

9. Клярфельд Б. Н., Неретина Н. А. Анодная область в газовом разряде при низких давлениях. — ЖТФ, 1958, т. XXVIII, вып. 2.
10. Носачев Л. В., Скворцов В. В. Исследование медленных ионов потока разреженной плазмы с помощью многоэлектродного зонда. — «Учен. зап. ЦАГИ», 1973, вып. 3.
11. Нецветаев Е. М., Носачев Л. В., Скворцов В. В. Накаливаемый зонд в потоке разреженной плазмы. — ЖТФ, 1974, т. XLIV, вып. 12.

УДК 538.561

**К ВОПРОСУ
О ПРИРОДЕ СИГНАЛА, ВЫДЕЛЯЕМОГО
ИЗ СУММАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА**

*В. В. Иванов, Ю. А. Медведев, Б. М. Степанов,
Г. В. Федорович*

(Москва)

1. Известно [1], что выходящее в воздух гамма-излучение приводит к возбуждению электромагнитного поля токами комптоновских электронов, возникающими при взаимодействии гамма-квантов с атомами и молекулами воздуха. В идеализированном случае изотропного источника и однородной среды это поле существует лишь в зоне токов, однако реально всегда существующая асимметрия приводит к излучению электромагнитных волн.

В работах [1, 2] проведены расчеты полей как в зоне токов, так и в волновой зоне для импульса гамма-излучения, экспоненциально-затухающего со временем без конкретизации характера и происхождения пространственной асимметрии распределения излучающих токов. В [3] решена модельная задача о полях, возбуждаемых импульсным источником гамма-излучения, расположенным на плоской границе полупространств идеальный проводник — однородный воздух. В [4] рассмотрена задача для изотропного источника в неоднородном воздухе без учета влияния подстилающей поверхности. В работах [1—4] плотность воздуха нормальная или близка к ней. На фиг. 1 приведены импульсы поля излучения, найденные в работах [2] (кривая 1 вычислена для параметра $N = 1,87 \cdot 10^{22}$) и [3] (кривая 2 — $N = 2 \cdot 10^{24}$, 3 — $N = 2 \cdot 10^{25}$).

На фиг. 2 представлена запись вертикальной составляющей электрического поля, зарегистрированная на расстоянии 44,6 км от источника и опубликованная в работе [5].

Обращают на себя внимание существенные качественные и количественные расхождения экспериментальных и теоретических результатов. Наиболее характерно расхождение в длительности сигналов. Так, теоретически рассчитанный импульс характеризуется длительностями полупериодов порядка нескольких микросекунд и общей длительностью порядка десятка микросекунд, в то время как экспериментально наблюдаются изменения поля, характеризующиеся временами десятка микросекунд и длящиеся сотню микросекунд. Аналогичные расхождения наблюдаются и в величинах отношений амплитуд поля в различных полупериодах. Эти отношения порядка единицы для экспериментального импульса и порядка



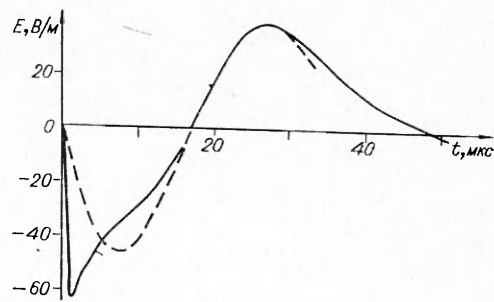
Ф и г. 1

ствительно, процесс формирования излученного импульса с довольно общей точки зрения рассмотрен в работе [6] (несмотря на то, что в этой работе рассмотрен специфический случай излучения, связанного с влиянием внешнего магнитного поля, качественные результаты остаются неизменными и в данном случае), где показано, что полная длительность радиоимпульса определяется размером зоны токов, который реально составляет величину в несколько (до десятка) пробегов гамма-квантов. Это дает общую длительность поля в десяток микросекунд, что подтверждается и более точными расчетами. Единственная возможность привести в согласие теорию [2, 3] и эксперимент [5] появляется, если предположить, что в излучение электромагнитного импульса, опубликованного в [5], помимо эффекта от токов комптоновских электронов, рассмотренного в [2, 3], давал вклад эффект иной природы, так что суммарный регистрируемый сигнал есть результат сложения двух сигналов, один из которых может не иметь отношения к механизму возбуждения, изученному в работах [2, 3] и др. Рассмотрим возможность решения обратной задачи разделения экспериментально зарегистрированного суммарного сигнала на два составляющих сигнала различной природы.

