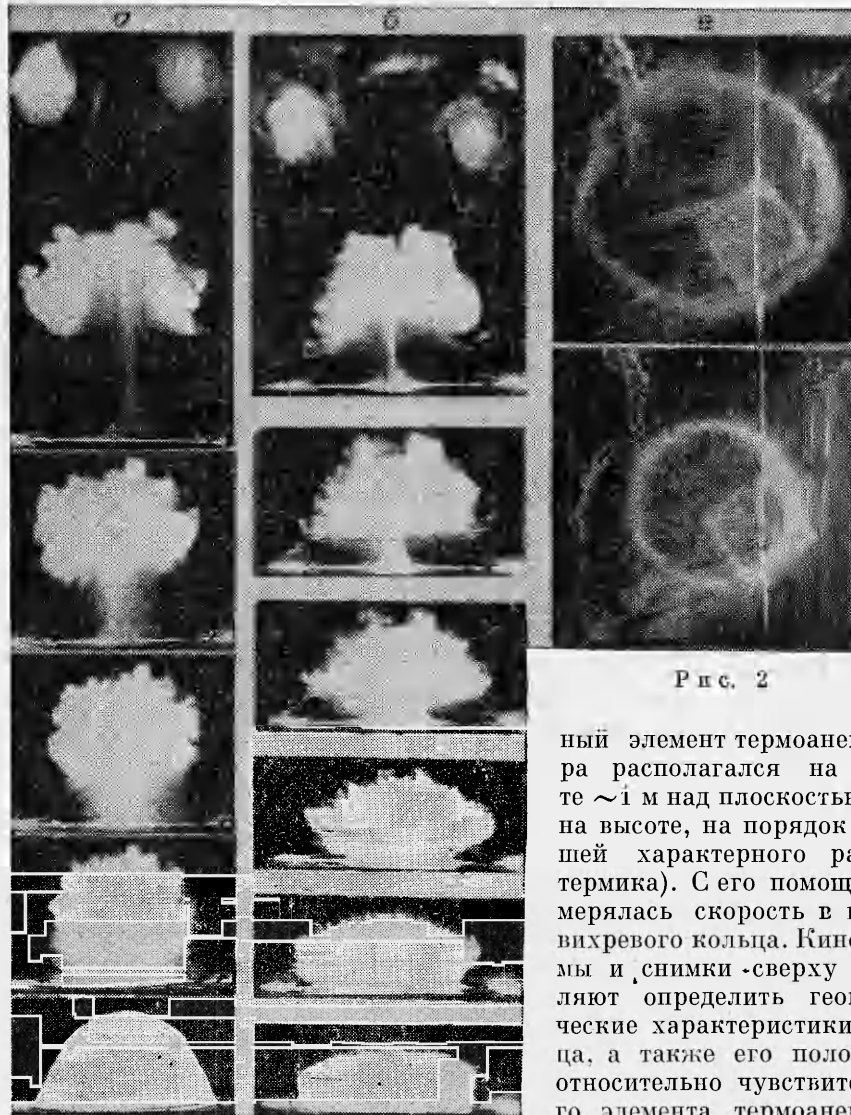


Рис. 2

ный элемент термоанемометра располагался на высоте  $\sim 1$  м над плоскостью (т. е. на высоте, на порядок большей характерного размера термика). С его помощью измерялась скорость в центре вихревого кольца. Кинограммы и снимки сверху позволяют определить геометрические характеристики кольца, а также его положение относительно чувствительного элемента термоанемометра в процессе движения.

Циркуляция вихревого кольца вычисляется по формуле [11]

$$(8) \quad \Gamma = 2Ru(1 - 0,75\delta^2),$$

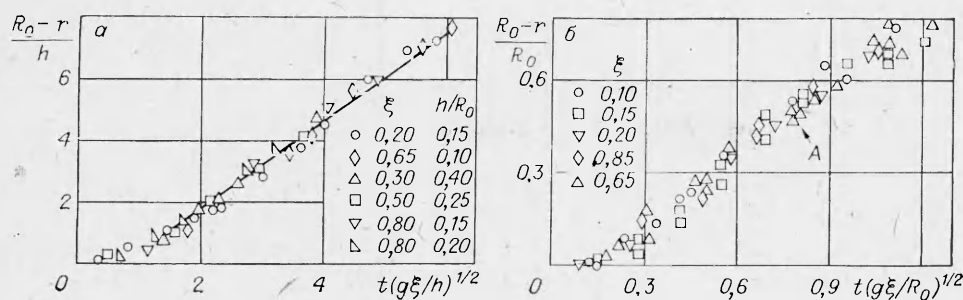
где  $R$  — радиус вихревого кольца;  $u$  — значение скорости, зафиксированное термоанемометром;  $\delta = l/R$ ;  $l$  — расстояние между центром кольца и чувствительным элементом термоанемометра.

