

КОМПАКТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ЗАДАЧИ ЛЭМБА НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Полученное в [1] и ставшее классическим выражение для функции Грина задачи о смещениях дневной поверхности, инициируемых взрывом в однородной вмещающей среде, записывается в виде суммы трех слагаемых. Одно из них представляет собой решение Буссинеска для полупространства, предполагающее, что возмущение распространяется мгновенно [2]; другое содержит типичные рэлеевские компоненты; третье записывается в виде некоторых вещественных интегралов. Это представление функции Грина удобно с точки зрения физической трактовки процесса распространения сейсмических волн в среде и позволяет быстро и эффективно рассчитывать смещения вдали от фронта волны. Однако оно неоптимально при расчете смещений вблизи фронта волны вдали от эпицентра взрыва, где указанные слагаемые в окрестности фронта заметно погашают друг друга.

Для устранения отмеченной трудности предпринята описанная в настоящей работе попытка получить более компактное представление обсуждаемой функции Грина, в котором не содержалось бы такой компенсации отдельных членов. С этой целью в исходных формулах изменен в духе метода Лэмба принятый в [1] порядок интегрирования по частоте и волновому вектору. Возможность такой перестановки порядка интегрирования при должном выборе контуров интегрирования доказана в [3] в связи с сопоставлением метода неполного разделения переменных с методом комплексных решений Смирнова — Соболева [4]. В этом смысле данная работа — естественное развитие подхода, намеченного в [3], и конкретная иллюстрация известной эквивалентности разных форм решения сейсмологических задач [5].

1. При выполнении промежуточных расчетов удобнее работать с функцией Грина $\chi_{r,z}$, отвечающей δ -образному сигналу по смещению, и лишь затем перейти к привычному линейно нарастающему сигналу по смещению или единичному сигналу в виде функции Хевисайда для скоростей смещения. Поэтому рассмотрим функции

$$(1.1) \quad \chi_r(\tau) = \frac{R_0^2 c_p}{2\pi \gamma^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_p e^{-iR_\Phi k_p k_p^2} \int_{C(k)} k^2 J_1(kr) \frac{v_s e^{-v_p H}}{\left(k^2 - \frac{1}{2} k_s^2\right)^2 - k^2 v_p v_s} dk,$$

$$\chi_z(\tau) = \frac{R_0^2 c_p}{2\pi \gamma^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_p e^{-iR_\Phi k_p k_p^2} \int_{C(k)} k J_0(kr) \frac{\left(k^2 - \frac{1}{2} k_s^2\right) e^{-v_p H}}{\left(k^2 - \frac{1}{2} k_s^2\right)^2 - k^2 v_p v_s} dk.$$

Здесь H — глубина заложения заряда; r — эпицентральное расстояние от точки наблюдения на дневной поверхности до очага взрыва; R_0 — упругий радиус, на котором задается функция источника; $R_\Phi = c_p \tau + R_0$ — радиус фронта волны; время τ отсчитывается от начала работы источника на сфере указанного радиуса R_0 ; $\gamma = c_s/c_p$ — отношение скоростей распространения во вмещающей среде поперечных и продольных сейсмических волн; $k_{p,s} = \omega/c_{p,s}$; ω — угловая частота; k — горизонтальная компонента волнового вектора.

Величины $v_{p,s} = \sqrt{k^2 - k_{p,s}^2}$ определяют затухание неоднородных или комплексных сейсмических волн при их удалении от источника (в случае рэлеевских волн от дневной поверхности) по вертикальной оси. При $k^2 < k_p^2$ для продольных волн и при $k^2 < k_s^2$ для поперечных эти величины переходят в домноженные на мнимую единицу вертикальные компоненты $\kappa_{p,s}$ волновых векторов. Контур интегрирования $C(k)$ в (1.1) выбирается таким образом, чтобы для положительных частот $\kappa_{p,s} = -\sqrt{k_{p,s}^2 - k^2}$, для отрицательных $\kappa_{p,s} = \sqrt{k_{p,s}^2 - k^2}$. Это отвечает тому, что на больших глубинах в среде присутствуют только уходящие от свободной поверхности волны. Ось z считается направленной вверх. Начало координат размещается в эпицентре взрыва.

