

**РЕГУЛЯРНЫЕ И АНОМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ
ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЫ
ЧЕРЕЗ СУЖЕНИЕ КАНАЛА**

УДК 532.529; 533.6.2

В. Ю. Ляпидевский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

1. Введение. Проблема адекватного выбора граничных условий весьма актуальна при моделировании многофазных течений в канале конечной длины. Для одномерных гиперболических моделей движения среды большое распространение получило условие критичности течения в окрестности минимального сечения канала, позволяющее описать влияние локального сужения вверх по потоку. Такой подход, берущий свое начало в гидравлике открытых русел, также хорошо известен в газовой динамике и используется при моделировании в канальном приближении трансзвуковых течений в соплах. Препятствие контролирует течение вверх по потоку, если оно обеспечивает переход от докритического (дозвукового) к сверхкритическому (сверхзвуковому) течению. Такой регулярный режим обтекания реализуется в каналах переменного сечения для одномерных движений мелкой воды и нормального газа. Однако для более сложных моделей многофазной или многокомпонентной жидкости могут возникать аномальные режимы обтекания, при которых препятствие «поддерживает» распространение возмущений конечной амплитуды вверх по потоку, и в то же время течение в сужении канала полностью сверхкритическое. Для двухслойной мелкой воды над неровным дном такие аномальные режимы были экспериментально обнаружены в [1, 2] и изучены в [3].

Цель настоящей работы — теоретическое исследование в рамках канального приближения нестационарной волновой картины в окрестности локального сужения канала для баротропной сжимаемой жидкости с невыпуклым уравнением состояния. При больших временах задача сводится к автомодельной и может быть разбита на два этапа, каждый из которых к настоящему времени хорошо изучен: исследование структуры волн в задаче о распаде произвольного разрыва и структуры стационарных течений в каналах переменного сечения для газов с невыпуклым уравнением состояния. Первая проблема рассмотрена в [4–7]. Стационарные течения плотных газов в соплах Лаваля интенсивно изучаются в последнее время [8–10] в связи с возможными приложениями к инженерным проблемам.

Автор не ставит перед собой задачу полной классификации возможных режимов течений, возникающих при внезапном частичном перекрытии канала. Основное внимание уделено обнаружению и объяснению (основанному на анализе нестационарной проблемы) причин возникновения аномальных режимов течения в окрестности препятствия.

2. Уравнение состояния газожидкостной смеси. Одной из простейших моделей газожидкостной среды является односкоростная равновесная по давлениям в фазах модель совместного движения газового и несжимаемого жидкого компонентов. Одномерные движения среды определяются следующей системой уравнений:

$$\rho_t + (\rho u)_x = 0, \quad (\rho u)_t + (\rho u^2 + p)_x = 0. \quad (2.1)$$

Здесь ρ — плотность; u — скорость среды; уравнение состояния $p = g(\tau)$ ($\tau = 1/\rho$) находится из равенства давлений в жидком и газообразном компонентах. Если объемная

концентрация газа мала, то жидкость может рассматриваться как термостат, а процесс изменения объемной концентрации в смеси — как изотермический: $p = f(V, T)$ ($T \equiv \text{const}$, V — удельный объем газа). Поэтому для инертного газового компонента (массовая концентрация $\lambda \equiv \text{const}$) эффективное уравнение состояния среды $p = g(\tau) = f(V, T)$ ($\tau = \lambda V + (1 - \lambda)\tau_f$) полностью определяется сжимаемостью газовой фазы, так как удельный объем жидкости $\tau_f \equiv \text{const}$. Более того, переходом к массовой лагранжевой координате q и растяжением переменных $q \rightarrow \lambda^{-1}q$, $p \rightarrow \lambda^{-1}p$ система (2.1) приводится к уравнениям движения изотермического газа

$$V_t - u_q = 0, \quad u_t - p_q = 0 \quad (2.2)$$

с уравнением состояния $p = \lambda f(V, T)$. Таким образом, параметр λ в данной модели является несущественным, и дальнейший анализ может быть проведен для $\lambda = 1$, т. е. для уравнений газовой динамики (2.1). При этом роль несжимаемого компонента сводится только к обоснованию изотермичности рассматриваемого движения.