На рис. 4 представлена зависимость

$$(9) \quad \Gamma^0 = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{3}{4\pi} V_0 g \xi}}$$

от  $h/R_0$  для цилиндрического термика (а) и от  $\xi$  для полусферического (б):  $\overline{V_0}$  — первоначальный объем термика, равный  $\pi h R_0^2$  для цилиндрического термика и  $(2/3)\pi R_0^3$  для полусферического. В опытах  $V_0$  варьировался в пределах от 150 до 2500 см<sup>3</sup>.

Оценим величину циркуляции  $\Gamma$  по теореме о среднем  $\Gamma = \oint v dl = v_{\text{ср}} L$ , где  $L$  — длина контура, ограничивающего вихревую трубку, а  $v_{\text{ср}}$  — скорость течения в одной из точек этого контура (характерная скорость).



Р и с. 3

Для цилиндрического термика примем  $v_{\text{ср}} \simeq v = \sqrt{2g\xi h}$ , а за длину контура — периметр эллипса, вписанного между осью  $z$  и границей термика, т. е. [13]

$$L = (\pi R_0/2)(1 + \beta)(1 + \lambda^2/4 + \lambda^4/64 + \dots),$$

$$\beta = h/R_0, \lambda = (1 - \beta)/(1 + \beta).$$

В этом случае

$$(10) \quad \Gamma^0 = \pi \sqrt{\frac{2}{3}} (1 + \beta) \left( 1 + \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^4}{64} + \dots \right).$$

Для полусферического термика имеем (см. рис. 3, б)  $v_{\text{ср}} \simeq 0,62 \sqrt{2g\xi R_0}$ , а за длину контура можно принять длину окружности, вписанной в половину полукруга:  $L = 2\pi R_0/(1 + \sqrt{2})$ .

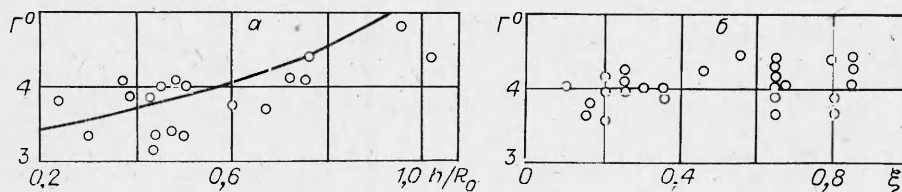
Для  $\Gamma^0$  получаем оценку

$$(11) \quad \Gamma^0 = 5\pi/[2(1 + \sqrt{2})] \sim 4.$$

Зависимости (10) и (11) показаны на рис. 4 линиями, экспериментальные точки лежат несколько ниже, что объясняется в первую очередь тем, что  $v_{\text{ср}} < v$ .

На рис. 5 приведены экспериментальные графики движения вихревых колец, образовавшихся из первоначально цилиндрических приповерхностных термиков, линией нанесена взятая из [11] кривая 1, соответствующая закону движения вихревых колец, образовавшихся из первоначально шарообразных термиков. Экспериментальные точки группируются ниже, что объясняется меньшим значением  $\Gamma^0$  вихревого кольца, образовавшегося из цилиндрического термика (см. рис. 4, а и зависимость (10)), по сравнению с  $\Gamma^0$  вихревого кольца, образовавшегося из первоначально шарообразного термика, как это имело место в [11].