Указанные условия выполняются, если контур $C(k)$ взять проходящим параллельно действительной оси под ней для положительных частот и над ней для отрицательных. Такой выбор контуров интегрирования согласуется с предлагаемыми в [6] для решения подобных задач разрезами комплексной плоскости переменной k . На действительной оси эти разрезы располагаются на промежутках $0 < k < |k_p|$ для продольных волн и $0 < k < |k_s|$ для поперечных.

Функции Грина (1.1) взяты за исходные для того, чтобы область нулевых частот, где происходит смена контура интегрирования, не вносила в них вклада. Отметим также, что выбранные контуры обеспечивают, как и положено, вещественность функций $\chi_{r,z}$. Поэтому реально в (1.1) можно ограничиться интегрированием только по положительным частотам, взяв затем от полученного результата удвоенную реальную часть.

Для всех положительных частот контур интегрирования по k единый. В силу этого, положив $k = k_p y$, можно переписать (1.1) в виде

$$(1.2) \quad \chi_r(\tau) = \frac{R_0^2 c_p}{\pi \gamma^2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{C(y)} \frac{y^2 \sqrt{y^2 - a^2} dy}{\left(y^2 - \frac{1}{2} a^2\right)^2 - y^2 \sqrt{y^2 - 1}} \times \right. \\ \left. \times \int_0^\infty J_1(ryk_p) e^{-(H\sqrt{y^2-1} + iR_\Phi)k_p k_p^2} dk_p \right\}, \\ \chi_z(\tau) = \frac{R_0^2 c_p}{\pi \gamma^2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{C(y)} \frac{y \left(y^2 - \frac{1}{2} a^2\right) dy}{\left(y^2 - \frac{1}{2} a^2\right)^2 - y^2 \sqrt{y^2 - 1} \sqrt{y^2 - a^2}} \times \right. \\ \left. \times \int_0^\infty J_0(ryk_p) e^{-(H\sqrt{y^2-1} + iR_\Phi)k_p k_p^2} dk_p \right\}.$$

Разрезы для корневых функций в этом выражении располагаются на действительной оси на промежутках $(0, 1)$ и $(0, a)$, где $a = 1/\gamma$. Контур интегрирования $C(y)$ проходит параллельно вещественной оси под ней.

Заменим теперь один из множителей k_p в (1.2) производной по времени, а второй — пространственными производными по r для χ_r и по H для χ_z и вычислим внутренние интегралы. В результате имеем

$$(1.3) \quad \chi_r(\tau) = -\frac{R_0^2}{\pi \gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial r} \operatorname{Re} \left\{ \int_{C(y)} \frac{iy \sqrt{y^2 - a^2} dy}{\left(y^2 - \frac{1}{2} a^2\right)^2 - y^2 \sqrt{y^2 - 1} \sqrt{y^2 - a^2}} \frac{1}{R(y)} \right\}, \\ \chi_z(\tau) = -\frac{R_0^2}{\pi \gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial H} \operatorname{Re} \left\{ \int_{C(y)} \frac{iy \left(y^2 - \frac{1}{2} a^2\right) dy}{\left(y^2 - \frac{1}{2} a^2\right)^2 - y^2 \sqrt{y^2 - 1} \sqrt{y^2 - a^2}} \frac{1}{\sqrt{y^2 - 1} R(y)} \right\},$$

где $R(y) = \sqrt{r^2 y^2 + (H \sqrt{y^2 - 1} + iR_\Phi)^2}$.

Для дальнейшего удобно дополнить контур $C(y)$ четвертью окружности бесконечно большого радиуса, соединяющей действительную положительную полуось с мнимой отрицательной полуосью. Интегралы по такой дуге в (1.3) конечны, но не зависят от времени. Поэтому функции $\chi_{r,z}$ при указанном изменении контура интегрирования не меняются.