Если температура T близка к критической температуре T_c , то в среде проявляются аномальные термодинамические свойства. Поведение газа вблизи критической точки может быть описано приведенным уравнением Ван-дер-Ваальса [9]

$$\bar{p} = \frac{\bar{T}}{\bar{V} - 1/3} - \frac{9}{8\bar{V}^2}, \quad (2.3)$$

в котором величины обезразмерены при помощи соответствующих критических значений: $\bar{p} = p/p_c$, $\bar{T} = T/T_c$, $\bar{V} = V/V_c$. В дальнейшем черта над безразмерными переменными опускается.

При $T > 1$ зависимость (2.3) монотонная ($T = 1,1$ на рис. 1), но при значениях T , достаточно близких к единице ($1 < T < T_*$, $T_* \simeq 1,07$), вторая производная f''_{VV} становится отрицательной в окрестности точки $V = 1$. Зависимость $p = f(V, T)$ при $T = 1,01$ изображена на рис. 1. При $T < 1$ зависимость давления от удельного объема V уже немонотонная ($T = 0,9$ на рис. 1), и устойчивые состояния среды реализуются на двух участках (где $f'_V < 0$), соответствующих жидкой и газообразной фазе.

В данной работе ограничимся исследованием случая $T > 1$, когда фазовые переходы отсутствуют. На самом деле, приведенный ниже анализ применим для более широкого класса изотермических (баротропных) сред с невыпуклым монотонным (но необязательно строго монотонным) уравнением состояния. Поэтому использование правила Максвелла позволяет описать структуру волн в окрестности сужения канала и при $T < 1$ (рис. 1, $T = 0,9$).

3. Автомодельные решения системы (2.1). Рассмотрим задачу о внезапном локальном сужении канала, в котором с постоянной скоростью движется поток сжимаемой жидкости. Полное исследование нестационарной волновой картины в канале переменного сечения затруднительно даже для одномерной модели (2.1). Однако при больших временах (или малых размерах препятствия) решения системы (2.1) выходят на автомодельный режим. При этом в сужении канала достигается близкий к стационарному режим течения. Таким образом, полное представление о структуре нестационарных длинноволновых возмущений, генерируемых локальным препятствием, может быть получено из анализа автомодельных решений следующей обобщенной задачи о распаде произвольного разрыва.

Пусть при $t = 0$ в канале постоянного сечения A_0 заданы кусочно-постоянные началь-

ные данные

$$(\rho(0, x), u(0, x)) = \begin{cases} (\rho_0, u_0), & x < 0, \\ (\rho_1, u_1), & x > 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

В точке $x = 0$ расположено локальное сужение канала с минимальным поперечным сечением $A_m < A_0$. Решение ищется в классе автомодельных решений, зависящих только от переменной $\xi = x/t$ и содержащих конечное число линий разрыва. На линиях разрыва $x = Dt$ выполнены условия Гюгонио

$$\mathcal{D}[\rho] = [\rho u], \quad \mathcal{D}[\rho u] = [\rho u^2 + p] \quad (3.2)$$

и условия устойчивости О. А. Олейник [11]. Здесь $[h] = h(t, x + 0) - h(t, x - 0)$ — скачок величин на линии разрыва. Если при $t > 0$ состояния справа и слева от препятствия совпадают, то задача Коши (2.1), (3.1) является классической задачей о распаде произвольного разрыва. Для невыпуклых уравнений состояния ее решение построено в [4–7]. Структура волновой адиабаты, т. е. множества допустимых состояний (ρ, u) , которые могут быть связаны с данным состоянием (ρ_1, u_1) набором простых центрированных и устойчивых ударных волн одного семейства, может быть полностью определена на плоскости (V, p) .

