

Численные исследования динамической адаптивной фазовой коррекции турбулентных искажений излучения и оценка их временных характеристик с помощью датчика Шэка–Гартмана

М.В. Волков^{1, 2}, В.А. Богачев¹, Ф.А. Стариков^{1, 2}, Р.А. Шнягин^{1*}

¹Российский федеральный ядерный центр – ВНИИ экспериментальной физики
607190, г. Саров, пр. Мира, 37

²Саровский физико-технический институт НИЯУ МИФИ
607186, г. Саров, ул. Духова, 6

Поступила в редакцию 20.04.2021 г.

Проведено численное исследование влияния быстродействия адаптивной оптической системы с датчиком волнового фронта Шэка–Гартмана на эффективность коррекции динамических фазовых искажений лазерного пучка, вызванных атмосферной турбулентностью. Предложена удобная с практической точки зрения оценка ширины полосы частот существенных турбулентных искажений с помощью датчика Шэка–Гартмана.

Ключевые слова: адаптивная оптическая система, датчик волнового фронта Шэка–Гартмана, фазовая коррекция лазерного пучка, атмосферная турбулентность; adaptive optical system, Shack–Hartmann wave-front sensor, phase correction of laser beam, atmospheric turbulence.

Введение

В настоящее время для решения задач фазовой коррекции пучка излучения (в частности, лазерного) широко используются адаптивные оптические системы (АОС) [1]. Для нахождения фазовой поверхности в классической АОС применяется датчик волнового фронта (ДВФ), например Шэка–Гартмана. ДВФ восстанавливает фазу из значений ее локальных наклонов, определяемых по смещению центров тяжести фокальных пятен в субапертурах.

Эффективность коррекции фазовых искажений в АОС зависит от ее пространственного и временного разрешения. Пространственное разрешение, в свою очередь, зависит от конфигурации адаптивного зеркала, а также от числа субапертур ДВФ. Для коррекции динамических искажений необходима ширина полосы частот АОС, которая определяется суммой времен экспозиции гартнограммы на фотоприемнике ДВФ τ_{exp} , математической обработки гартнограммы и вычисления управляющих напряжений τ_{cal} , подачи напряжений и отклика адаптивного зеркала τ_{res} . Время τ_{exp} зависит от чувствительности используемой камеры и мощности сигнала, τ_{cal} – от быстродействия вы-

числительного оборудования, τ_{res} – от параметров блока усиления напряжений и электромеханических свойств адаптивного зеркала.

Цель настоящей работы – численное исследование влияния быстродействия (ширины полосы частот) АОС с ДВФ Шэка–Гартмана на эффективность коррекции динамических фазовых искажений лазерного пучка, вызванных атмосферной турбулентностью, определение критерия необходимо-го быстродействия для эффективной работы АОС и возможности оперативной оценки этого критерия с помощью данных ДВФ.

1. Классические требования к быстродействию АОС

Согласно закону Колмогорова–Обухова пространственная структурная функция показателя преломления турбулентной атмосферы имеет вид [2]:

$$D_n(\rho) \equiv \langle (n(\mathbf{r}) - n(\mathbf{r} + \rho))^2 \rangle = C_n^2 \rho^{2/3}, \quad (1)$$

где $n(\mathbf{r})$ и $n(\mathbf{r} + \rho)$ – показатель преломления в точках \mathbf{r} и $\mathbf{r} + \rho$ соответственно; $\rho = |\rho|$; C_n^2 – структурная постоянная показателя преломления. Скобки $\langle \rangle$ обозначают усреднение по ансамблю реализаций.

Эволюцию показателя преломления в фиксированной точке пространства можно описать с помощью временной структурной функции

* Михаил Валерьевич Волков (wolf-87ph@yandex.ru); Владимир Александрович Богачев (bogachev.v@mail.ru); Федор Алексеевич Стариков (fstarikov@mail.ru); Роман Анатольевич Шнягин (shnyagin@yandex.ru).

$$D_n(\tau) = \left\langle |n(\mathbf{r}, t) - n(\mathbf{r}, t + \tau)|^2 \right\rangle, \quad (2)$$

где τ – промежуток времени между наблюдениями.

Эксперимент показывает, что продолжительность существования температурных неоднородностей, вызывающих неоднородности показателя преломления, значительно больше того времени, за которое они перемещаются под действием ветра. Это приближение, известное в литературе как гипотеза Тейлора [3], выражается формулой

$$n(\mathbf{r}, t + \tau) = n(\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau, t), \quad (3)$$

где \mathbf{v} – вектор скорости ветра. Тогда, подставляя (3) в (2), получаем

$$D_n(\tau) = \left\langle |n(\mathbf{r}, t) - n(\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau, t)|^2 \right\rangle = C_n^2 |\mathbf{v}\tau|^{2/3}. \quad (4)$$

Таким образом, временная структурная функция $D_n(\tau)$ получается подстановкой $\rho = \mathbf{v}\tau$ в пространственную структурную функцию $D_n(\rho)$.

В задачах фазовой коррекции лазерного пучка, прошедшего слой турбулентной атмосферы, наибольший интерес представляет структурная функция фазы излучения [4]:

$$D\varphi(\rho) = 6,88(\rho/r_0)^{5/3}, \quad (5)$$

где r_0 – радиус когерентности атмосферы (радиус Фрида).