Заметим далее, что если волна еще не вышла в точку наблюдения, т. е. гипоцентральное расстояние $R = \sqrt{r^2 + H^2} > R_\Phi$, то точки ветвления корня $R(y)$ располагаются на вещественной оси. Действительно,

преобразуя обсуждаемый корень к виду

$$(1.4) \quad R(y) = R \sqrt{\frac{r^2}{R^2} \left(1 - \frac{R_\Phi^2}{R^2}\right) - \left(\sqrt{1-y^2} - \frac{R_\Phi H}{R^2}\right)^2},$$

находим, что его подкоренное выражение обращается в нуль в точках y_0 , определяемых уравнением

$$(1.5) \quad \sqrt{1-y_0^2} = \frac{R_\Phi H}{R^2} \pm \frac{r}{R} \sqrt{1 - \frac{R_\Phi^2}{R^2}}.$$

Правая часть последнего, как нетрудно проверить, меньше единицы. Следовательно, точки ветвления данного корня размещаются на промежутке действительной оси $(-1, 1)$ и не препятствуют произвольной деформации контура $C(y)$ в четвертом квадранте. Совместим этот контур с мнимой отрицательной полуосью. На ней подкоренное выражение в (1.4) в силу замечания о величине правой части уравнения (1.5) отрицательно. Поэтому интегралы в (1.3) при условии $R_\Phi < R$ чисто мнимые и не дают вклада в $\chi_{r,z}$, которые, таким образом, в соответствии с принципом причинности оказываются равными нулю при $R_\Phi < R$.

Если $R_\Phi > R$, то подынтегральные функции в (1.3) чисто мнимые на участке действительной оси $0 < y < 1$, ибо в силу (1.4) теперь здесь $R^2(y) < 0$. Это позволяет сместить начало контура интегрирования в точку $y = 1$ и положить $y = \sqrt{1+x^2}$. В результате функции $\chi_{r,z}$ запишутся как

$$(1.6) \quad \begin{aligned} \chi_r(\tau) &= \\ &= -\frac{R_0^2}{\pi \gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial r} \operatorname{Re} \left\{ \int_{C(x)} \frac{ix \sqrt{1-a^2+x^2} dx}{\left(1 - \frac{1}{2} a^2 + x^2\right)^2 - x(1+x^2) \sqrt{1-a^2+x^2}} \frac{\theta(R_\Phi - R)}{R(x)} \right\}, \\ \chi_z(\tau) &= \\ &= -\frac{R_0^2}{\pi \gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial H} \operatorname{Re} \left\{ \int_{C(x)} \frac{i \left(1 - \frac{1}{2} a^2 + x^2\right) dx}{\left(1 - \frac{1}{2} a^2 + x^2\right)^2 - x(1+x^2) \sqrt{1-a^2+x^2}} \frac{\theta(R_\Phi - R)}{R(x)} \right\}, \end{aligned}$$

где

$$(1.7) \quad \begin{aligned} R(x) &= \sqrt{r^2(1+x^2) + (Hx + iR_\Phi)^2} = \\ &= R \sqrt{\left(x + i \frac{R_\Phi H}{R^2}\right)^2 - \frac{r^2}{R^2} \left(\frac{R_\Phi^2}{R^2} - 1\right)}. \end{aligned}$$

Контур $C(x)$ аналогичен контуру $C(y)$, дополненному, как пояснялось выше, четвертью окружности бесконечно большого радиуса в четвертом квадранте. Единичная функция $\theta(R_\Phi - R)$ в (1.6) подчеркивает, что данные оценки функций $\chi_{r,z}$ верны при $R_\Phi \geq R$. В противном случае $\chi_{r,z} \equiv 0$.

Подкоренное выражение функции $R(x)$ обращается в нуль, как это следует из (1.7), в точках $x_{1,2} = -i \frac{R_\Phi H}{R^2} \pm \frac{r}{R} \sqrt{\frac{R_\Phi^2}{R^2} - 1}$ и на мнимой оси

отрицательно, благодаря чему интегралы вдоль нее не будут давать вклада в $\chi_{r,z}$. Поэтому имеются два контура интегрирования, эквивалентных контуру $C(x)$ и удобных для расчета этих функций. Один из них отвечает представлению функции Грина в виде классического трехчлена. Он состоит из нижнего и верхнего берегов разреза функции $\sqrt{1-a^2+x^2}$, окружности бесконечно малого радиуса вокруг рэлеевского полюса, определяемого нулем знаменателя подынтегральных функций на действительной оси, и полуокружности бесконечно большого радиуса, соединяющей положительную и отрицательную мнимые полуоси.