Рассмотрим подробнее построение волновой адиабаты для невыпуклого уравнения состояния (2.3) ($1 < T < T_*$). Пусть V_* и V^* — точки перегиба функции $p = f(V)$, $V_* < V^*$ (рис. 1) и $V_1 > V^*$. При $V^* < V < V_1$ функция $f(V)$ выпуклая и состояния $(V, f(V))$ и (V_1, p_1) соединены устойчивым ударным переходом. Если $V < V^*$, но график функции $p = f(z)$ для $V < z < V_1$ полностью лежит под прямой L_1 , проходящей через точки $(V, f(V))$ и (V_1, p_1) , то на этом участке зависимость $\mathcal{D} = \mathcal{D}(V)$ монотонна и условие устойчивости О. А. Олейник выполнено. Так, для волн, обращенных вправо, скорость разрыва $\mathcal{D} = u_1 + v_1 \sqrt{\frac{f(V) - p_1}{V_1 - V}}$ — убывающая функция от V . В точке V_2 , где прямая L_1 является касательной (рис. 1), скорость $\mathcal{D}(V)$ достигает локального максимума \mathcal{D}_E , и при дальнейшем уменьшении V к ударной волне максимальной амплитуды примыкает центрированная волна сжатия, в которой постоянен инвариант Римана $s = u - \sigma(\rho)$, где $\sigma'(\rho) = c/\rho$, $c^2 = p'(\rho)$.

При $V < V_*$ центрированная волна сжатия замыкается ударным переходом из $(V_3, f(V_3))$ в конечное состояние $(V, f(V))$. Точка V_3 находится из условия касания прямой L_2 к графику функции $p = f(V)$ (рис. 1). Соответствующее решение на плоскости (t, x) изображено на рис. 2. Заметим, что точки V_2, V_3 принадлежат интервалу (V_*, V^*) . При дальнейшем уменьшении V скорость \mathcal{D}_2 замыкающей ударной волны возрастает, и конфигурация, состоящая из двух ударных волн, разделенных центрированной волной сжатия при $\mathcal{D}_2 = \mathcal{D}_E$, переходит в одноволновую. При больших амплитудах ударный переход, соединяющий точки $(V, f(V))$ и $(V_1, f(V_1))$, снова становится устойчивым.

На построении волновой адиабаты при $V > V_1$ останавливаться не будем. Заметим только, что при $V_1 < V_*$ волновая конфигурация в общем случае состоит из двух центрированных волн разрежения, разделенных ударной волной разрежения. Впервые экспериментально «расщепление» ударных волн, а также возникновение ударных волн разрежения в газах в окрестности критической точки было обнаружено в [12].

Решение задачи (2.1), (3.1) о распаде произвольного разрыва находится из пересечения (p, u) -диаграмм волн, обращенных вправо и влево и проходящих через состояния 1 и 0 соответственно [11]. Однако постановка задачи существенно меняется, когда состояния потока по обе стороны от локального сужения канала различны.