Протяженную оптически неоднородную среду можно условно представить в виде тонких слоев, каждый из которых движется со своей скоростью ветра. Если ввести средневзвешенную скорость ветра

$$\langle v \rangle = \left[\frac{\int_0^Z C_n^2(h) v^{5/3}(h) dh}{\int_0^Z C_n^2(h) dh} \right]^{3/5}, \quad (6)$$

где Z – длина трассы, то по аналогии с (4) получаем

$$D_\varphi(\tau) = 6,88(\langle v \rangle \tau / r_0)^{5/3}, \quad (7)$$

Эволюция дисперсии фазы во времени определяется как [5]:

$$\sigma_\tau^2 = 6,88(\langle v \rangle \tau / r_0)^{5/3}. \quad (8)$$

Если ввести время когерентности фазовых искажений $\tau_0 = 0,314 r_0 / \langle v \rangle$ [6], для дисперсии флуктуаций локальной фазы во времени получим

$$\sigma_\tau^2 = (\tau / \tau_0)^{5/3}. \quad (9)$$

Еще одним параметром, характеризующим динамику турбулентных искажений, является частота Гринвуда [7], которая вычисляется по формуле

$$v_G = 2,31 \lambda^{-6/5} \left[\int_0^Z C_n^2(h) v^{5/3}(h) dh \right]^{3/5}, \quad (10)$$

где λ – длина волны. Учитывая, что

$$r_0 = \left[0,423 k^2 \int_0^Z C_n^2(h) dh \right]^{-3/5}, \quad (11)$$

получаем

$$v_G = 0,427 \langle v \rangle / r_0 = 0,134 / \tau_0. \quad (12)$$

Фазовая коррекция с помощью адаптивного зеркала неидеальна из-за конечности пространственного и временного разрешения АОС. Прежде всего, временное разрешение ограничивается тем фактом, что между регистрацией фазовой поверхности и установлением поверхности адаптивного зеркала проходит время $\tau_{\text{АОС}}$. В [8, 9] было показано, что дисперсия фазовой ошибки коррекции (в рад²) при идеальном пространственном разрешении в этом случае выражается как

$$\sigma^2 = (\tau_{\text{АОС}} / \tau_0)^{5/3}. \quad (13)$$

Число Штреля, характеризующее качество коррекции волнового фронта, можно вычислить по формуле [6]:

$$St = \exp\{-\sigma^2\}, \quad (14)$$

где σ^2 – дисперсия остаточных фазовых искажений. С учетом (13) из (14) получаем, что

$$St = \exp\left\{-\left(v_0 / v_{\text{АОС}}\right)^{5/3}\right\}, \quad (15)$$

где $v_{\text{АОС}} = \tau_{\text{АОС}}^{-1}$. Итак, зная частоту $v_0 = \tau_0^{-1}$, из (15) можно получить аналитическую оценку ширины полосы АОС $v_{\text{АОС}}$, требуемой для достижения заданного числа Штреля.

Рассмотренное выше время «задержки» $\tau_{\text{АОС}}$ из [8, 9] можно трактовать как время замкнутого цикла работы АОС тем приближеннее, чем дальше коррекция от идеальной. Адаптивное зеркало изменяет свою форму не мгновенно, и время регистрации гартманогаммы в ДВФ τ_{exp} не равно нулю, как полагалось при выводе (13). Истинное время замкнутого цикла работы АОС $\tau_{\text{АОС}}$ есть сумма времени τ_{exp} и времени «задержки» $\tau_{\text{cal}} + \tau_{\text{res}}$. Время «задержки» в конкретной АОС фиксировано, а изменение $\tau_{\text{АОС}}$ часто происходит за счет изменения времени τ_{exp} – в силу известной проблемы слабого сигнала, требующей увеличивать время его накопления в фотоприемнике ДВФ. Конечность τ_{exp} оказывает дополнительное влияние на качество фазовой коррекции.

2. Моделирование динамики фазового фронта прошедшего турбулентную трассу пучка

Моделирование турбулентности в стационарном режиме или в приближении «замороженной» атмосферы основано на методе фазовых экранов.

Моделирование эволюции фазовых экранов во времени требует больших вычислительных затрат. Так как двумерные спектры фазы излучения, прошедшего толстый и тонкий слой атмосферной турбулентности, отличаются только коэффициентом, динамику волнового фронта можно смоделировать как динамику одного фазового экрана. Такой подход игнорирует появление амплитудных неоднородностей; полагаем, что на угловую расходимость излучения они влияют слабо.

Распределение фазы лазерного пучка, прошедшего турбулентную оптическую среду, с помощью спектрально-фазового метода записывается следующим образом [10]:

$$\varphi(i, j) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} F(l, m) \exp(i g(l, m)) \exp\left[i 2\pi \left(\frac{li}{L} + \frac{mj}{M}\right)\right], \quad (16)$$

где $g(l, m)$ – некоррелированное двумерное случайное поле («белый шум»); $F(l, m)$ – удовлетворяющая условию $|F(l, m)|^2 = \Phi(\kappa_{l, m}) \Delta \kappa^2$ спектральная амплитуда, $\kappa_{l, m} = \Delta \kappa \sqrt{l^2 + m^2}$, $\Phi(\kappa_{l, m})$ – спектральная плотность, соответствующая колмогоровскому закону.

Выполнение гипотезы Тейлора (3) требует реализации одинакового пространственного сдвига $\Delta r(t) = vt$ за время t всех пространственных гармоник фазового фронта. Гармоника $f_{\kappa}(r, t=0) = A_{\kappa} \sin(2\pi \kappa r + \phi_{\kappa}^0)$ с пространственной частотой κ через время t приобретает вид

$$f_{\kappa}(r, t) = A_{\kappa} \sin(2\pi \kappa (r + \Delta r(t) + \phi_{\kappa}^0)) = A_{\kappa} \sin(2\pi \kappa (r + vt) + \phi_{\kappa}^0) = A_{\kappa} \sin(2\pi \kappa r + \phi_{\kappa}(t)). \quad (17)$$

Таким образом, для выполнения гипотезы Тейлора необходимо, чтобы фаза гармоники $f_{\kappa}(r, t)$ с пространственной частотой κ зависела от времени как $\phi_{\kappa}(t) = 2\pi \kappa vt + \phi_{\kappa}^0$. Фазы пространственных гармоник определяют массив $g(l, m)$. Его динамика задается выражением

$$g_{l, m}(t + \Delta t) = g_{l, m}(t) + \frac{2\pi l}{L} v_x \Delta t + \frac{2\pi m}{L} v_y \Delta t, \quad (18)$$

где $2\pi l/L$ и $2\pi m/L$ – пространственные частоты гармоники; L – размер области; v_x и v_y – компоненты скорости ветра \mathbf{v} по осям x и y .