Эксперименты показали, что объем газа ненулевой плавучести, прирывающий в начальный момент времени к горизонтальной поверхности, всплывая, отделяется от поверхности и концентрируется в компактную массу, трансформируясь затем в вихревое кольцо. Процесс развития движения можно разбить на три этапа: возникновение приповерхностного радиального течения внешней среды, отсекающего термик от поверхности, формирование всплывающего вихревого кольца и подъем кольцевого вихря. В опытах вихревое кольцо, поднявшись до высоты  $\sim 40R_*$  ( $R_* =$



Р и с. 4

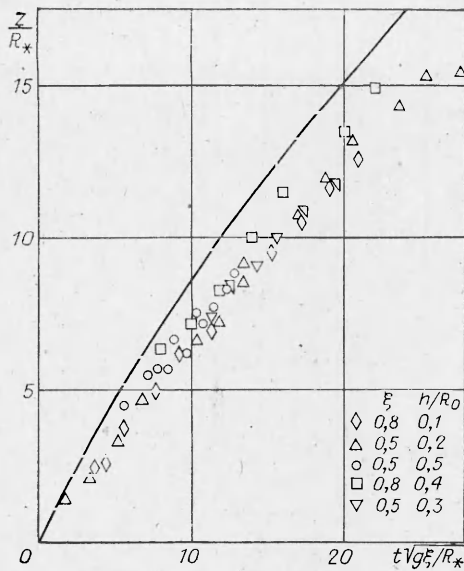


Рис. 5

плоскостью  $S$  центральная часть термика образует застойную зону (пониженного давления), которая сохраняется и при подъеме термика до тех пор, пока перепад динамического давления  $p - p_{01} = (1/2)\rho_0 v^2$  ( $p_{01}$  — давление на поверхности  $S$  у границы зоны) не окажется ниже статического  $\xi \rho_0 g z$ . Оставшийся газ всплывает, трансформируясь в вихревое кольцо. Процесс трансформации протекает так же, как и в случае подъема первоначально шарообразного термика [3, 8].

Свободная поверхность, отделяющая застойную зону от зоны течения, при равенстве плотностей неустойчива, однако, если застойная зона заполнена легким газом ( $\xi > 0$ ), положение этой поверхности (поверхности контакта) становится устойчивым [12].

Застойная зона (на рис. 2 это визуализированный световым ножом столбообразный объем, заполненный легким газом, соединяющий поверхность  $S$  с термиком при его подъеме) сохраняется до высоты  $H = (2-3)R_*$  и представляет собой зону, возникшую при отрыве приповерхностного потока, индуцированного всплывающим термиком.

Авторы выражают искреннюю благодарность С. А. Христиановичу, А. Т. Онуфриеву и М. Д. Щербину за полезные советы и обсуждения данной работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Онуфриев А. Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва // ПМТФ.— 1967.— № 2.
2. Simons G., Larson R. Formation of vortex rings in a stratified atmosphere. // Phys. Fluids.— 1974.— V. 17, N 1.
3. Заславский Б. И. О начальной стадии развития термика // ПМТФ.— 1982.— № 6.
4. Горев В. А., Гусев П. А., Трошин Я. К. Влияние условий образования на движение облака, всплывающего под действием силы плавучести // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1976.— № 5.
5. Горев В. А., Гусев П. А., Трошин Я. К. Моделирование подъема и сгорания облака легкого газа в атмосфере // ДАН СССР.— 1972.— Т. 205, № 4.
6. Тарасов В. Ф. О движении всплывающего вихревого кольца // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1975.— Вып. 23.
7. Fohl T. Turbulent effects in the formation of buoyant vortex rings // J. Appl. Phys.— 1967.— V. 38, N 10.
8. Заславский Б. И., Юрьев Б. В. Экспериментальное исследование процесса трансформации свободного шарообразного объема легкого газа в вихревое кольцо // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.— 1983.— Вып. 2.
9. Андрущенко В. А. Образование кольцевого вихря при подъеме нагретой массы воздуха в стратифицированной атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1978.— № 2.

$$= \sqrt[3]{\frac{3V_0}{4\pi}}, \text{ теряет устойчивость и}$$

разрушается, что, возможно, объясняется влиянием боковых стенок экспериментального бассейна.

Приповерхностное течение возникает и определенное время поддерживается из-за разности гидростатических давлений на уровне поверхности  $S$  внутри и вне термика, что подтверждается графиком движения головной части потока на рис. 3, где видно, что экспериментальные данные хорошо согласуются с расчетом по формуле (5).

При приближении головной части потока к оси симметрии возникает торможение потока и его отрыв от поверхности. При отрыве и повороте приповерхностного потока вблизи точки пересечения оси симметрии с



10. Глаголева Ю. П., Жмайло В. А. и др. Образование кольцевого вихря при всплытии легкого газа в тяжелом // ЧММСС.— 1974.— Т. 5, № 1.
11. Заславский Б. И., Сотников И. М. Экспериментальное исследование движения всплывающих вихревых колец // ПМТФ.— 1983.— № 1.
12. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика.— М.: ГТТЛ, 1955.— Ч. 1.
13. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике.— М.: Наука, 1964.