Более компактное одночленное представление функции Грина получается при совмещении контура $C(x)$ с мнимой отрицательной полуосью. В этом случае значимые с точки зрения функций $\chi_{r,z}$ составляющие интегралов (1.6) определяются интегралами по верхнему и нижнему берегам выступа в четвертый квадрант разреза функции $R(x)$. Вводя здесь новую переменную интегрирования θ , определяемую как

$$(1.8) \quad ix = \zeta = \frac{R_\phi H}{R^2} + i \frac{r}{R} \sqrt{\frac{R_\phi^2}{R^2} - 1} \sin \theta,$$

находим

$$(1.9) \quad \chi_r(\tau) = \frac{2R_0^2}{\pi\gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial\tau \partial r} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\theta(R_\phi - R)}{R} \int_0^{\pi/2} \frac{\zeta \sqrt{\zeta^2 + a^2 - 1} d\theta}{\left(\zeta^2 + \frac{1}{2} a^2 - 1\right)^2 + \zeta(1 - \zeta^2) \sqrt{\zeta^2 + a^2 - 1}} \right\},$$

$$\chi_z(\tau) = \frac{2R_0^2}{\pi\gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial\tau \partial H} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\theta(R_\phi - R)}{R} \int_0^{\pi/2} \frac{\left(\zeta^2 + \frac{1}{2} a^2 - 1\right) d\theta}{\left(\zeta^2 + \frac{1}{2} a^2 - 1\right)^2 + \zeta(1 - \zeta^2) \sqrt{\zeta^2 + a^2 - 1}} \right\}.$$

2. Наличие пространственных производных в выражениях (1.9) затрудняет использование последних при расчетах. Однако эти производные нетрудно исключить. С этой целью заметим, что подынтегральные функции в (1.9), которые обозначим как $K_{r,z}(\zeta)$, зависят только от ζ . В силу (1.8)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial r} &= -\frac{H}{R^2} \left(\frac{R_\phi r}{R^2} - i \frac{H}{R} \sqrt{\frac{R_\phi^2}{R^2} - 1} \sin \theta \right) - \frac{R_\phi r}{R^2} \frac{\partial \zeta}{\partial R_\phi}, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial H} &= \frac{R_\phi}{R^2} - \frac{H}{R^2} \zeta - \frac{R_\phi H}{R^2} \frac{\partial \zeta}{\partial R_\phi}, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial R_\phi} = \frac{H}{R^2} + \frac{i R_\phi r \sin \theta}{R^2 \sqrt{R_\phi^2 - R^2}}. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_r(\zeta)}{\partial r} &= \frac{r}{R^2} K_r(\zeta) - \frac{\partial}{\partial R_\phi} \left[K_r(\zeta) \left(\frac{R_\phi r}{R^2} - i \frac{H}{R} \sqrt{\frac{R_\phi^2}{R^2} - 1} \sin \theta \right) \right] + \\ &\quad + \frac{i R_\phi H}{R^2 \sqrt{R_\phi^2 - R^2}} \frac{\partial K_r(\zeta) \cos \theta}{\partial \theta}, \\ \frac{\partial K_r(\zeta)}{\partial H} &= \frac{H}{R^2} K_z(\zeta) - \frac{\partial K_z(\zeta) \zeta}{\partial R_\phi} - \frac{i R_\phi r}{R^2 \sqrt{R_\phi^2 - R^2}} \frac{\partial K_z(\zeta) \cos \theta}{\partial \theta}. \end{aligned}$$

Расписывая с учетом этого (1.9), находим

$$\chi_r(\tau) = -\frac{R_0}{c_p} \frac{\partial^2 G_r(\tau)}{\partial \tau^2}, \quad \chi_z(\tau) = -\frac{R_0}{c_p} \frac{\partial^2 G_z(\tau)}{\partial \tau^2}.$$

Функции $G_{r,z}(\tau)$ сами имеют смысл функций Грина, отвечающих единичному сигналу в виде функции Хевисайда для скоростей смещения. При $R_\phi < R$ они равны нулю, при $R_\phi \geq R$

$$(2.1) \quad G_r(\tau) = \frac{2R_0}{\pi\gamma^2 R} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} \frac{\zeta \sqrt{\zeta^2 + a^2 - 1} \left[\frac{R_\phi r}{R^2} - i \frac{H}{R} \sqrt{\frac{R_\phi^2}{R^2} - 1} \sin \theta \right] d\theta}{\left(\zeta^2 + \frac{1}{2} a^2 - 1\right)^2 + \zeta(1 - \zeta^2) \sqrt{\zeta^2 + a^2 - 1}},$$

$$G_z(\tau) = \frac{2R_0}{\pi\gamma^2 R} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} \frac{\zeta \left(\zeta^2 + \frac{1}{2} a^2 - 1\right) d\theta}{\left(\zeta^2 + \frac{1}{2} a^2 - 1\right)^2 + \zeta(1 - \zeta^2) \sqrt{\zeta^2 + a^2 - 1}}.$$