На рис. 1 показана эволюция фазы $\varphi(i, j)$ в квадратной апертуре $L = 70$ см при спектре фон Кармана, равномерном изменении фаз всех пространственных гармоник согласно (18), скоростях ветра $v_x = 1,3$ м/с и $v_y = 0,13$ м/с. Из рис. 1 виден сдвиговый характер изменения фазовой картины, определяемый ветровым «сносом» фазы.

Полагаем, что лазерный пучок в ближней зоне имеет однородное распределение интенсивности в квадратной апертуре $L = 70$ см. На рис. 2, а представлено усредненное в течение 5 с (3000 кадров) распределение интенсивности лазерного излучения в дальней зоне.

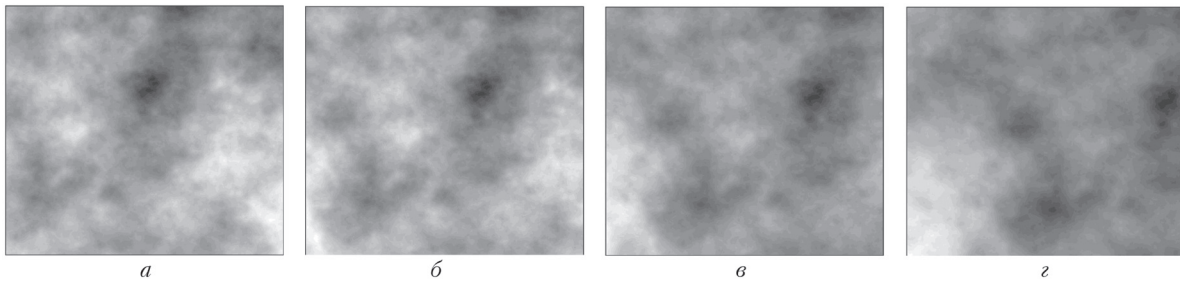


Рис. 1. Эволюция фазового фронта при выполнении гипотезы Тейлора при $t = 0$ (а); 67 (б); 133 (в); 200 мс (г)

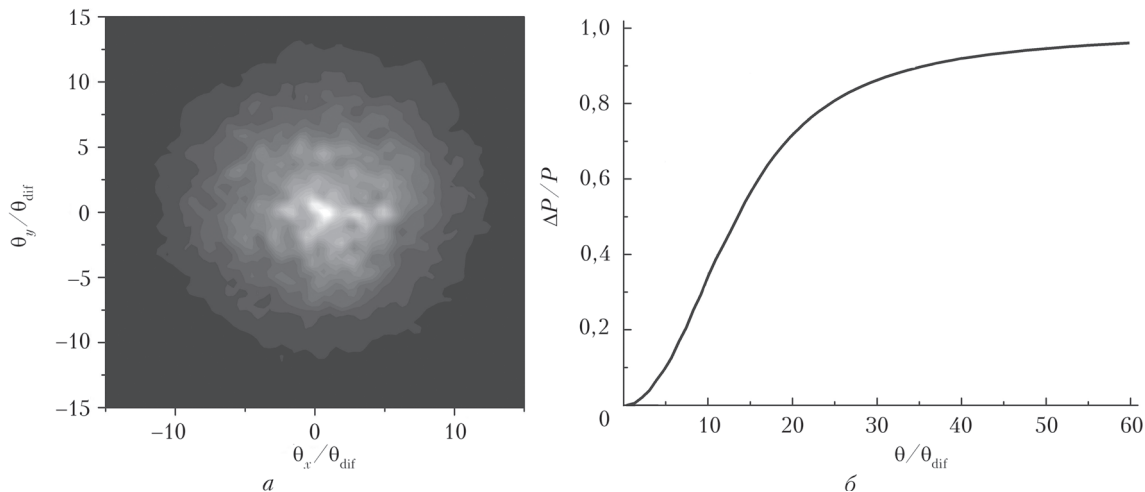


Рис. 2. Усредненное распределение интенсивности лазерного излучения в дальней зоне (а); зависимость доли мощности от полного угла (б)

На рис. 2, б приведена зависимость доли мощности лазерного излучения от угла (здесь и далее θ_{dif} — полный дифракционный угол, в котором содержится 50% мощности излучения). Влияние турбулентности существенное, угловой размер пятна в дальней зоне составляет 16,6 мкрад по уровню 50% мощности ($\sim 14\theta_{\text{dif}}$). Известно [4–6], что лазерное излучение, прошедшее турбулентный слой, образует в дальней зоне пятно с характерным угловым размером λ/r_0 , откуда для $\lambda \approx 1$ мкм имеем $r_0 \approx 6$ см.