Возможность разделения в рассматриваемом случае суммарного сигнала определяется существенным различием временных масштабов сигнала токов комптоновских электронов и сигнала другой природы. Наложение сигналов происходит лишь в первые десять микросекунд, после чего сигнал токов комптоновских электронов практически заканчивается и регистрируется только другой сигнал. Относительно последнего необходимо предположить, что он аддитивно складывается с сигналом от токов комптоновских электронов, временная зависимость этого сигнала описывается аналитической функцией и в начальный момент выполнены нулевые условия.

В рамках сделанных предположений выделение сигнала токов комптоновских электронов, вообще говоря, можно провести, выбирая любую точку на зарегистрированном сигнале внутри интервала времени, где сигнал токов комптоновских электронов уже закончился, и определяя производные сигнала в этой точке. После этого, построив ряд Тейлора в окрестности выбранной точки, можно вычислить сигнал, не свя-

десяти — для теоретического. Можно показать, что практически любая (не выходящая за пределы физически возможного) модификация механизмов излучения, рассмотренных в [2 — 4], не ведет к существенному улучшению согласия теории с экспериментальными данными. Дей-



Ф и г. 2

занный с токами комптоновских электронов и в той области, где он складывается с сигналом токов комптоновских электронов. Вычитая выделенный сигнал из суммарного зарегистрированного сигнала, можно восстановить сигнал, связанный с токами комптоновских электронов. Практические трудности реализации этой программы существенно сокращают ее возможности. Отметим прежде всего, что в произвольной точке практически невозможно определить уже третью производную функции, поэтому из всего ряда Тейлора можно установить только коэффициент при первых трех членах. Кроме того, отсутствие информации о поведении коэффициентов с ростом номера члена ряда делает невозможной априорную оценку области сходимости ряда Тейлора. Эти и ряд других, менее принципиальных трудностей приводят к необходимости выработки компромиссного метода, не претендующего на высокую точность и строгость, но позволяющего получать верные качественные результаты. В основе метода лежит способ выбора исходной точки для аппроксимации дополнительного (к сигналу токов комптоновских электронов) сигнала конечным числом членов ряда Тейлора. Выбор необходимого числа членов ряда Тейлора производим из того соображения, что для аналитических функций сходимость ряда Тейлора или заданная точность аппроксимации функции конечным числом членов этого ряда имеют место в круге определенного радиуса в комплексной плоскости аргумента функции. Поэтому, если некоторого числа членов ряда достаточно для аппроксимации (с заданной точностью) функции на интервале $(0, a)$ изменения действительного аргумента, то можно полагать, что этого же числа членов ряда окажется достаточно и для аппроксимации функции на интервале $(-a, 0)$ изменения аргумента. Требование минимальности необходимого числа членов ряда заставляет выбирать исходную точку как можно ближе к моменту окончания сигнала от токов комптоновских электронов. Если за исходную точку взять точку перегиба сигнала, то это позволит после определения нулевого и первого членов разложения утверждать, что второй равен нулю, и основное внимание сосредоточить на определении следующих членов ряда.

Перейдем к анализу сигнала, приведенного в работе [5].

Априорные сведения о сигнале от токов комптоновских электронов [2—4] позволяют полагать, что он заканчивается несколько раньше момента первого перехода зарегистрированного сигнала через нуль ($t_1 \approx 17$ мкс). Таким образом, искомая точка должна лежать на перегибе сигнала, расположенного вблизи момента этого перехода. Отметим, что форма суммарного сигнала такова, что его антисимметричная (относительно выбранной точки) часть, по-видимому, больше, чем симметричная. Это обстоятельство позволяет полагать, что в разложении, помимо нулевого и первого членов (второй равен нулю), существенную роль играет третий член, а четвертый играет уже роль поправки. Ограничиваясь пятью первыми членами, из которых определение первых трех (нулевого, первого и второго) не вызывает сомнения, остальные два (третий и четвертый) следует выбирать, во-первых, из условия зануления аппроксимирующего выражения в начале сигнала, а во-вторых, из условия достаточно точной аппроксимации результирующего сигнала на интервале изменения времени (в сторону его возрастания) не меньшем, чем интервал между началом сигнала и выбранной точкой. Возможность удовлетворения этим требованиям с помощью двух параметров-коэффициентов перед третьим и четвертым членами определяет достаточно выбранного числа членов ряда Тейлора для аппроксимации функции на необходимом интервале. Реально этот процесс требует нескольких проб, причем направление изменения коэффициентов определяется чисто интуитивно, вся процедура плохо алгоритмируется. В рассматриваемом случае сигнала, приведенного в работе

[5] и на фиг. 2, в качестве исходной точки выбрана точка A (см. фиг. 2), форма сигнала, дополнительного к сигналу от токов комптоновских электронов, интерполирована выражением

$$E = 6,8t - 2,4 \cdot 10^{-2}t^3 + 4 \cdot 10^{-4}t^4,$$

где E — величина поля, В/м; t — время, отсчитываемое от точки A , мкс. О точности и пределах аппроксимации можно судить по совпадению аппроксимирующего полинома (его график проведен на фиг. 2 штриховой линией) с зарегистрированным сигналом при $t > 0$. Видно, что на необходимом интервале точность аппроксимации не хуже 5%.

