

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИЕЙ УДАРНЫХ ВОЛН В ТРУБАХ

Д. В. Воронин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Численно исследовано возникновение и развитие вязкого, теплопроводного сжимаемого пограничного слоя за фронтом ударной волны в трубе. Изучено также обратное влияние пограничного слоя на невязкое течение в центре трубы. Показано, что для учета влияния стенок трубы на внешний поток необходимо рассчитывать нестационарные пограничные слои, поскольку осреднение потерь по поперечному сечению трубы может быть слишком грубым приближением.

Уже давно основана необходимость учета влияния стенок на течение газа в ударной трубе. На это указывает ряд факторов, и в частности зафиксированное в [1, 2] ускорение контактной поверхности (КП) в ударных трубах наряду с падением скорости лидирующей ударной волны (УВ), формирование пробки нагретого УВ газа, а также разброс результатов в экспериментах при изменении диаметра трубы и степени шероховатости ее стенок. Первая качественная оценка обратного влияния пограничного слоя на стенках трубы на невязкое течение в центре канала получена аналитически в работе [3]. При этом использовалось разложение по малому параметру, а основное течение считалось установившимся. Было показано, что формирующийся пограничный слой может ускорить КП. В классических работах Майрлса [4, 5] проведен детальный анализ УВ в трубах для ламинарных и турбулентных пограничных слоев. При этом предполагалось, что число Маха УВ соответствует слабым волнам, а течение в невязком ядре стационарное. Численный расчет нестационарного взаимодействия пограничного слоя с невязким потоком в трубе сделан в работе [6]. Начальное число Маха УВ соответствовало идеальному течению, поток газа в невязком ядре полагался одномерным, моделировались процессы между УВ и КП. Оценены длительность рабочего потока, расстояние между УВ и КП на предельном режиме, величина ослабления УВ. В работе [7] экспериментально исследовано возбуждение УВ в трубах газовой детонацией в секции инициирования. Здесь также проведено численное и приближенное аналитическое моделирование. Поток газа считался одномерным и идеальным. Влияние стенок трубы задавали вве-

дением объемных источников в одномерные нестационарные уравнения импульса и энергии. Примененный в последнем случае подход широко распространен при расчетах УВ и детонации в трубах и часто позволяет получить хорошее соответствие с экспериментом. Однако используемые выражения для интенсивностей потерь энергии и импульса получены для стабилизированного течения в трубах и не учитывают изменения толщины пограничного слоя. Поэтому их применение для моделирования течений, в особенности существенно нестационарных, не всегда оправдано.

Предлагаемая работа посвящена численному моделированию затухания УВ в трубах под действием нестационарного пограничного слоя. Рассмотрим течение газа в трубе, разделенной диафрагмой на две части: секцию инициирования длиной L_0 , заполненную горючей газовой смесью, и область, занятую инертным газом. В некоторый момент времени газ в секции инициирования детонирует, здесь формируется область высокого давления. В начальный момент времени $t = 0$ детонационная волна выходит к диафрагме и разрывает ее. При этом она инициирует УВ, распространяющуюся по инертному газу. Взаимодействие газа, движущегося за УВ, со стенками канала приводит к возникновению и развитию вязкого и теплопроводного пограничного слоя, который, в свою очередь, ослабляет интенсивность УВ. Исследование течения в моменты времени $t > 0$ и составляет основную цель данной работы.

Вблизи лидирующего фронта УВ толщина пограничного слоя мала по сравнению с гидравлическим диаметром трубы. С увеличением времени и по мере удаления от фронта толщина пограничного слоя растет от пренебре-

жимо малых значений до сравнимых с диаметром. Поэтому исследуемую область течения можно разбить на две подобласти: в одной влияние процессов переноса не существенно (невязкое ядро в центре канала), в другой (у стенок канала) это влияние определяющее. Основные уравнения формулируются на основе физических законов сохранения массы, импульса и энергии. При этом уравнения Эйлера для двумерного плоского нестационарного движения сжимаемого газа в невязком ядре принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U}{\partial x} + \frac{\partial \rho V}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho U}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho U^2)}{\partial x} + \frac{\partial \rho UV}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho V}{\partial t} + \frac{\partial \rho UV}{\partial x} + \frac{\partial (p + \rho V^2)}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial \rho UH}{\partial x} + \frac{\partial \rho VH}{\partial y} &= \frac{\partial p}{\partial t}, \\ H = \frac{\gamma p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{U^2}{2} + \frac{V^2}{2}, \quad \frac{p}{\rho} &= RT. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь p , ρ , H , T — давление, плотность, полная энтальпия и температура газа; U , V — продольная (вдоль оси трубы) и поперечная составляющие скорости газа; γ — показатель адиабаты; R — газовая постоянная; x , y — продольная и поперечная пространственные координаты в лабораторной системе координат; t — время.