На рис. 3, а показан временной спектр мощности флуктуаций локальной фазы, усредненный по апертуре. В рамках гипотезы Тейлора пространственная частота каждой гармоники связана с ее временной частотой ν через скорость ветра. На основании этого можно определить временные границы инерционного интервала турбулентности, в котором спектр фазы характеризуется степенной зависимостью от частоты с показателем $-8/3$ [11] (прямая на рис. 3, а). Нижняя граница инерционного интервала $\sim 1,5$ Гц определяется отношением скорости ветра к L , верхняя граница ~ 1 кГц — отношением скорости ветра к шагу счетной сетки. На рис. 3, б представлен нормированный интеграл от спектра мощности фазы, т.е. «энергия» турбу-

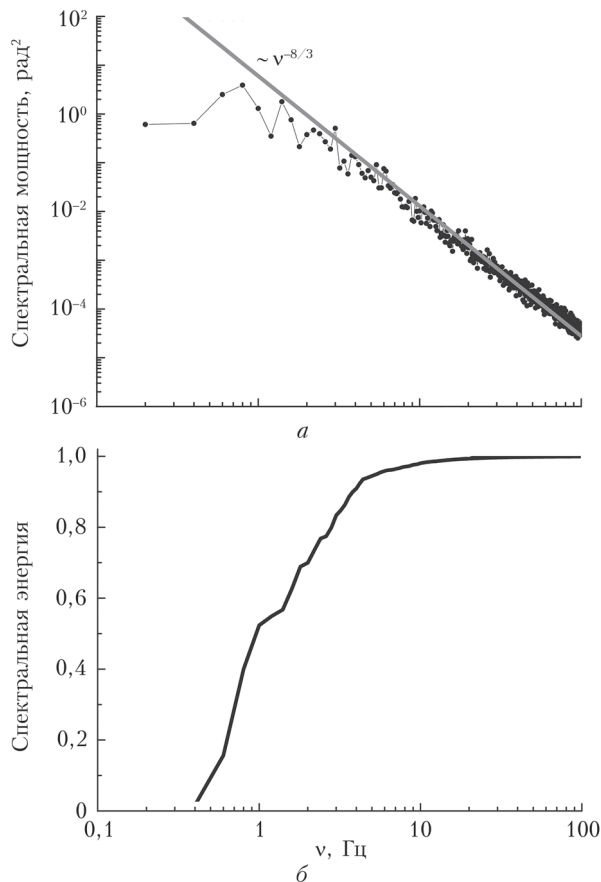


Рис. 3. Средний спектр мощности флуктуаций фазы (а) и нормированный интеграл от спектра мощности фазы (б)

лентности. Спектральная «энергия» «насыщается» при частоте около 10 Гц: наличие более быстрых гармоник в спектре фазы не увеличивает расходимость лазерного пучка. Определим ширину полосы динамических турбулентных искажений ν_{turb} как частоту, в пределах которой содержится подавляющая часть «энергии» флуктуаций фазы лазерного пучка. В таком случае $\nu_{\text{turb}} \approx 10$ Гц.

3. Моделирование фазовой коррекции в АОС с конечным быстродействием

Рассмотрим адаптивное зеркало с идеальным пространственным разрешением. В этом случае расходимость лазерного пучка при коррекции динамических искажений фазы будет определяться только временным разрешением АОС. Ширину полосы частот АОС определим как $\nu_{\text{AOS}} = 1/\tau_{\text{AOS}}$, где $\tau_{\text{AOS}} = \tau_{\text{exp}} + \tau_{\text{cal}} + \tau_{\text{res}}$ — определенное выше время замкнутого цикла. Положим $\tau_{\text{cal}} = \tau_{\text{res}} = \Delta t$, где $\Delta t = 1,66$ мс — временной шаг. Варьировать τ_{AOS} будем, меняя время экспозиции τ_{exp} . Например, при минимальном $\tau_{\text{exp}} = \Delta t$ имеем $\nu_{\text{AOS}} = 200$ Гц. В такой постановке суммарное время $\tau_{\text{cal}} + \tau_{\text{res}}$ много меньше характерного времени турбулентного изменения фазы $1/\nu_{\text{turb}} = 100$ мс. В обратной ситуации, когда $\tau_{\text{cal}} + \tau_{\text{res}}$ сравнимо или больше $1/\nu_{\text{turb}}$, максимально достижимая эффективность динамической коррекции будет снижаться.

На рис. 4, а показана зависимость среднеквадратичного отклонения (СКО) волнового фронта лазерного пучка σ при коррекции идеальным адаптивным зеркалом от отношения ν_{AOS} к ν_{turb} ($\nu_{\text{turb}} = 10$ Гц). СКО фазы лазерного пучка меньше $\lambda/8$ при $\nu_{\text{AOS}}/\nu_{\text{turb}} > 10$. На рис. 4, б и в показаны зависимости отношения расходимости лазерного излучения (по уровню 50% энергии) к дифракционной расходимости и числа Штреля от $\nu_{\text{AOS}}/\nu_{\text{turb}}$. На рис. 4, в также даны аналитические зависимости, рассчитанные по формуле (14) с использованием σ из рис. 4, а, а также по формуле (15). При значениях $\nu_{\text{AOS}}/\nu_{\text{turb}} < 0,1$ работа АОС не сказывается на качестве пучка, он не корректируется. С ростом $\nu_{\text{AOS}}/\nu_{\text{turb}}$ от 0,1 до 1 наблюдается даже некоторый рост расходимости при коррекции, и только при $\nu_{\text{AOS}}/\nu_{\text{turb}} \sim 1$ рост расходимости сменяется ее монотонным спадом. Снижение расходимости от исходной наблюдается при $\nu_{\text{AOS}}/\nu_{\text{turb}} > 2$. При $\nu_{\text{AOS}}/\nu_{\text{turb}} = 20 \div 30$ число Штреля при коррекции достигает величины $0,75 \div 0,8$, а расходимость излучения в $2 \div 1,8$ раза превышает дифракционную. Таким образом, в случае колмогоровского спектра флуктуаций фазы лазерного пучка фазовая коррекция высокоэффективна, когда ν_{AOS} более чем на порядок превышает ν_{turb} .