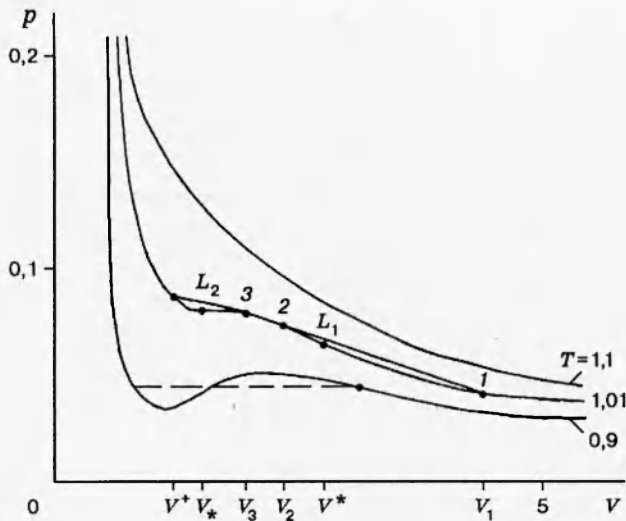


Рис. 1

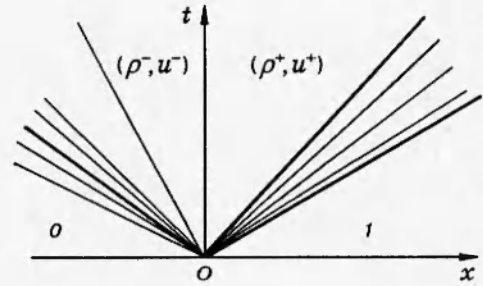


Рис. 2

4. Регулярные режимы течения в сужении канала. Состояния (ρ^\pm, u^\pm) до и после препятствия произвольны. Соотношения на разрыве $x = 0$ находятся из анализа возможных стационарных течений в канале. Пусть частицы жидкости набегают на препятствие из области $x > 0$, т. е. $u^+ < 0$. Тогда, если препятствие генерирует волну вверх по потоку ($x > 0$), течение перед препятствием является дозвуковым ($u^+ + c^+ > 0$). Это следует из условий устойчивости ударных волн и известного факта, что границей простых волн, распространяющихся вправо, являются c^+ -характеристики. Состояние (ρ^-, u^-) может быть найдено из следующих соотношений, справедливых в сужении канала для непрерывных стационарных решений системы (2.1):

$$\rho A u = \rho^+ A_0 u^+ = Q^+, \quad \frac{1}{2} u^2 + i(\rho) = \frac{1}{2} (u^+)^2 + i(\rho^+) = J^+. \quad (4.1)$$

Здесь A — площадь поперечного сечения канала; функция $i(\rho)$ определяется из условия $i'(\rho) = c^2/\rho$. Для выпуклых уравнений состояния ($f'''(V) > 0$) хорошо известно, что единственным отличным от (ρ^+, u^+) решением системы (4.1) при $A = A_0$ является сверхзвуковое состояние (ρ^-, u^-) . При этом в минимальном сечении канала $A = A_m$ течение необходимо является звуковым:

$$u_m + c_m = 0. \quad (4.2)$$

Уравнения (4.1), (4.2) дают дополнительное соотношение между параметрами набегающего потока и относительным перекрытием канала $\alpha = A_m/A_0$. Это соотношение позволяет построить решение задачи (2.1), (3.1) в области $x > 0$ без привлечения начальных данных (ρ_0, u_0) , а затем — решение задачи Коши с данными на лучах ($t = 0, x < 0$) и ($t > 0, x = 0$). Решение последней задачи полностью аналогично классической задаче Римана, рассмотренной в п. 3.

Таким образом, для класса течений, которые будем называть регулярными, дозвуковой поток перед сужением канала в стационарном течении преобразуется в сверхзвуковой, и возмущение ниже по потоку уже не влияет на область $x > 0$. Конечно, при решении задачи Коши для системы (2.1) в области $x < 0$ в силу нелинейности уравнений могут возникнуть ударные волны, распространяющиеся со скоростью $D > 0$, и полное решение

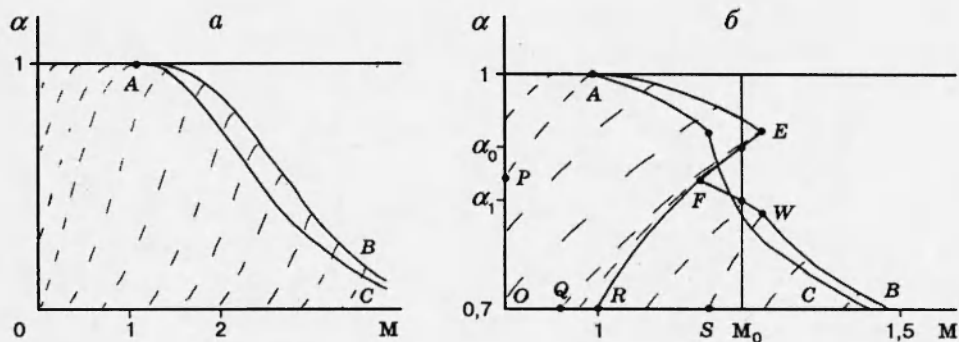


Рис. 3

проблемы (2.1), (3.1) будет несовместным с регулярным решением в области $x > 0$. В этом случае препятствие уже не контролирует течение вверх по потоку и задача сводится к классической задаче о распаде произвольного разрыва (2.1), (3.1).