Начальные параметры среды взяты в соответствии с данными эксперимента [7]. Поэтому согласно физической постановке задачи число Рейнольдса $Re = \rho u x / \mu$ заведомо меньше 10^6 , а значит, меньше критических значений Re , ограничивающих область перехода к турбулентному движению для широкого диапазона чисел Маха спутного потока газа за УВ [8]. Это позволяет моделировать пограничные слои в рамках гипотезы о ламинарности газодинамического течения.

Уравнения нестационарного сжимаемого вязкого и теплопроводного пограничного слоя в лабораторной системе координат принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_b + \frac{\partial}{\partial x} \rho_b u + \frac{\partial}{\partial y} \rho_b v &= 0, \\ \rho_b \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \quad \rho_b \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \\ &= \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \mu u \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ h &= \frac{\gamma p}{(\gamma - 1)\rho_b}, \quad \frac{p}{\rho_b} = RT_b. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ρ_b , h , T_b — плотность, энтальпия и температура газа в пограничном слое; u , v — продольная и поперечная составляющие скорости газа в пограничном слое; μ — динамическая вязкость газа; Pr — число Прандтля.

Граничные условия. На внешней границе пограничного слоя задаются значения U , T , p как функции времени и переменной x (они определяются при решении системы (1)). Воздействие пограничного слоя на внешний поток непосредственно связано с вертикальной составляющей скорости на внешней границе пограничного слоя. Именно она определяет волны, порожденные неустановившимся погранслоем на стенках ударной трубы [4].

Таким образом, имеем:

для системы (1): на оси симметрии в центре канала $V = 0$; на границе пограничного слоя $V = v$; на торце трубы выполняется условие непротекания $u = 0$.

для системы (2): на стенках канала $u = v = 0$, $T_b = T_0$ (считаем, что температура стенок постоянна и равна начальной); на границе пограничного слоя $u = U$, $T_b = T$. Кроме того, полагаем, что в каждый момент времени известно распределение давления $p(x)$.

Здесь и далее по статье индекс нуль относится к значениям параметров перед УВ.

Расчетный алгоритм. Для численного моделирования течения в невязком ядре использовали метод крупных частиц Давыдова — Белоцерковского [9] второго порядка аппроксимации. Расчет пограничного слоя вели на основе маршевого метода Пасконова [10], который обладает точностью второго порядка, не требует итераций, хорошо гасит высокочастотные возмущения и применим для областей, где велики градиенты искомых функций и нарушается гладкость начальных либо граничных условий.

Известно, что при моделировании УВ в идеальном газе с использованием схем сквозного счета контактные разрывы являются одним из основных источников неустойчивости расчетного алгоритма. Увеличение же схемной или введение искусственной вязкости снижает точность расчетов. Для локализации КП

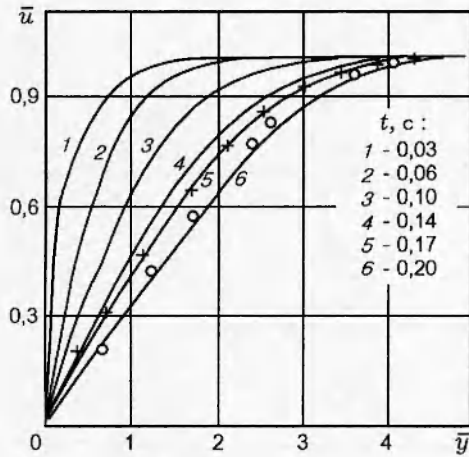


Рис. 1. Расчет развития нестационарного ламинарного пограничного слоя на продольно обтекаемой пластинке в различные моменты времени: линии 1-6 — расчет при $x = 10$ см, точки — эксперимент [12]: $x = 3$ (+), 10 см (o)

между продуктами инициирующей газовой детонации и инертной средой и для устранения счетной диффузии использовали метод, аналогичный методу концентраций [11]. Это позволило локализовать КП в пределах одной расчетной ячейки без усложнения алгоритма, введения дробных ячеек или динамической перестройки расчетной сетки. Отсутствие каких-либо условий на локальную кривизну КП и простота ее идентификации позволяют рассчитывать любые эволюции КП.