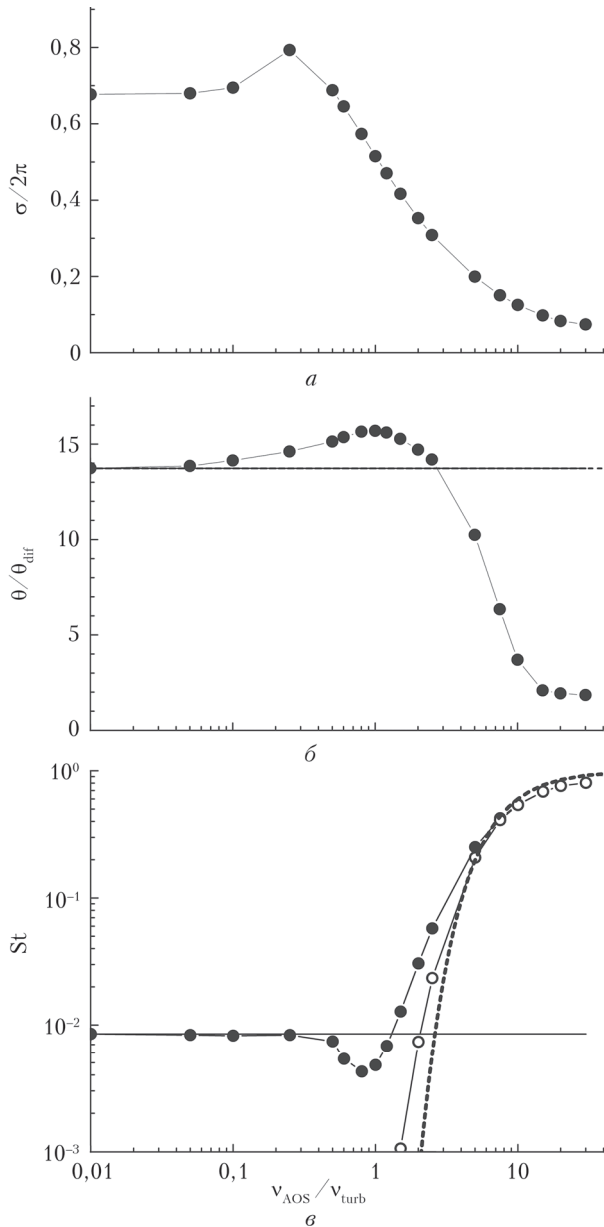


Рис. 4. Зависимость СКО волнового фронта (*a*), отношения расходимости лазерного излучения к дифракционной расходимости (*b*) и числа Штреля (*c*) лазерного пучка при коррекции от ширины полосы частот АОС: темные маркеры – численный расчет; светлые маркеры – зависимость (14) с σ из рис. 4, *a*; штриховая кривая – зависимость (15)

На рис. 5, *a* приведен частотный спектр флуктуаций фазы лазерного пучка до и при коррекции с $v_{\text{AOC}} = 200$ Гц. На рис. 5, *b* дана зависимость среднего по времени значения модуля коэффициентов разложения волнового фронта лазерного пучка по полиномам Цернике от номера полинома N_z до и при коррекции с $v_{\text{AOC}} = 25$ Гц. Видно, что при динамической коррекции фазовых искажений происходит уменьшение спектральной мощности временных гармоник фазы, частота которых меньше $\sim v_{\text{AOC}}/10$. Спектральная мощность более высоких гармоник фазы, наоборот, увеличивается из-за мо-

дуляции частотой коррекции v_{AOC} . Поскольку каждая пространственная гармоника имеет свою временную частоту, при фазовой коррекции с конечным быстродействием наблюдается уменьшение амплитуды только тех динамических фазовых искажений, за которыми «успевает» АОС.

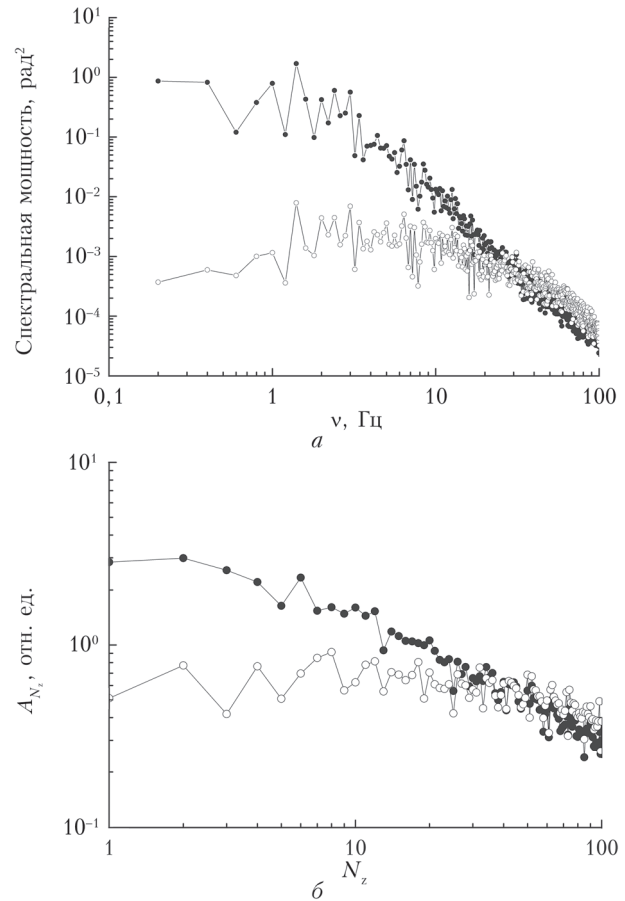


Рис. 5. Зависимости до (темные маркеры) и при (светлые маркеры) коррекции спектральной мощности флуктуаций фазы от частоты при $v_{\text{AOC}} = 200$ Гц (*a*) и средней амплитуды коэффициентов разложения волнового фронта по полиномам Цернике от номера полинома при $v_{\text{AOC}} = 25$ Гц (*b*)

Отметим, что аналитические оценки (14) и (15) близки к расчетным числам Штреля в области их высоких значений, поэтому полученные расчетные результаты не противоречат предельным теоретическим представлениям. Различие при умеренных и низких значениях чисел Штреля говорит о неприменимости здесь формулы (14).

