

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ГОРЕНИИ ПОРОХОВ

Б. В. Новожилов

(Москва) †

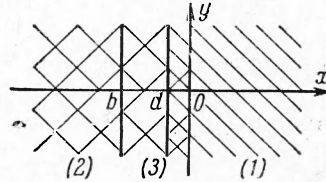
При стационарном горении пороха скорость горения и распределение температур постоянны, т. е. не зависят от времени. Если каким-то образом нарушить стационарность (например, изменить давление), то перечисленные величины начнут меняться во времени, и процесс горения будет носить нестационарный характер, причем, в конце концов, установится стационарный режим, соответствующий новым условиям. Такой переходный процесс от одного стационарного режима к другому не может совершаться мгновенно вследствие конечности времен релаксации различных процессов, определяющих горение пороха. В связи с этим возникает вопрос о нестационарном горении пороха при переходном процессе. Впервые вопрос о нестационарном горении порохов был рассмотрен Я. Б. Зельдовичем в работе [1].

Здесь рассматриваются простейшие нестационарные процессы при переходе горения пороха из одного стационарного режима горения в другой. Путем численного решения уравнений найдены зависимости скорости горения, давления в камере и профиля температур в твердой фазе от времени.

1. Постановка задачи. Рассмотрим два типа переходных процессов:

1) переход от стационарного режима горения пороха при начальном давлении p_0 к стационарному режиму горения при давлении p_1 , причем изменение давления производится мгновенно;

2) переходный процесс в пороховой камере от стационарного горения при давлении p_0 к стационарному горению при давлении p_1 . В этом случае переход осуществляется мгновенным изменением сечения сопла от значения σ_0 , соответствующего p_0 , до значения σ_1 , соответствующего p_1 .



Фиг. 1

Прежде всего разберем вопрос о временах релаксации различных процессов при горении пороха в камере. Если рассматривать плоский случай (фиг. 1), то всю область $-\infty < x < \infty$ можно разделить на три части (система координат связана с твердой фазой):

Область (1) — твердая фаза $0 < x < \infty$, где происходит только подогрев пороха. В этой области не происходит химических реакций.

Область (2) — продуктов горения ($-\infty < x < b$).

Область (3) ($b < x < 0$). Здесь идут химические реакции, причем они могут идти в твердой фазе ($a < x < 0$), и в газообразной ($b < x < a$). Таким образом, все химические реакции происходят в области (3), причем $x = 0$ соответствует началу реакции в твердой фазе, а $x = b$ — окончанию реакции в газовой фазе.

Время релаксации распределения температур в области подогрева (1) определяется линейной скоростью горения u и температуропроводностью пороха κ ; оно равно

$$t_1 = \kappa / u^2 \tag{1.1}$$

В области (2) нужно рассмотреть два характерных времени. Во-первых, время изменения давления за счет истечения газа из сопла и, во-вторых, время выравнивания давления по камере. Характерное время истечения

$$t_2 = \frac{V}{a\sigma A} = \frac{Vp}{ap\mu S} \tag{1.2}$$

где V — свободный объем камеры, a — сила пороха, σ — критическое сечение сопла, A — коэффициент истечения, p — давление, ρ — плотность пороха, S — поверхность горения.

Время выравнивания давления по камере будет

$$t_3 = l/c_0 \quad (1.3)$$

где l — характерный размер камеры, c_0 — скорость звука.

В области (3) можно ввести три характерных времени: время реакции в конденсированной фазе, время подогрева газа до температуры реакции в газовой фазе и время реакции в газовой фазе.

Время реакции в конденсированной фазе можно определить как отношение толщины реакционного слоя d к скорости горения. С другой стороны, d по порядку величины равно

$$d = \Delta T \left/ \left| \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} \right.$$

где ΔT — интервал температур (порядка нескольких градусов), в котором идет химическая реакция. При стационарном режиме

$$\left| \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = (T_1 - T_0) \frac{u}{\kappa}$$

причем T_1 — температура при $x = 0$, а T_0 — начальная температура пороха (при $x = \infty$). Окончательно имеем

$$t_4 = \frac{\Delta T}{T_1 - T_0} \frac{\kappa}{u^2} = \frac{\Delta T}{T_1 - T_0} t_1 \quad (1.4)$$

Время подогрева газов до температуры горения равно

$$t_5 = \frac{D\rho_1^2}{u^2\rho^2} \quad (1.5)$$

причем D — коэффициент диффузии, а ρ_1 — плотность газа.