Если плотность ρ_1 фиксирована, то регулярный режим течения определяется двумя параметрами: α и $M = -u_1/c_1$ ($u_1 < 0$). Область регулярных режимов на плоскости (M, α) может быть получена следующим образом. Для произвольной волны, обращенной вправо и переводящей состояние (ρ_1, u_1) в (ρ^+, u^+) , допустимые значения (M, α) определяются условием $u^+ < 0 < u^+ + c^+$ и соотношениями (4.1), (4.2), из которых может быть найдена зависимость $\alpha = \alpha(M)$.

На рис. 3 эти зависимости изображены штриховыми линиями. Рис. 3,а соответствует газу Ван-дер-Ваальса (2.3) с выпуклой изотермой ($T = 1,1$). Левее кривой OA реализуются течения с центрированной волной разрежения, движущейся вверх по потоку. В области OAB перед препятствием распространяется ударная волна. Граница AB области регулярных режимов течения находится как предельный случай течения, в котором скорость отошедшей ударной волны равна нулю. Выше кривой AB могут находиться только сверхзвуковые режимы обтекания препятствия, при которых вверх по потоку возмущения отсутствуют. С другой стороны, полностью сверхзвуковое течение в сужении канала существует в области, лежащей выше кривой AC . На AC течение в окрестности минимального сечения A_m становится звуковым, и ниже этой кривой может быть реализовано только течение с отошедшей ударной волной. Так как кривая AC расположена под кривой AB , как показано на рис. 3,а, то конфигурация течения в области BAC не определяется однозначно.

Аналогичная проблема неединственности течения возникает и в уравнениях мелкой воды [2]. Формально уравнения однослойной мелкой воды включаются в класс систем (2.1), однако для течений над неровным дном условия контроля вверх по потоку отличны от (4.1), (4.2). Тем не менее между этим классом течений и уравнениями газовой динамики в канале переменного сечения существует глубокая аналогия. Структура волн в однослойной мелкой воде перед препятствием соответствует течению газа с выпуклым уравнением состояния, а аномальные режимы течения газа с невыпуклым уравнением состояния через сужение канала, как показано ниже, аналогичны соответствующим режимам течения двухслойной мелкой воды [3].

5. Аномальные режимы течения газа с невыпуклым уравнением состояния. Пусть $1 < T < T_*$. В этом случае уравнение состояния (2.3) имеет две точки перегиба и в определенном диапазоне значений V происходит «расщепление» ударных волн, как было

отмечено выше. Наличие локального максимума скорости распространения ударной волны в зависимости от ее амплитуды существенно меняет область регулярных режимов течения на (M, α) -плоскости. Так же как и для выпуклых уравнений состояния, зависимость $\alpha = \alpha(M)$ может быть найдена из соотношений (4.1), (4.2) для произвольного состояния (ρ^+, u^+) , связанного с (ρ_1, u_1) комбинацией простых и ударных волн, распространяющихся вправо. При этом $u^+ < 0 < u^+ + c^+$. Пусть $V_1 > V^*$, как показано на рис. 1. Фрагмент соответствующей диаграммы режимов течения для $(T = 1, 01)$ изображен на рис. 3, б. Область регулярных режимов течения ограничена справа кривой $AEFWB$. Левее кривой AP перед препятствием возникает центрированная волна разрежения ($V^+ > V_1$). В области $OPAEQ$ реализуется режим течения с отошедшей ударной волной ($V_2 < V^+ < V_1$), причем, как и для выпуклого уравнения состояния ($T \geq T_*$), на линии AE скорость ударной волны обращается в нуль. Точка E соответствует состоянию 2 на (V, p) -диаграмме (см. рис. 1).