4. Оценка ширины полосы частот турбулентности с помощью ДВФ Шэка–Гартмана

С помощью ДВФ Шэка–Гартмана можно определить радиус Фрида. Первый способ [12] основан на измерении разности углов наклона волнового фронта излучения на двух субапертурах ДВФ.

Второй способ [13] заключается в измерении дисперсии разности угловых смещений «центров тяжести» изображений от двух субапертур. На рис. 6 показана зависимость радиуса Фрида r_0 от размера субапертуры ДВФ s , вычисленная двумя способами. Радиус Фрида, полученный с помощью ДВФ, как и при оценке выше, составил 6 см. При этом увеличение размера субапертуры ДВФ до 14 см незначительно влияет на r_0 . Объясняется это тем, что при отношении $s/r_0 < 4$ основное влияние на фокальное пятно оказывают наклоны волнового фронта [14]. Заметим, что, согласно (12), $v_G = 9,3$ Гц, $1/\tau_0 = 69$ Гц, тогда (см. рис. 4, в) при $v_{AOS} = v_G$ и $v_{AOS} = 1/\tau_0$ имеем при коррекции $\theta/\theta_{dif} = 15,7$; $St = 0,004$ и $\theta/\theta_{dif} = 7$; $St = 0,4$ соответственно, т.е. в той или иной степени далекое от идеала качество пучка.

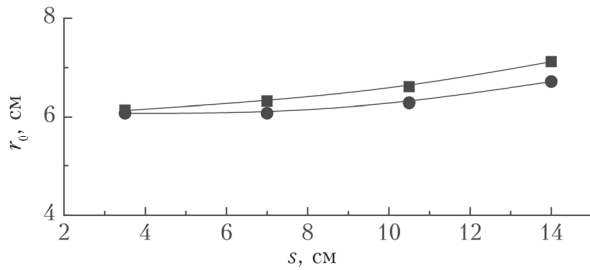


Рис. 6. Зависимость определенного по [12] (квадраты) и [13] (круги) радиуса Фрида от размера субапертуры ДВФ

Выше ширина полосы частот турбулентных искажений была определена на основе флуктуаций локальной фазы лазерного пучка. В эксперименте непосредственно зарегистрировать динамику флуктуаций фазы в точке не представляется возможным, ее надо восстанавливать из гартнограмм. При эффективной динамической фазовой коррекции АОС формирует плоский волновой фронт на выходе системы за счет удержания пятен гартнограммы в референсных позициях во времени. Поэтому определенный вывод о ширине полосы существенных турбулентных искажений можно

сделать из простого анализа динамики центроидов гартнограммы [15].

Координаты центроида на субапертуре ДВФ в момент времени t можно выразить через средние частные производные от волнового фронта $\varphi(x, y, t)$ по соответствующим координатам

$$x_0(t) = \frac{f}{k} \left\langle \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial x} \right\rangle, \quad y_0(t) = \frac{f}{k} \left\langle \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial y} \right\rangle, \quad (19)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; f – фокусное расстояние микролинзы; $\langle \rangle$ – усреднение по субапертуре.

Когда размер субапертуры ДВФ $s < 4r_0$ [14], волновой фронт $\varphi(x, y, t)$ в пределах субапертуры хорошо аппроксимируется плоскостью, т.е. линейно зависит от координат x и y . Тогда величины градиентов в (19) постоянны по всей субапертуре, и распределение фазы в плоскости микролинзы можно записать как

$$\varphi(x, y, t) \approx \frac{k}{f} x_0(t)x + \frac{k}{f} y_0(t)y + \varphi_0(t). \quad (20)$$

Коэффициенты $kx_0(t)/f$ и $ky_0(t)/f$ определяют локальный наклон волнового фронта по осям x и y , а $\varphi_0(t)$ – средний уровень фазы в субапертуре. Из (20) видно, что временной спектр флуктуаций локальной фазы (например, в центре субапертуры) определяется спектром флуктуаций центроида $x_0(t)$ и $y_0(t)$ в субапертуре, за исключением влияния $\varphi_0(t)$. Ясно, что роль $\varphi_0(t)$ будет заметна только при размерах s , существенно меньших r_0 , а при приближении s к r_0 ее влиянием можно пренебречь. Поэтому представляет интерес уточнить, как с помощью ДВФ на основе анализа динамики центроида оценить ширину полосы динамических искажений фазы.

На рис. 7 приведена спектральная мощность флуктуаций центроида по оси x от частоты при различном размере субапертуры ДВФ. Для сравнения здесь также дан спектр колебаний центра масс пучка в дальней зоне (фактически ДВФ