Наконец, для времен реакции в газовой фазе можно получить оценку, аналогичную (1.4), т. е.

$$t_6 = \frac{\Delta T''}{T_2 - T_1} t_5 \quad (1.6)$$

где $\Delta T''$ — интервал температур, в котором проходит химическая реакция, а T_2 — температура горения.

Из приведенных оценок видно, что времена t_4 и t_6 много меньше соответственно времен t_1 и t_5 . В связи с этим при рассмотрении нестационарных процессов временами t_4 и t_6 можно сразу пренебречь. Приведем значения времен в сек.

$$\begin{array}{llll} t_1 = 6 \cdot 10^{-1}, & t_2 = 10^{-3}, & t_3 = 10^{-4}, & t_5 = 5 \cdot 10^{-5} \quad \text{при } p = 1 \text{ атм} \\ t_1 = 10^{-3}, & t_2 = 5 \cdot 10^{-3}, & t_3 = 10^{-4}, & t_5 = 10^{-5} \quad \text{при } p = 100 \text{ атм} \end{array}$$

При этом было принято $u \left[\frac{\text{см}}{\text{сек}} \right] = 0.04p^{1/3} [\text{атм}]$

$$a = 8 \cdot 10^3 \text{ атм см}^3/\text{г}, \quad \kappa = 9 \cdot 10^{-4} \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}, \quad D = 1 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$$

$$p = 1.6 \text{ г/см}^3, \quad V = 100 \text{ см}^3, \quad S = 200 \text{ см}^2, \quad l = 10 \text{ см} \text{ и } c_0 = 10 \text{ см}^5/\text{сек}.$$

Из приведенных данных видно, что временами релаксации t_3 и t_5 можно пренебречь по сравнению с t_1 и t_2 . Таким образом, можно считать, что область (3) релаксирует гораздо быстрее, чем области (1) и (2). В дальнейшем будем рассматривать только времена релаксации областей (1) и (2), а изменение величин в области (3) во времени будем считать мгновенным. Кроме того, давление и температуру продуктов горения будем считать постоянными по камере. Температура T_1 также принимается постоянной, так как известно, что изменение температуры на поверхности пороха в зависимости от давления невелико по сравнению с самой температурой.

2. Основные уравнения. Скорость горения пороха в стационарном режиме зависит от давления p и начальной температуры пороха T_0 . Будем считать, что скорость горения пороха определяется формулой

$$u = Bp^\nu (1 + \alpha T_0) \quad (B, \alpha = \text{const}, \nu = 2/3) \quad (2.1)$$

Профиль температуры в твердой фазе дается хорошо известным михельсоновским решением

$$T(x) = T_0 + (T_1 - T_0) \exp\left(-\frac{ux}{\kappa}\right) \quad (2.2)$$

В нестационарном режиме скорость горения и профиль температур не будет определяться приведенными выражениями. Скорость горения будет определяться скоростью химических реакций в области (3), сильно зависящих от температуры, а эта температура непосредственно зависит не от температуры при $x = \infty$, а от градиента температуры при $x = 0$. Поэтому для нестационарного горения нужно пользоваться не зависимостью $u = u(p, T_0)$, а зависимостью $u(p, \varphi)$, где $\varphi = (\partial T / \partial x)_{x=0}$.

Для стационарного случая из (2.1) и (2.2) можно получить

$$u = Bp^\nu \frac{(1 + \alpha T_1)}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{4\kappa\kappa}{(1 + \alpha T_1)^2 Bp^\nu} \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} \right)^{1/2} \right]$$

В связи с вышеизложенным предыдущую формулу можно непосредственно обобщить на нестационарный случай, причем вместо $(dT/dx)_{x=0}$ нужно поставить $(\partial T / \partial x)_{x=0} = \varphi$. Таким образом

$$u = Bp^\nu \frac{(1 + \alpha T_1)}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\kappa\kappa}{(1 + \alpha T_1)^2 Bp^\nu} \varphi} \right] \quad (2.3)$$

Градиент температуры в твердой фазе должен определяться из уравнения теплопроводности в области (1)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} + uT \right) \quad (2.4)$$

Давление в камере подчиняется уравнению баланса

$$\frac{dp}{dt} = \frac{a}{V} (\rho u S - p A \sigma) \quad (2.5)$$

Первый член правой части описывает увеличение давления в камере за счет горения пороха, второй — уменьшение вследствие истечения.