На фронте волны ($R_\phi = R$) эти функции меняются скачком на величину

$$(2.2) \quad G_r(\tau_\phi) = \frac{R_0}{\gamma^2 R} \frac{\frac{Hr}{R^2} \sqrt{a^2 - \frac{r^2}{R^2}}}{\left(\frac{1}{2} a^2 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 + \frac{Hr^2}{R^3} \sqrt{a^2 - \frac{r^2}{R^2}}},$$

$$G_z(\tau_\phi) = \frac{R_0}{\gamma^2 R} \frac{\frac{H}{R} \left(\frac{1}{2} a^2 - \frac{r^2}{R^2}\right)}{\left(\frac{1}{2} a^2 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 + \frac{Hr^2}{R^3} \sqrt{a^2 - \frac{r^2}{R^2}}}.$$

Формулы (2.1) позволяют также легко получить асимптотические оценки обсуждаемых функций Грина при больших временах ($R_\phi \gg R$):

$$(2.3) \quad G_r^{ac}(\tau) = \frac{2R_0}{1-\gamma^2} \frac{R_\phi r}{R^3}, \quad G_z^{ac}(\tau) = \frac{2R_0}{1-\gamma^2} \frac{R_\phi H}{R^3}.$$

Эти оценки представляют собой решение Буссинеска для полупространства и входят в качестве одного из слагаемых в трехчленное представление функции Грина. Для горизонтальной компоненты смещения они по порядку величины в R/H раз превышают определяемое формулой (2.2) значение функции Грина на фронте волны. При больших удалениях от очага взрыва это требует повышенной точности расчета входящего в трехчлен интегрального слагаемого. Данное обстоятельство, как отмечалось во введении, и послужило поводом для поиска более компактного представления фундаментального решения задачи Лэмба с внутренним источником.

3. Рассчитанные по формулам (2.1) функции Грина сравнивались с приведенными в [2] табличными значениями этих функций. В [2] фундаментальные решения, которые обозначим как $\widehat{G}_{r,z}(\widehat{\tau})$, приводятся в безразмерных масштабных единицах длины и времени. С определенными выше функциями Грина они связаны соотношениями

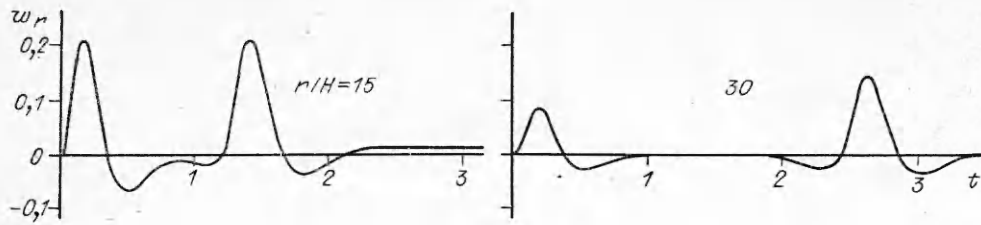
$$\widehat{G}_{r,z}(\widehat{\tau}) = \frac{1000}{30} \frac{1}{2} \gamma G_{r,z}(\tau), \quad \widehat{\tau} = \frac{30}{1000} \frac{R_\phi}{R_0}.$$

Расчет по этим формулам показывает, что кроме отдельных случаев, являющихся, несомненно, следствием опечаток, совпадение имеет место во всех значащих цифрах. Данная проверка убеждает не только в справедливости представления (2.1) для обсуждаемых функций Грина, но также в правильной программной реализации его на ЭВМ.