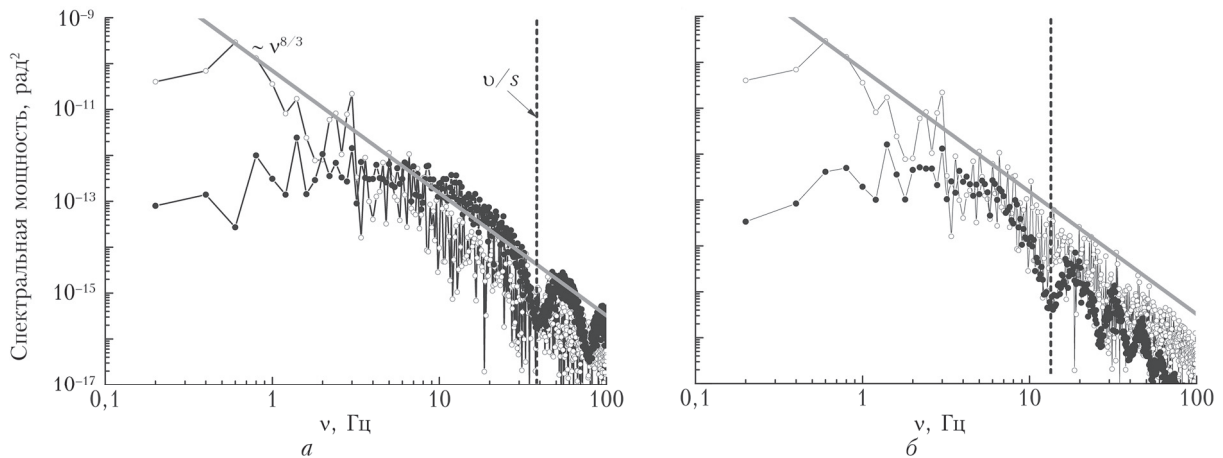


Рис. 7. Спектральная мощность флуктуаций центроида (темные маркеры) и центра масс пучка в дальней зоне (светлые маркеры) по оси x от частоты при $s = 3,5$ (а) и $10,5$ см (б)

с одной субапертурой) по оси x . Степенная колмогоровская зависимость $\nu^{-8/3}$ на рис. 7 показана наклонной прямой. Вертикальная пунктирная прямая соответствует частоте ν/s , на которой наблюдается провал в спектре колебаний центроида, так как колебание с периодом, равным размеру субапертуры ДВФ, не приводит к отклонению центроида (аналогична ситуация и для гармоник $n\nu/s$, где n – целое число). Если период гармоники заметно больше s , то амплитуда соответствующей компоненты в спектре равна амплитуде гармоники, в противном случае амплитуда соответствующей компоненты в спектре меньше амплитуды гармоники. В пределе гармоника с малым периодом вообще не приводит к отклонению центроида. Это объясняет факт, что увеличение s приводит к уменьшению амплитуды спектра колебаний центроида на рис. 7. В расчетах внешний масштаб турбулентности близок к размеру апертуры пучка, поэтому все пространственные гармоники слабо влияют на амплитуду колебаний центра масс пучка в дальней зоне. По этой причине провалов в спектре флуктуаций центра масс пучка в дальней зоне не наблюдается.

На рис. 8 показаны нормированные интегралы от суммы спектров флуктуаций центроида по осям x и y при различном размере субапертуры ДВФ. Также для сравнения показан интеграл от суммы спектров колебаний центра масс пучка в дальней зоне и интеграл от спектра флуктуаций локальной фазы. Видно, что с ростом апертуры уменьшается частота, на которой насыщается интеграл от суммы спектров колебаний центроида. Скорость пространственного сдвига по оси x на порядок превышает скорость по оси y , поэтому спектр мощности колебаний центроида по оси y имеет меньшие амплитуду и область локализации по сравнению с рис. 7. При изменении направления скорости ветра ширина полосы турбулентности ν_{turb} , определенная

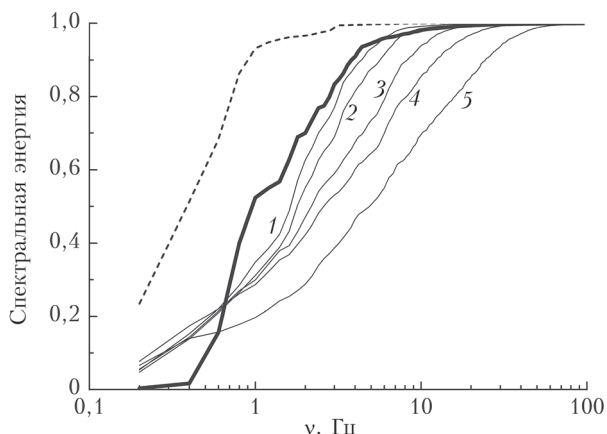


Рис. 8. Нормированные интегралы от суммы спектров флуктуаций центра масс пучка в дальней зоне (штриховая кривая) и центроида (тонкие кривые) по осям x и y при размере субапертуры ДВФ $s = 14$ (1); 10,5 (2); 6 (3); 3,5 (4); 1,75 см (5); полужирная кривая – интеграл от спектра флуктуаций локальной фазы

на основе суммы спектров колебаний центроида по осям x и y как частота, в пределах которой содержится $\sim 95\%$ энергии, должна сохранять свое значение с точностью до множителя, не превышающего $\sqrt{2}$.

На рис. 9 представлена зависимость частоты, в пределах которой содержится $\sim 95\%$ спектральной энергии флуктуаций центроида (интеграла от суммы спектров флуктуаций центроида по осям x и y) от отношения размера субапертуры ДВФ к радиусу Фрида s/r_0 .

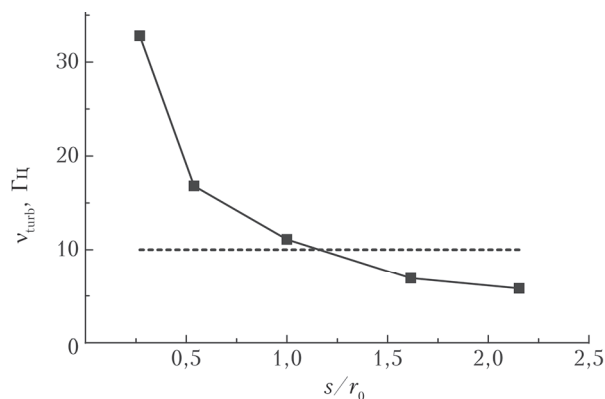


Рис. 9. Зависимость частоты, в пределах которой содержится $\sim 95\%$ спектральной энергии флуктуаций центроида (квадраты), от отношения размера субапертуры ДВФ к радиусу Фрида; штриховая линия – уровень, определенный по флуктуациям фазы лазерного пучка (см. разд. 2)

Поскольку размер фокального пятна для лазерного пучка, прошедшего слой колмогоровской турбулентности, примерно соответствует λ/r_0 , то и размер субапертуры при измерении ширины полосы турбулентности должен быть близок к радиусу Фрида. При таком размере в спектр флуктуаций центроида вносят вклад только те пространственные гармоники, которые вносят вклад и в расходимость лазерного пучка. Нет смысла компенсировать более быстрые пространственные гармоники – их амплитуда мала. При размере субапертуры, равном радиусу Фрида, ширина полосы турбулентности, измеренная с помощью ДВФ, с хорошей точностью совпадает с шириной полосы турбулентности, определенной на основе флуктуаций локальной фазы.