Переходный процесс начинается из состояния стационарного горения

$$t = 0, \quad p = p_0, \quad u = u_0 = Bp_0^\nu (1 + \alpha T_0), \\ T(x, 0) = T_0 + (T_1 - T_0) \exp\left(-\frac{u_0 x}{\kappa}\right) \quad (2.6)$$

Граничные условия имеют вид

$$T(0, t) = T_1, \quad T(\infty, t) = T_0 \quad (2.7)$$

Введем теперь безразмерные величины

$$\pi = \frac{p}{p_0}, \quad \omega = \frac{u}{u_0}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, \quad \xi = x \frac{u_0}{\kappa}, \quad \tau = t \frac{u_0^2}{\kappa} \quad (2.8) \\ \gamma = \frac{V u_0 p_0}{\rho a S \kappa}, \quad \beta = \frac{A \sigma p_0}{\rho S u_0}, \quad \eta = 2 \frac{1 + \alpha T_0}{1 + \alpha T_1}$$

Безразмерные координата ξ и время τ есть отношение длины и времени к характерной длине κ / u_0 и времени κ / u_0^2 в твердой фазе; параметр γ — отношение времени истечения ко времени релаксации твердой фазы при начальном давлении; β — отношение массовой скорости истечения газа при давлении p_0 и сечении σ к массе газа, выделяемого в единицу времени всей поверхностью пороха в стационарном режиме при том же давлении; параметр η характеризует степень нагретости пороха; значение $\eta = 2$ соответствует полностью прогретому пороху. Можно показать, что $\eta = 1$ соответствует границе устойчивого горения пороха.

В безразмерных переменных уравнения (2.3), (2.4) и (2.5) принимают вид

$$\omega = \frac{\pi^v}{\eta} \left[1 + \left(1 + (2\eta - \eta^2) \frac{1}{\pi^v} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} \right)^{1/2} \right] \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \omega \theta \right) \quad (2.10)$$

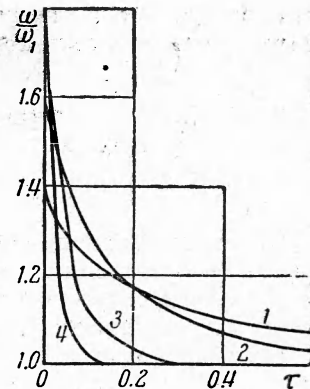
$$\gamma \frac{d\pi}{d\tau} = \dot{\omega} - \beta \pi \quad (2.11)$$

с начальными условиями

$$\pi = 1, \quad \omega = 1, \quad \theta = e^{-\xi} \quad \text{при} \quad \tau = 0 \quad (2.12)$$

$$\theta(0, \tau) = 1, \quad \theta(\infty, \tau) = 0 \quad (2.13)$$

Начальное состояние соответствует стационарному решению этих уравнений при $\beta = 1$.



Фиг. 2

Решение уравнений проводилось численно на электронно-счетной машине.

3. Переходные процессы при резком изменении давления. Наиболее простым нестационарным процессом является переход от стационарного горения при $p = p_0$ к стационарному режиму при $p = p_1$, осуществляемый путем резкого изменения давления от p_0 до p_1 . В этом случае давление во время нестационарного процесса остается постоянным (равным p_1) и для решения задачи нужно рассмотреть только два уравнения (2.9) и (2.10).

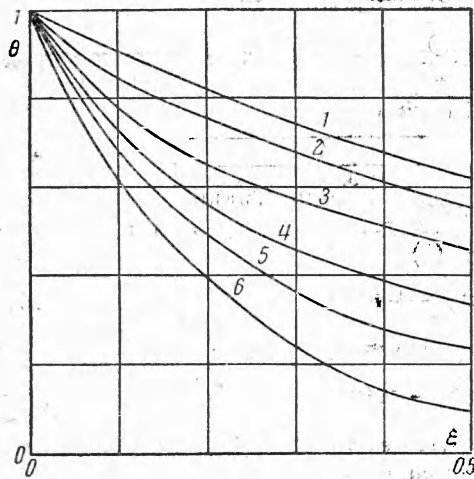
В первый момент времени профиль температуры в твердой фазе соответствует стационарному