Для системы (1) число ячеек в поперечном сечении трубы было фиксированным и в проведенных ниже расчетах равнялось 20. Метод [10] позволяет использовать фиксированное число ячеек и при расчетах пограничного слоя. Для этого в систему (2) вводится новая переменная $\eta = y/\delta(x, t)$, где $\delta(x, t)$ — толщина пограничного слоя. Здесь число ячеек также полагалось равным 20. Шаг по времени Δt определяли с помощью критерия Курранта с коэффициентом запаса 0,6. Отметим, что одному шагу Δt для системы (1) соответствовало кратное целое число шагов для системы (2); кратность вычисляли из соотношения геометрических размеров ячеек для систем (1) и (2).

Проверка корректности алгоритма. Корректность построенного численного алгоритма проверяли с помощью тестовых расчетов, результаты которых сравнивали с известными аналитическими, расчетными и экспери-

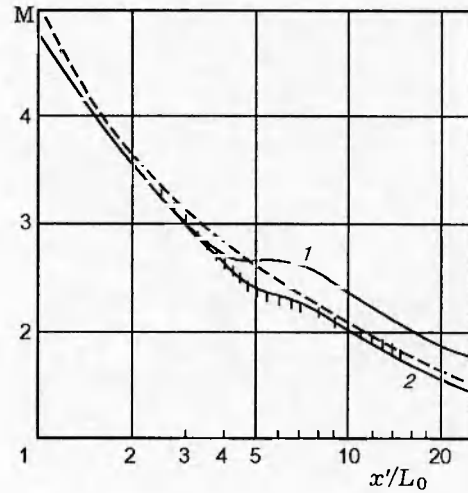


Рис. 2. Динамика затухания ударной волны в трубе:

1 — расчет одномерного течения без учета влияния стенок, 2 — расчет двумерного течения по описанной в статье модели, штриховая линия — расчет [7], вертикальные штрихи — эксперимент [7]

ментальными результатами. В качестве тестового расчета проведено моделирование возникновения и развития ламинарного пристенного пограничного слоя на продольно обтекаемой пластинке при условиях, соответствующих экспериментам [12]. Полагали, что в начальный момент времени течение идеальное, с нулевой толщиной пограничного слоя. Результаты расчетов представлены на рис. 1. Здесь $\bar{u} = u/u_0$, $y = y\text{Re}^{1/2}/x$, $\text{Re} = \rho u_0 x/\mu$, x — расстояние от передней кромки, u_0 — скорость на внешней границе пограничного слоя, $\text{Re} = (5 \div 8) \cdot 10^3$. Различие в экспериментальных профилях объясняется влиянием передней кромки, имевшей клиновидную форму. При $t > 0,25$ с профили скорости практически не отличаются от кривой 6, поэтому ее можно считать соответствующим установившемуся течению. Отметим, что профиль 6 совпадает с решением задачи Блазиуса для продольно обтекаемой пластинки.

Был также проведен расчет течения между фронтом УВ и торцом трубы для одномерного течения идеального газа без учета влияния стенок при условиях, соответствующих эксперименту [7]. Результатам расчетов отвечает кривая 1 на рис. 2. Здесь M — число Маха ударной волны ($M = D/(\gamma p_0/\rho_0)^{1/2}$, D — скорость УВ, ρ_0 — начальная плотность газа

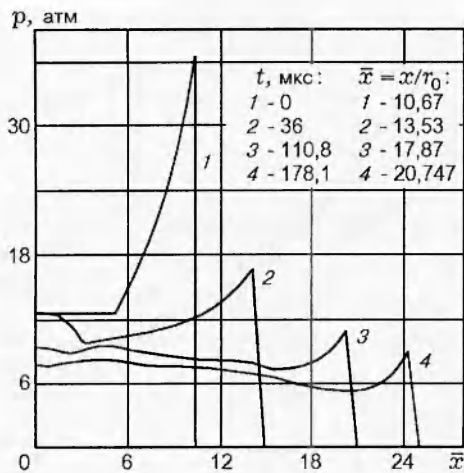


Рис. 3. Распределение давления за ударной волной в различные моменты времени после инициирования, а также координаты КП для тех же моментов времени