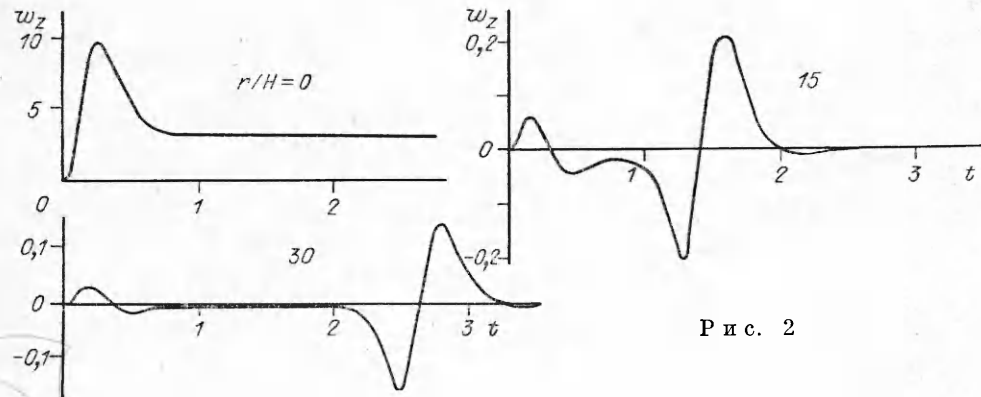
4. В качестве примера применения полученных формул приведем рассчитанные с их помощью смещения и массовые скорости на свободной поверхности при подземном взрыве на глубине $H = 0,5$ км в среде с $c_p = 5,5$ км/с, $\gamma = 1/\sqrt{3}$. Взрыв имитируется источником Хаскелла [7], заданным на сфере радиуса $R_0 = 0,1$ км. Такой источник характеризуют приведенным потенциалом, зависящим от времени как

$$\Phi_0(t) = \Phi_0(\infty)[1 - e^{-x f(x)}],$$

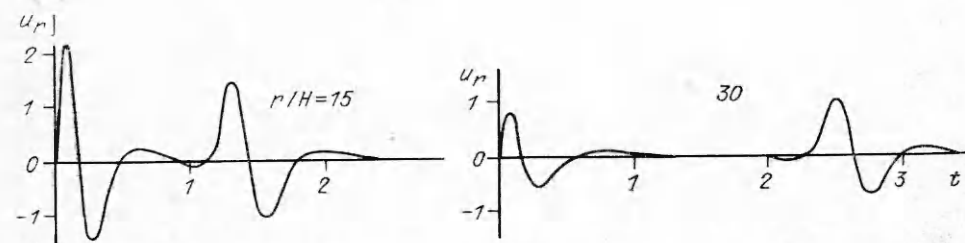
где $f(x) = 1 + x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{6} x^3 - B_H x^4$, $x = \Omega_H t$; $\Phi_0(\infty)$, Ω_H , B_H — постоянные. Желая сравнить свои результаты с опубликованными в [8], мы положили $\Omega_H = 14,5$ с⁻¹, $B_H = 0,5$. Постоянная $\Phi_0(\infty)$ несущественна, так как смещения на рис. 1, 2, как и в [8] на рис. 5.13, 5.14, приводятся в единицах $\Phi_0(\infty)/H^2$. Соответственно массовые скорости $u_{r,z}(t) = \dot{w}_{r,z}(t)$ (точка — производная по времени) даны на рис. 3, 4 в единицах $\dot{\Phi}_0(\infty)/(H^2 c)$, где время отсчитывается от момента прихода сигнала в точку наблюдения.



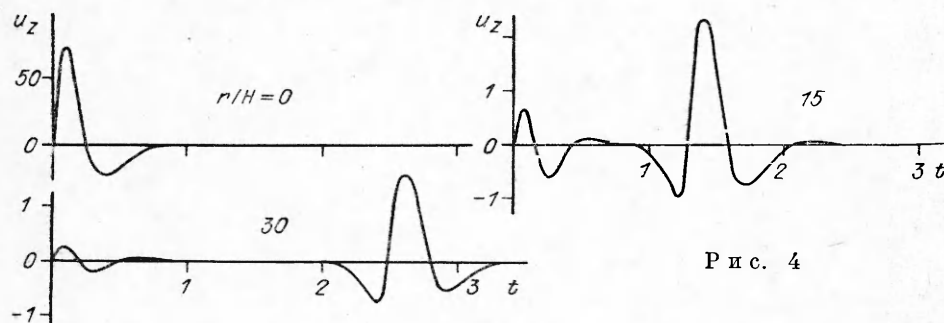
Р и с. 1



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

Смещения свободной поверхности выражаются через функции Грина (2.1) следующим образом:

$$(4.1) \quad w_{r,z}(t) = \int_0^{t-(R-R_0)/c_p} G_{r,z}(t-\tau) f_2(\tau) d\tau.$$