Заключение

Проведено численное исследование динамической фазовой коррекции искаженного атмосферной турбулентностью лазерного пучка в АОС с ДВФ Шэка–Гартмана. Пространственный спектр турбулентных искажений соответствует колмогоровской модели; расходимость излучения в 14 раз превышает дифракционный предел. Динамика фазового фронта лазерного пучка моделировалась на основе гипотезы Тейлора, учитывающей ветровой сдвиг фазы.

Выполнен спектральный анализ локальных флуктуаций фазы излучения, и в качестве временной характеристики турбулентных фазовых искажений использована характерная частота ν_{turb} , в пределах которой содержится подавляющая часть (~95%) спектральной «энергии» флуктуаций фазы лазерного пучка. При коррекции фазовых искажений с помощью адаптивного зеркала с идеальным пространственным разрешением быстродействие АОС характеризовалось с помощью ширины полосы частот $\nu_{\text{АОС}}$, обратной времени замкнутого цикла; $\nu_{\text{АОС}}$ изменялось за счет изменения длительности экспозиции фотоприемника ДВФ. Получено, что фазовая коррекция высокоэффективна, когда $\nu_{\text{АОС}}$ более чем на порядок величины превышает ν_{turb} . Показано, что в этом случае число Штреля выражается через дисперсию флуктуаций фазы согласно классическим представлениям. При умеренном и низком уровне коррекции аналитическое описание числа Штреля неприменимо.

Проведено численное исследование возможности простой оперативной оценки ширины полосы турбулентных искажений ν_{turb} с помощью ДВФ Шэка–Гартмана. В качестве оценки предложена частота, в пределах которой содержится ~95% спектральной «энергии» от суммы спектров колебаний центра ДВФ по осям x и y . Определенная таким образом ширина полосы турбулентности слабо зависит от направления скорости ветра и при s , близком к r_0 , совпадает с ν_{turb} . С уменьшением субапертуры оценка завышается, например при $s/r_0 = 0,5$ завышение составляет около 50%.

Работа поддержана ГК «Росатом» (проект ЕОТП-ЛТ-386) в рамках научной программы Национального центра физики и математики.

1. Лукин В.П. Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // Успехи физ. наук. 2014. Т. 186, № 6. С. 599–640.

2. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30, № 4. С. 299–303.
3. Taylor G.I. The spectrum of turbulence // Proc. Roy. Soc. 1938. V. A164, N. 919. P. 476–490.
4. Fried D.L. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures // J. Opt. Soc. Am. 1966. V. 56, N 10. P. 1372–1379.
5. Roddier F. Adaptive optics in astronomy. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 419 p.
6. Hardy J.W. Adaptive optics for astronomical telescopes. N.Y.: Oxford University Press, 1998. 445 p.
7. Greenwood D.P. Bandwidth specification for adaptive optics systems // J. Opt. Soc. Am. 1977. V. 67, N 3, P. 390–393.
8. Fried D.L. Time-delay-induced mean-square error in adaptive optics // J. Opt. Soc. Am. A. 1990. V. 7, N 7. P. 1224–1225.
9. Karr T.J. Temporal response of atmospheric turbulence compensation // Appl. Opt. 1991. V. 30, N 4. P. 363–364.
10. Кандидов В.П. Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166, № 12. С. 1309–1388.
11. Greenwood D.P., Fried D.L. Power spectra requirements for wave-front-compensative systems // J. Opt. Soc. Am. 1976. V. 66, N 3 P. 193–206.
12. Fried D.L. Differential angle of arrival: Theory, evaluation and measurement feasibility // Radio Sci. 1975. V. 10, N 1. P. 71–76.
13. Антошкин Л.В., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Дифференциальный измеритель параметров атмосферной турбулентности // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11, № 11. С. 1219–1223.
14. Лукин В.П. Адаптивная коррекция изображения некогерентного источника-объекта // Квант. электрон. 2019. Т. 49, № 2, С. 162–168.
15. Рукосуев А.Л., Белоусов В.Н., Никитин А.В., Шелдакова Ю.В., Кудряшов А.В., Богачев В.А., Волков М.В., Гаранин С.Г., Стариков Ф.А. Быстрая адаптивная оптическая система для коррекции волнового фронта лазерного излучения, искаженного атмосферной турбулентностью // Квант. электрон. 2020. Т. 50, № 8, С. 707–709.

M.V. Volkov, V.A. Bogachev, F.A. Starikov, R.A. Shnyagin. Numerical simulation of dynamical adaptive phase correction of turbulent radiation distortions and estimation of their temporal characteristics with the help of Shack–Hartmann wavefront sensor.

The effect of limited operating speed of the adaptive optics system with a Shack–Hartmann wavefront sensor (WFS) on the correction efficiency of dynamical laser beam phase distortions caused by the atmospheric turbulence is numerically studied. Estimation of frequency bandwidth of essential turbulent distortions with the help of WFS has been proposed, which is convenient from a practical point of view.