горению при $p = p_0$, а давление равно p_1 . Поэтому скорость горения при $\tau = 0$ (начало переходного процесса) принимает значение

$$\omega(0) = \frac{\pi_1^v}{\eta} \left[1 + \left(1 - (2\eta - \eta^2) \frac{1}{\pi_1^v} \right)^{1/2} \right] \quad (3.1)$$

При $\pi_1 > 1$ имеем $\omega(0) > \omega_0$, поэтому абсолютное значение градиента на поверхности должно увеличиваться, что, в свою очередь, приведет к уменьшению скорости горения. С течением времени скорость стремится к $\omega_1 = \pi_1^v$, а распределение температур к михельсоновскому профилю $\theta(\xi, \infty) = \exp(-\omega_1 \xi)$, отвечающему стационарному горению при $\pi = \pi_1$.

На фиг. 2 кривые 1—4 дают зависимости скорости горения ω от времени τ для значений $\pi_1 = 2, 10, 50, 200$ соответственно при $\eta = 1.15$. На фиг. 3 дано изображение профиля температур от времени для $\pi_1 = 10, \eta = 1.15$. Кривые



Фиг. 3



Фиг. 4

1—6 соответствуют значениям $\tau = 0, 0.016, 0.051, 0.121, 0.237, \infty$. Очевидно, что чем больше π_1 , тем больше значение скорости $\omega(0) / \omega_1$ и тем быстрее происходит переход к новому стационарному режиму (при большей скорости горения скорее сгорает прогретый слой пороха).

Фиг. 4 иллюстрирует зависимость нестационарной скорости горения от степени прогретости пороха для $\pi_1 = 10$. Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям $\eta = 1.25, 1.15, 1.05$. Чем более прогрет порох (чем больше η), тем менее выражен переходный процесс. Для полностью прогретого пороха ($\eta = 2$ и $T_0 = T_1$) нестационарные явления не наблюдаются и скорость всегда удовлетворяет условию $\omega = \pi v$.

В нестационарной области можно ввести эффективный показатель степени давления в законе горения v' , который важен для вопроса об устойчивости горения пороха. В стационарном случае

$$\frac{u_1}{u_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^v \quad (3.2)$$

В нестационарном случае напомним аналогично

$$\frac{u(t)}{u_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{v'} \quad (3.3)$$

Отсюда

$$v'(\tau) = v + \frac{\ln \omega(\tau) / \omega_1}{\ln \pi_1} \quad (3.4)$$

На фиг. 5 дана зависимость эффективного показателя степени давления в законе горения $v'(\tau)$ при $\eta = 1.15$. Кривые 1—4 соответствуют значениям $\pi = 2, 10, 50, 200$. В начальный момент времени

$$v'(0) = v + \ln \frac{1}{\eta} \left[1 + \left(1 - (2\eta - \eta^2) \frac{1}{\pi_1 v} \right)^{1/2} \right] / \ln \pi_1 \quad (3.5)$$

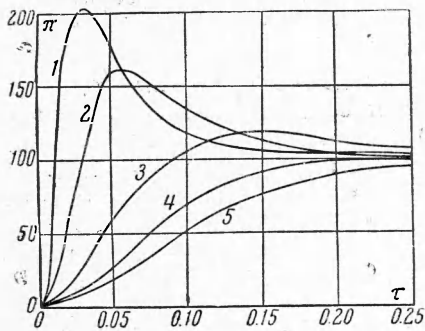
При уменьшении π_1 функция $v'(0)$ растет и стремится к значению

$$v_0'(0) = v + \frac{2 - \eta}{2(\eta - 1)} v \quad \text{при } \pi_1 \rightarrow 1 \quad (3.6)$$

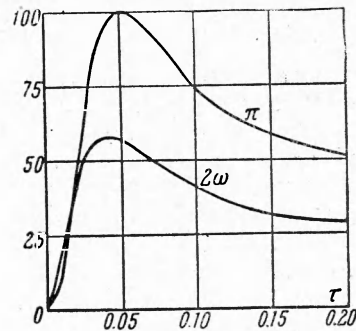
4. Переходные процессы при резком изменении сечения сопла. При стационарном горении пороха в камере каждому сечению сопла соответствует свое давление, определяемое из (2.5) при $dp/dt = 0$

$$p = \frac{\rho u S}{A_5} \quad (4.1)$$

т. е. $\beta = 1$. Если за время, малое по сравнению с характерными временами t_1 и t_2 , изменить сечение сопла, то начинается нестационарный процесс