При дальнейшем увеличении амплитуды передний фронт возмущения перемещается с максимальной скоростью \bar{D}_E , и к нему примыкает простая волна, задний фронт которой распространяется со скоростью $\lambda^+ = u^+ + c^+$ (область QER). В силу условия $\lambda^+ > 0$ допустимые числа Маха M набегающего потока уменьшаются и границей области является линия EF , на которой $u^+ + c^+ = 0$. Области $RFWS$ соответствует конфигурация из двух ударных волн, разделенных центрированной простой волной. И наконец, на линии WS происходит слияние ударных волн, и в области SWB перед препятствием имеется единственная ударная волна.

Следует отметить, что при отыскании зависимости $\alpha = \alpha(M)$ в силу (4.1), (4.2) предполагалось существование непрерывного стационарного решения (4.1), соединяющего дозвуковое и сверхзвуковое течения по обе стороны локального сужения канала. Однако для невыпуклых уравнений состояния это, вообще говоря, неверно для сужений типа сопла Лаваля с единственным минимальным сечением. В [8–10] изучены стационарные режимы течения в соплах Лаваля для плотных газов с невыпуклым уравнением состояния и показано, что безударный переход от дозвукового к сверхзвуковому течению через область значений V , где $f''(V) < 0$, возможен только для сопел, имеющих несколько локальных экстремумов поперечного сечения. Для сужения с одним минимумом в стационарном решении могут возникать ударные волны как в расширяющейся, так и в сужающейся части канала, при переходе через которые соотношения (4.1) выполняются лишь приближенно. Это приближение, которое используется также в [8–10], позволяет найти стационарную волновую картину внутри сужения из условия, что течение звуковое в минимальном сечении канала. Но анализ стационарных решений с произвольными данными вверх по потоку не дает возможности обнаружить аномальные режимы течения, о которых пойдет речь ниже.

Наличие лакуны EFW на границе области регулярных режимов течения отражает тот факт, что изменение относительного сужения α на некотором промежутке не влияет на волновую конфигурацию вверх по потоку, и в этом случае минимальное сечение перестает быть управляющим. В самом деле, пусть $M_F < M_0 < M_E$ (рис. 3, б). При уменьшении α и фиксированном M_0 точка (M_0, α) попадет на границу области регулярных течений FE при $\alpha = \alpha_0$. Так как при этом $u^+ + c^+ = 0$, то перед препятствием течение критическое. Зависимость $\alpha = \alpha(\rho)$, полученная из (4.1), изображена на рис. 4.

При дальнейшем уменьшении α волновая картина перед препятствием не изменяется, так как граница центрированной волны сжатия достигла препятствия. Поэтому ρ^+ уже не зависит от α и возможные конфигурации течения в сужении могут быть найдены согласно рис. 4 (при $\alpha < \alpha_0$). Регулярное непрерывное стационарное течение при $\alpha = \alpha_0$ соединяет состояние (ρ^+, u^+) с состоянием (ρ^-, u^-) и соответствует кривой 2 (дозвуковое течение)