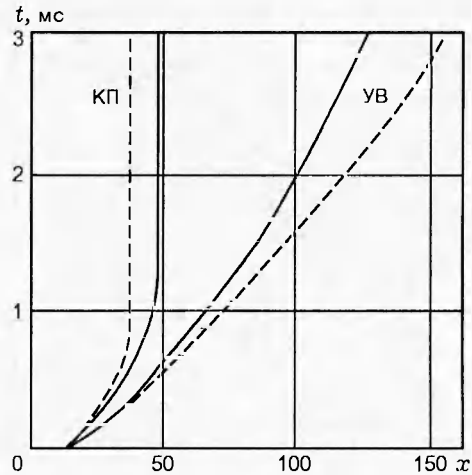


Рис. 4. (x, t) -Диаграммы ударной волны и контактной поверхности:

сплошные линии — расчет с учетом потерь в стенке трубы, штриховые — без учета потерь

перед УВ), x' — расстояние от торца трубы. Аналогичный одномерный расчет распада произвольного разрыва с использованием подвижных сеток и выделением КП и УВ, проведенный в [7] по методу С. К. Годунова, практически не отличается от кривой 1.

Для проверки корректности варьировались также шаги Δx , Δy разностных схем. Установлено, что измельчение величины шагов по сравнению с теми, что использовались в расчетах, не влияет на результаты. Все это дает основания считать, что построенный алгоритм адекватно описывает исследуемое течение.

Результаты расчетов. Численное моделирование проводили при значениях параметров среды, соответствующих данным эксперимента [7]. Считали, что секция инициирования заполнена горючей ацетиленокислородной смесью $C_2H_2 + 2,5O_2$, а вся остальная часть трубы — воздухом. Начальное распределение параметров в секции инициирования при $t = 0$ находили из автомодельного решения [13] для плоской детонационной волны, которая описывается уравнениями

$$dp = \rho dU/c, \quad dp = c \rho dU$$

и конечным соотношением между автомодельной переменной $z = x/t$, массовой скоростью и скоростью звука:

$$c^2 = (z - U)^2.$$

На рис. 3 приведены распределение давления в трубе в момент времени $t = 0$, соот-

ветствующее автомодельному решению (кривая 1), а также эволюция профиля давления в последующие моменты времени. Здесь и в дальнейшем использованы следующие значения характерных величин: $p_0 = 1$ атм, $T_0 = 298$ К, $L_0 = 0,161$ м, радиус трубы $r_0 = 0,015$ м, $\mu_{0,1} = 1,74 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с), $P_r = 1$. Для воздушной среды: $\rho_0 = 1,184$ кг/м³, $\gamma_0 = 1,4$, $\mu_0 = 1,85 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с). Для инициирующего газа: $\rho_{0,1} = 1,238$ кг/м³, $\gamma_{0,1} = 1,3$. Данные профили приведены для периода прохождения волны разрежения по продуктам детонации и отражения волны от торца трубы. Как показал расчет, поперечные возмущения давления в невязком ядре, связанные с влиянием стенок, малы, поэтому профили давления на рис. 3 существенно одномерные. После прохождения волны разрежения к торцу трубы за КП формируется область постоянных параметров, что ведет к немонотонности падения скорости УВ (кривая 1 на рис. 2). Одним из факторов, приводящих к немонотонности скорости УВ в трубах, является ускорение КП вследствие влияния стенок [1, 2]. В данном случае размер секции инициирования не настолько большой, чтобы этот эффект стал значительным. Отраженная от торца трубы волна разрежения гасит скорость УВ, хотя здесь также наблюдается ускорение КП (см. ниже). Таким образом, данная в работе [7] трактовка немонотонности скорости УВ верна.