В соответствии с изложенным разность между зарегистрированной и аппроксимирующей кривыми есть сигнал от токов комптоновских электронов. Эта разность представлена на фиг. 1 штриховой линией (масштабы амплитуды и времени фиг. 2 совпадают с масштабами фиг. 1, теоретические зависимости из работ [2, 3] нормированы к той же амплитуде первой полуволны). Видно, что выделенный из экспериментальной записи сигнал достаточно хорошо согласуется по форме и длительности с результатами расчета излучаемых токами комптоновских электронов полей (см., например, [3]). Несколько большие расхождения в форме временных зависимостей имеются с результатами [2]. Они могут быть в какой-то мере объяснены различием в интенсивностях источников и, кроме того, вероятно, не вполне корректными результатами работы [2] — в приведенных в [2] импульсах интегралы по времени от поля неравны нулю, тогда как можно показать, что в анализируемой в [2] задаче они необходимо должны быть равны нулю.

Форма импульсов, приведенных в работе [4], существенно отличается от формы импульса, выделенного из экспериментальной зависимости. Это может служить косвенным подтверждением тому, что неоднородность плотности воздуха по высоте не проявляется существенно при возбуждении полей источником в воздухе нормальной плотности.

2. Переходя к вопросу о природе сигнала, не связанного с токами комптоновских электронов, который, как следует из фиг. 2, характеризуется амплитудой поля ≈ 40 В/м на расстоянии ≈ 50 км и масштабом времени изменения поля ≈ 20 мкс при длительности ≈ 100 мкс, отметим, что, учитывая интервал существования и характерное время изменения поля, естественно связать причину его возбуждения с эволюцией тепловой волны и трансформацией ее в ударную, так как эти процессы происходят в моменты времени, когда излучается сигнал, и характеризуются теми же временными масштабами.

Вопрос о трансформации тепловой волны в ударную подробно освещен в работе [7], возмущения магнитного поля в эти моменты времени, насколько нам известно, ранее не исследовались. Из близких по теме работ отметим [8], где, однако, рассматривалось взаимодействие слабых ударных волн с магнитным полем лишь в «квазистатическом» приближении, и работу [9], где основное внимание было уделено эффектам взаимодействия высокотемпературной области взрыва с магнитным полем на поздних стадиях развития взрыва в вакууме.

Цель последующего изложения — исследование эффектов взаимодействия трансформирующейся в ударную волну тепловой волны сильного взрыва с магнитным полем и изучение вопроса о проявлении этих эффектов вне тепловой волны для объяснения наблюдающихся (см. выше) величин излученного поля. В качестве основы количественного рассмотрения выберем систему уравнений Максвелла

$$(2.1) \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = (1/c)\partial\mathbf{E}/\partial t + (4\pi/c)\mathbf{j}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = - (1/c)\partial\mathbf{B}/\partial t,$$

дополненную материальным уравнением для токов

$$(2.2) \quad \mathbf{j} = \sigma \{ \mathbf{E} + (1/c) [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \}.$$

Так как внутри волны характерное время σ^{-1} ($\sim 10^{-12} - 10^{-18}$ с) и размер $c\sigma^{-1}$ ($\sim 10^{-2} - 10^{-8}$ см), определяемые проводимостью газа σ , много меньше любого временного и пространственного гидродинамических масштабов, то допустимо использование приближения бесконечной проводимости

$$\mathbf{E} = - (1/c) [\mathbf{v} \times \mathbf{B}],$$

что позволяет из системы (2.1) выделить уравнение, содержащее только магнитное поле \mathbf{B}

$$(2.3) \quad \partial \mathbf{B} / \partial t = \text{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}].$$

Свойства решений этого уравнения хорошо известны (об эффекте «вмороженности» поля см., например, в [10]), однако для последующего целесообразно переформулировать известные результаты применительно к конкретному случаю тепловой волны.