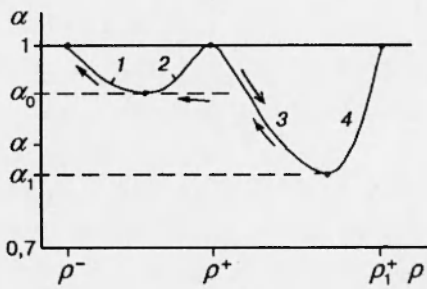


Рис. 4

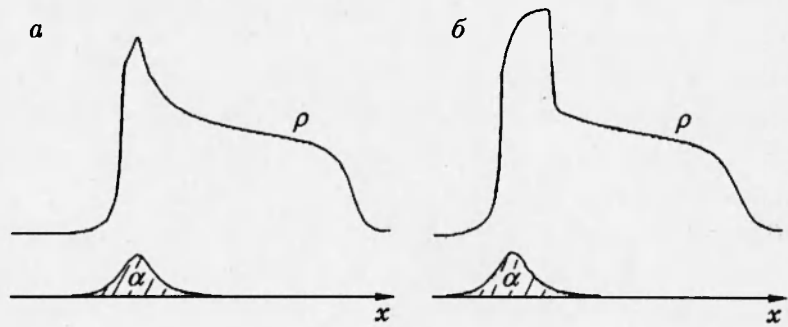


Рис. 5

в сужающейся части канала и кривой 1 (сверхзвуковое течение) в расширяющейся части. При $\alpha < \alpha_0$ такое течение невозможно, и в сужающейся части возникает сверхзвуковое течение, соответствующее кривой 3. В принципе по этой же ветви течение может вернуться в исходное состояние $(\rho^-, u^-) = (\rho^+, u^+)$ вниз по потоку и будет симметричным, полностью сверхкритическим. Однако более устойчивым оказывается другой тип течения, содержащий в расширяющейся части канала ударный переход из сверхзвукового течения на ветви 3 в звуковое течение в точку минимума на кривой 1. В рассматриваемом приближении ($J^+ \equiv \text{const}$ на разрывах) полученная конфигурация изображена стрелками на рис. 4. Это решение реализуется для $\alpha_0 > \alpha > \alpha_1$. При $\alpha = \alpha_1$ точка (M_0, α) снова попадает на границу FW области регулярных течений.

На рис. 4 значение α_1 соответствует минимуму кривых 3 и 4. При $\alpha = \alpha_1$ перед препятствием формируется ударная волна, переводящая (ρ^+, u^+) в (ρ_1^+, u_1^+) , и в сужающейся части канала реализуется регулярный дозвуковой режим обтекания вдоль кривой 4. В расширяющейся части канала может возникнуть сверхзвуковое течение вдоль ветви 3, однако, как и в предыдущем случае, более устойчивым оказывается ударный переход при $\alpha = \alpha_0$ в звуковое и далее сверхзвуковое течение вдоль кривой 1 (показано стрелками, направленными влево).

Особенности смены режима течения при пересечении линии FW при уменьшении площади минимального сечения канала могут быть проиллюстрированы на примере численного решения нестационарной задачи о внезапном частичном перекрытии канала.

На рис. 5 представлено распределение плотности ρ в окрестности сужения канала для газа Ван-дер-Ваальса с уравнением состояния (2.1) при $T = 1,01$, $\rho_0 = 0,3$. Для $\alpha = A_m/A_0$ ($A_m = \min A(x)$) профиль канала задается функцией $y = 1 - A(x)/A_0$, ограничивающей заштрихованную область. Число Маха набегающего потока $M_0 = 1,15$ в обоих случаях. При $\alpha = 0,8$ (рис. 5,а) точка (M_0, α) лежит в области EFW и реализуется сверхзвуковой режим течения в сужении канала. В окрестности минимального сужения течение симметрично, и ниже по потоку возникает ударная волна, переводящая сверхзвуковой поток в звуковой. Заметим, что в численном расчете не использовалось приближение (4.1) на ударных волнах. Поэтому конфигурация, изображенная на рис. 4, качественно отражает и волновую картину, возникающую в полной модели. При $\alpha = 0,79$ (рис. 5,б) в сужающейся части канала течение регулярно и переход от дозвукового к сверхзвуковому течению осуществляется при минимальном сечении канала. В обоих случаях перед препятствием распространяется ударная волна со скоростью \mathcal{D}_E и следующая за ней волна сжатия.