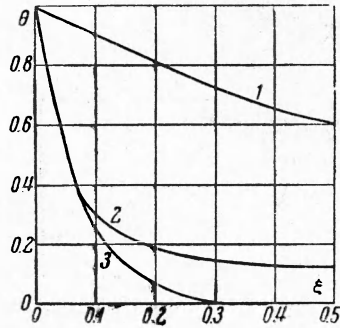
Фиг. 6



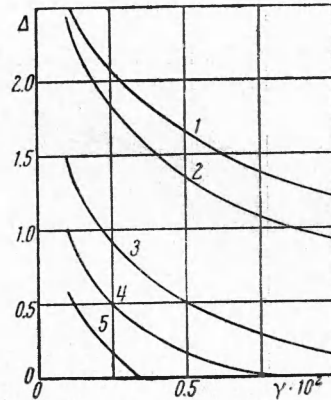
Фиг. 7

перехода от стационарного горения при p_0 к стационарному горению при p_1 , соответствующему новому значению сечения сопла.

При резком уменьшении сечения скорость в начальный момент времени не имеет скачка, так как давление в камере равно начальному p_0 . Затем начинается повышение давления, так как при меньшем сечении сопла истечение происходит медленнее и $dp/dt > 0$.

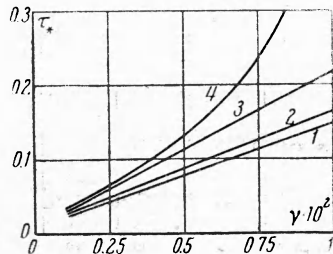


Фиг. 8



Фиг. 9

Увеличение давления приводит к росту скорости и перестройке температурного профиля в твердой фазе. При различных значениях параметров γ и β (или π_1) характер изменения давления в зависимости от времени будет разным. Чем больше γ (при одном и том же β), т. е. чем больше отношение времени релаксации твердой фазы, тем меньше нестационарный процесс отличается от квазистационарного, при котором скорость все время пропорциональна p^ν .



Фиг. 10

На фиг. 6 даны зависимости давления π от времени τ для $\pi_1 = 100$ и $\eta = 1.15$. Кривые 1—5 соответствуют значениям $\gamma = 0.001, 0.002, 0.005, 0.008, 0.01$. Фиг. 7 изображает давление и скорость в зависимости от времени при $\pi_1 = 50, \eta = 1.15$ и $\gamma = 0.002$. На фиг. 8 дано изменение профиля температур во времени при $\pi_1 = 50, \eta = 1.15$ и $\gamma = 0.002$. Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям $\pi = 0, 0.077, \infty$. Из графиков видно, что при малых значениях γ давление в камере может превысить величину конечного давления p_1 . На фиг. 9 приведены значения относительных превышений давления $\Delta = \pi_* - \pi_1/\pi_1$ в зависимости от γ при $\eta = 1.15$, где π_* — максимальное значение давления в камере. Кривые 1—5 соответствуют значениям $\pi_1 = 5, 10, 50, 100, 200$. На фиг. 10 даны зависимости времени τ_* , при котором давление достигает максимума от параметра γ при $\eta = 1.15$. Кривые 1—4 соответствуют значениям $\pi_1 = 5, 10, 50, 100$.

Рассмотренные переходные процессы являются простейшими, причем полученные результаты верны для времен больших времен релаксации t_3, t_4, t_5 и t_6 . Чтобы получить правильные результаты для малых времен, необходимо рассматривать более сложную систему, чем (2.9)—(2.11).

В заключение благодарю Я. Б. Зельдовича за обсуждение постановки задачи и О. И. Лейпунского за помощь и внимание к работе, а также А. А. Милютина, Г. Г. Виленскую и Е. А. Прозер, составивших схему решения уравнений и осуществивших счет на электронно-счетной машине.

Поступила 24 V 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. ЖЭТФ, 1942, т. 12, стр. 498.