Сравнение полученного расчетного профи-

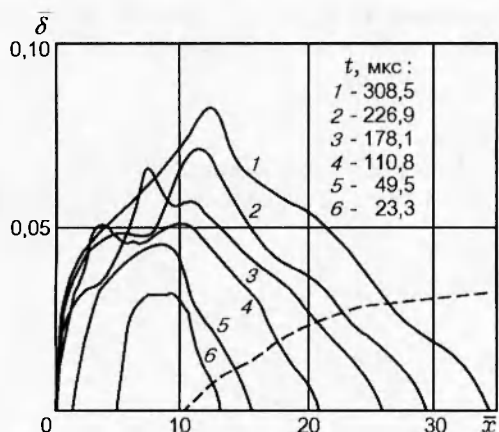


Рис. 5. Распределение толщины пограничного слоя у стенок канала в различные моменты времени:

штриховая линия — толщина пограничного слоя в окрестности КП внешнего течения

ля скорости УВ с экспериментом приведено на рис. 2 ($L_0 = 0,161$ м). Видно, что результаты настоящей работы качественно и количественно соответствуют эксперименту. Отметим, что в [7] не удалось получить достаточно точного соответствия расчета и эксперимента как раз в области изменения выпуклости кривой затухания УВ (при $3,5 < x < 8$). Хотя асимптотика затухания при $x > 10$ соответствует эксперименту.

На рис. 4 приведены расчетные (x, t) -диаграммы ударных волн и контактных поверхностей. Видно, что ускорение КП, хотя и незначительное, имеет место. При $t > 1,2$ мс в первом случае и $t > 0,9$ мс во втором скорость КП резко падает при прохождении отраженной волны разрежения.

Профили относительной толщины пограничного слоя в различные моменты времени показаны на рис. 5. Здесь $\delta = \delta(x, t)/r_0$. Образование и развитие пограничного слоя происходит вследствие движения газа за лидирующей УВ и за волной разрежения. Параметры внешней по отношению к слою среды существенно неустойчивы. Однако, как видно из рисунка, неустойчивости пограничного слоя и отрыва не наблюдается. Это можно объяснить тем, что согласно физической постановке задачи параметры внешнего потока быстро уменьшаются и какие-либо существенные возвратные течения не успевают возникнуть. Видно, что пограничный слой не достигает значения $0,1r_0$ в период, когда параметры лидирующей УВ еще доста-

точно велики, и в дальнейшем растет медленно.

ВЫВОДЫ

Проведено численное моделирование возбуждения газовой детонацией ударных волн в трубах. Построенный алгоритм описывает возникновение и развитие нестационарного сжимаемого вязкого и теплопроводного пограничного слоя у стенок трубы и обратное влияние пограничного слоя на внешнее невязкое течение в центре трубы. Данный подход более точно отображает неидеальные течения в трубах, чем широко распространенное осреднение потерь по сечению трубы (особенно в случае нестационарных течений).

ЛИТЕРАТУРА

1. Glass I. I., Patterson G. M. A theoretical and experimental study of shock-tube flows // J. Aeronaut. Sci. 1953. N 2.
2. Duff R. E. Shock tube performance at low initial pressure // Phys. Fluids. 1959. V. 2, March-April.
3. Демьянов Ю. А. Влияние пограничного слоя на характер газового потока в трубе за движущейся ударной волной // Прикл. математика и механика. 1957. Т. 21. С. 473.
4. Mirels H. Attenuation in a Shock Tube Due to Unsteady-Boundary Layer Action. NASA Rep. N 1333. 1957.
5. Mirels H. Boundary layer growth effects in a shock tube // Proc. 8th Intern. Shock Tube Symposium, Imperial College. London, 1971.
6. Zeitoun d., Imbert M. Interaction between the unsteady boundary layer and inviscid flow in a shock tube // AIAA Journal. 1979. V. 18, N 8.
7. Гавриленко Т. П., Григорьев В. В., Ждан С. А. и др. Возбуждение газовой детонацией ударных волн в трубах // Физика горения и взрыва. 1982. Т. 18, № 1. С. 109-114.
8. Korkegi R. Transition studies and skin-friction measurements on an insulated flat plate at a Mach number of 5.8 // J. Aeronaut. Sci. 1956. V. 23, N 2. P. 97-107.
9. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
10. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чуднов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984.
11. Кореньков В. В. Двумерные нестационарные течения сжимаемых жидких сред с подвижными границами. М., 1986. (Препр. // МВТУ им. Н. Э. Баумана; № 5442-в56).

12. Hansen M. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht an einer eingetauchten Platte // Z. angew. Math. und Mech. 1928. Bd 8.
13. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971.

*Поступила в редакцию 29/І 1998 г.,
в окончательном варианте — 22/VI 1998 г.*