Поступила 10/IV 1986 г.

УДК 532.59

## КИНЕТИКА СЛАБОТУРБУЛЕНТНЫХ ВОЛН НА НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕЧЕНИИ

В. К. Качурин, В. С. Ярунин

(Ленинград)

Кинетическое уравнение для слаботурбулентного волнения получено и исследовано в [1, 2]. В [3] рассматривалось искажение такого волнения стационарным пространственно однородным течением. В [4] изучалось возмущение линейной системы поверхностных волн случайным полем скоростей с заданными характеристиками. В настоящей работе рассмотрено влияние слабого нестационарного течения на поверхностное волнение. В полученном кинетическом уравнении присутствуют аналог интеграла столкновений [1, 2], а также слагаемые, описывающие линейный и нелинейный нелокальный по времени отклик системы на возмущение.

Потенциальное движение жидкости допускает гамильтоново описание, гамильтонова функция которого при наличии течения со скоростью  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, z, t)$  имеет вид [4]

$$(1) \quad H = \frac{1}{2} \int d\mathbf{x} \int_{-\infty}^{\eta(\mathbf{x})} (\nabla\varphi - \mathbf{v})^2 dz + \frac{g}{2} \int d\mathbf{x} \eta^2(\mathbf{x}).$$

Здесь  $\varphi(\mathbf{x}, z, t)$  — гидродинамический потенциал;  $z = \eta(\mathbf{x}, t)$  — уравнение поверхности. Каноническими переменными для гамильтониана (1) являются  $\eta(\mathbf{x}, t)$ ,  $\psi(\mathbf{x}, t) = \varphi(\mathbf{x}, z, t)|_{z=\eta}$ . В случае слабонелинейных нераспадных волновых процессов удобно перейти к нормальным переменным  $b_{\mathbf{k}}(t)$ ,  $b_{\mathbf{k}}^*(t)$  [1, 2]. При слабом воздействии поля скорости  $\mathbf{v}$  на невозмущенную систему первые члены разложения (1) по степеням  $b_{\mathbf{k}}^*$ ,  $b_{\mathbf{k}}$  и  $\mathbf{v}$  дают эффективный гамильтониан в виде суммы гамильтониана  $H_2 + H_4$ , исследованного в [1, 2], и добавки  $H_{\mathbf{v}}$ , линейной по  $\mathbf{v}$ :

$$(2) \quad H = H_2 + H_4 + H_{\mathbf{v}}, \quad H_2 = \int \omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{k}} d\mathbf{k},$$

$$H_4 = \frac{1}{2} \int T_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{k}_3} b_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{k}_1}^* b_{\mathbf{k}_2} b_{\mathbf{k}_3} \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3,$$

$$H_{\mathbf{v}} = \int R_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} b_{\mathbf{k}_1}^* b_{\mathbf{k}_2} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 + \int d\mathbf{k}_1 \left[ (P_{\mathbf{k}_1} b_{\mathbf{k}_1}^* + \int Q_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} b_{\mathbf{k}_1}^* b_{\mathbf{k}_2} d\mathbf{k}_2) + \text{к. с.} \right].$$

Здесь  $H_{\mathbf{v}}$  описывает рассеяние поверхностной волны на поле скорости  $\mathbf{v}$ ;

$$R_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} = \frac{i}{2\pi} \sqrt{k_1 k_2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{1/2} \int [u_{\mathbf{k}}^* \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) - u_{\mathbf{k}} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)] d\mathbf{k};$$

$$u_{\mathbf{k}} = \int d\mathbf{x} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \int_{-\infty}^0 dz e^{kz} [i\mathbf{k}\mathbf{v}(\mathbf{x}, z, t) + kv_z(\mathbf{x}, z, t)].$$

Для функций  $P$  и  $Q$  могут быть получены аналогичные формулы, а формула для  $T$  есть в [5]. Уравнение движения для динамической переменной  $f(b^*, b)$  имеет вид

$$(3) \quad \frac{df}{dt} = \{H, f\} = i \int d\mathbf{k} \left( \frac{\delta H}{\delta b_{\mathbf{k}}} \frac{\delta f}{\delta b_{\mathbf{k}}^*} - \frac{\delta H}{\delta b_{\mathbf{k}}^*} \frac{\delta f}{\delta b_{\mathbf{k}}} \right).$$