Таким образом, при пересечении границ области регулярного течения в окрестности сужения канала происходит резкая смена волновой конфигурации, что может служить

причиной гистерезиса, т. е. зависимости решения от предыстории процесса. Естественно, для невыпуклых уравнений состояния, как и для выпуклых, при $M > 1$ на плоскости (M, α) возникает область неединственности режимов течения, в которой могут быть реализованы как течение с отошедшей ударной волной, так и сверхкритическое обтекание с невозмущенным течением вверх по потоку. Последний режим течения возможен выше кривой AC (рис. 3, б).

6. Выводы. 1. Изучена структура нестационарных волн, распространяющихся вверх по потоку от локального сужения канала. Если минимальное сечение канала полностью контролирует набегающий поток, то за препятствием течение сверхзвуковое и волновая картина вниз по потоку может быть найдена как решение задачи Коши. Стационарные течения в канале переменного сечения для газов с невыпуклым уравнением состояния могут содержать несколько ударных волн, как показано в [8–10], а также на рис. 4, 5. Преимущество нестационарного подхода к задаче о структуре волн в окрестности локального сужения канала по сравнению с исследованием стационарных течений, проведенных в [8, 9], состоит не только в том, что найдены аномальные режимы течения в области EFW (рис. 3, б), но и в том, что анализ возможных волновых конфигураций в сужении упрощается, когда удается разделить ударные волны, генерируемые самим препятствием, и ударные волны, порожденные условиями ниже по потоку.

2. Изучен частный класс изотермических движений газа Ван-дер-Ваальса в окрестности критической точки, однако применяемый подход пригоден и для произвольных баротропных движений газа. Кроме того, так как при нестационарных неизотермических течениях газа Ван-дер-Ваальса контактные разрывы не могут распространяться вверх по потоку от препятствия, то структура волн в окрестности критической точки для произвольных газов будет аналогична рассмотренному выше изотермическому случаю.

3. Существующая аналогия между известными режимами течения для газожидкостной среды и двухслойной мелкой воды [3] дает возможность утверждать, что возникновение аномальных режимов течения в окрестности сужения канала является общим свойством моделей двухфазных течений, в которых отсутствует монотонная зависимость скорости распространения нелинейных возмущений от амплитуды волны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-01210-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Long R. R. Some aspects of the flow of stratified fluids. II. Experiments with two-fluid system // *Tellus*. 1954. V. 6. P. 97–115.
2. Baines P. G. A unified description of two-layer flow over topography // *J. Fluid Mech.* 1984. V. 146. P. 127–167.
3. Ляпидевский В. Ю. Генерация длинных волн рельефом дна в двухслойном течении // *ПМТФ*. 1994. Т. 35, № 3. С. 34–47.
4. Сидоренко А. Д. Волновые адиабаты для сред с произвольным уравнением состояния // *Докл. АН СССР*. 1968. Т. 178, № 4. С. 818–821.
5. Тупчиев В. А. Задача о распаде произвольного разрыва для системы квазилинейных уравнений без условий выпуклости // *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. 1966. Т. 8, № 3. С. 527–547.
6. Wendroff B. The Riemann problem for materials with nonconvex equations of state. 1: Isentropic flow // *J. Math. Anal. and Appl.* 1972. V. 38, N 2. P. 454–466.

7. Cramer M. S. Shock splitting in single-phase gases // J. Fluid Mech. 1989. V. 199. P. 281–296.
8. Chandrasekar D., Prasad Ph. Transonic flow of a fluid with positive and negative nonlinearity through a nozzle // Phys. Fluids A. 1991. V. 3, N 3. P. 427–438.
9. Cramer M. S., Best L. M. Steady isentropic flows of dense gases // Phys. Fluids A. 1991. V. 3, N 1. P. 219–226.
10. Kluwick A. Transonic nozzle flow of dense gases // J. Fluid Mech. 1993. V. 247. P. 661–688.
11. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложение к газовой динамике. М.: Наука, 1978.
12. Борисов Ал. А., Борисов А. А., Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е. Эволюция волн разрежения вблизи термодинамической критической точки // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31, вып. 11. С. 619–623.

Поступила в редакцию 11/1 1995 г.