Здесь $f_2(t)$ — функция источника, пропорциональная второй производной по времени от приведенного потенциала:

$$(4.2) \quad f_2(t) = \ddot{\Phi}_0(t)/R_0 c_p.$$

Изображенные на рис. 1—4 кривые имеют обычный описанный в [1] вид. Для них характерно наличие двух всплесков при $r/H \geq 5$. Первый из них, сравнительно быстро убывающий по мере удаления от очага

взрыва, вызван приходом в точку наблюдения фронта сейсмической волны; второй, убывающий медленнее, отвечает поверхностной рэлеевской волне. Промежуток времени между этими всплесками примерно пропорционален эпицентральному расстоянию; ширина рэлеевского всплеска слабо зависит от расстояния в случае короткодействующих источников типа рассмотренного.

Связано это с тем, что для таких источников профиль рэлеевской волны определяется в основном фундаментальным решением. Действительно, если время действия источника мало по сравнению с характерным временным масштабом фундаментального решения, а время прихода рэлеевской волны в точку наблюдения, отсчитанное от момента прихода в нее фронта волны, наоборот, велико, то функции $G_{r,z}$ в (4.1) можно разложить в ряд по степеням τ , а верхний предел интегрирования считать бесконечно большим. Учитывая (4.2) и сохраняя только основной член в искомой оценке, получим $w_{r,z}(t) \approx \frac{\Phi_0(\infty)}{R_0 c_p} \dot{G}_{r,z}(t)$. Эта асимптотическая оценка поясняет сказанное и показывает, что в случае короткодействующих источников амплитуда рэлеевской волны вдали от очага взрыва пропорциональна $\Phi_0(\infty)$, т. е. пропорциональна мощности источника.

Для продолжительных источников, типа землетрясений, данные утверждения теряют смысл. В таком случае, как показывают эксперименты [9], период поверхностных волн возрастает. В сказанном нетрудно убедиться и расчетно, если положить $\Omega_H \sim 1 \text{ с}^{-1}$.

В заключение приходится с сожалением констатировать, что наши расчеты не согласуются с расчетами [8], где предпринята попытка получить такие выражения для функций Грина, чтобы из них явно следовало выполнение принципа причинности. Заметим, что предложенный нами подход удовлетворяет этому требованию, ибо фундаментальное решение (2.1) действительно отлично от нуля только позади фронта волны, т. е. при $R_\phi \geq R$. В [8] для такого решения получено гораздо более сложное выражение, которое трудно проанализировать как аналитически, так и численно. Поэтому причина обсуждаемых расхождений осталась для нас неясной. Ею может быть как неэквивалентность полученных здесь и в [8] выражений для функций Грина, так и недостаточная точность численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Онисько Н. И., Шемякин Е. И. Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве // ПМТФ.— 1961.— № 4.
2. Никифоровский В. С., Шемякин Е. И. Динамическое разрушение твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1979.
3. Петрашень Г. И., Марчук Г. И., Огурцов К. И. О задаче Лэмба в случае полупространства // Учен. зап. ЛГУ. Сер. матем. наук.— 1950.— Вып. 24, № 135.
4. Смирнов В. И., Соболев С. Л. Sur une méthode nouvelle dans le problème plan des vibrations élastiques // Тр. Сейсм. ин-та.— 1932.— № 20.
5. Петрашень Г. И., Молотков Л. А., Крауклис И. В. Волны в слоисто-однородных изотропных упругих средах. Метод контурных интегралов в нестационарных задачах динамики.— Л.: Наука, 1982.
6. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология.— М.: Мир, 1983.— Т. 1.
7. Haskell N. A. Analytic approximation for the elastic radiation from a contained underground explosion // J. Geophys. Res.— 1967.— V. 72, N 10.
8. Коган С. Я. Сейсмическая энергия и методы ее определения.— М.: Наука, 1975.
9. Пасечник И. П., Коган С. Д., Султанов Д. Д., Цибульский В. И. Результаты сейсмических наблюдений при подземных ядерных и тротильных взрывах // Сейсмический эффект подземных взрывов: Тр. Ин-та физики земли им. О. Ю. Шмидта АН СССР.— 1960.— № 15 (182).

г. Арзамас

Поступила 23/VII 1990 г.