Рассмотрим прежде всего плоскую волну скорости $v = v(x - Dt)$, направленной вдоль оси x , перпендикулярно однородному внешнему полю \mathbf{B}_0 , с направлением которого совместим ось z . Единственная отличная от нуля компонента магнитного поля B_z удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (vB) = 0,$$

общее решение которого есть

$$B = F[\zeta - f(\xi)] / (1 - v/D), \quad \xi = x - Dt, \quad \zeta = x + Dt,$$

где F — произвольная функция; $f(\xi)$ — решение уравнения

$$df/d\xi = [v(\xi) + D] / [v(\xi) - D].$$

Если волна занимает конечную (вдоль оси x) область, т. е. если $v \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \pm \infty$, то

$$(2.4) \quad B = B_0 [1 - v(\xi)/D]^{-1}.$$

Если на некоторой поверхности $\xi = \xi_0$ скорость терпит разрыв, то терпит разрыв и магнитное поле.

Если перед разрывом $v = 0$, то величина скачка магнитного поля определяется соотношением

$$[B] \equiv B(\xi = \xi_0 - 0) - B(\xi = \xi_0 + 0) = v(\xi = \xi_0 - 0) B_0 / [D - v(\xi = \xi_0 - 0)].$$

Разрыв магнитного поля обусловлен протеканием по поверхности $\xi = \xi_0$ токов, направленных вдоль оси y , величина I которых определяется при интегрировании первого уравнения системы (2.2) по контуру, пересекающему поверхность,

$$(2.5) \quad I = \frac{c}{4\pi} [B] = \frac{cB_0}{4\pi} \frac{v(\xi = \xi_0 - 0)}{D - v(\xi = \xi_0 - 0)}.$$

При этом вкладом токов смещения можно пренебречь из-за множителя D/c , отражающего вклад этих токов в I .

По поводу результатов (2.4), (2.5) отметим, что поле и токи неограниченно возрастают при $v \rightarrow D$. Равенство $v = D$ имеет место, например, при движении газа как твердого тела, реально же следует учитывать включение в волну газа, ранее покоившегося перед фронтом, так что всегда имеет место

равенство $v < D$, и, следовательно, $B > B_0$, т. е. магнитное поле усиливается волной скорости.

Переходя к сферической геометрии, остановимся на случае, когда внешнее магнитное поле имеет в сферической системе координат одну компоненту B_φ , зависящую от полярного угла ϑ , согласно соотношению

$$B_\varphi(r, \vartheta) = B_0(r) \sin \vartheta.$$

При этом из уравнения (2.3) следует

$$(2.6) \quad \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rvB) = 0.$$

Рассмотрим автомодельную волну скорости

$$v = V_0(t_0/t)^\alpha f(\xi), \quad \xi \equiv (t_0/t)^\beta (r/r_0),$$

где V_0 , t_0 , r_0 — постоянные масштабы. Отметим, что при $\alpha + \beta = 1$ отношение скорости газа в какой-нибудь точке волны (т. е. при фиксированном ξ) к скорости самой волны (т. е. к величине $(dr/dt)_\xi$) остается постоянным и равным

$$(2.7) \quad v(\xi)/(dr/dt)_\xi = f(\xi)/\lambda \xi, \quad \lambda \equiv \beta r_0/V_0 t_0,$$

что делает эту постановку аналогом задачи о плоской волне скорости.

При $\beta + \alpha = 1$ уравнение (2.6) имеет автомодельное решение

$$B(\xi) = B_0 \exp \left\{ - \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\xi}{\xi} \frac{(f\xi)'}{(\lambda\xi - f)} \right\}.$$

Если вблизи фронта $\xi = \xi_0$ функция f с ростом ξ быстро спадает от f_0 до нуля, то интеграл в показателе экспоненты можно вычислить, вынося сравнительно медленно меняющуюся функцию ξ из-под знака дифференцирования и заменяя $\lambda\xi$ на $\lambda\xi_0$. После соответствующих вычислений получим, что вблизи $\xi = \xi_0$ поле меняется по закону

$$B(\xi) \approx B_0 \lambda \xi_0 [\lambda \xi_0 - f(\xi)]^{-1}.$$

Переходя к пределу скачкообразного изменения функции $f(\xi)$, можно записать

$$B(\xi = \xi_0 - 0) = B_0 D / (D - v_0),$$

где с учетом соотношения (2.7) обозначено $v(\xi = \xi_0 - 0) \equiv v_0$, $(dr/dt)_{\xi = \xi_0} \equiv D$. Таким образом, в сферическом случае скачок магнитного поля на фронте волны равен

$$(2.8) \quad [B_\varphi] = B_0 v_0 (D - v_0)^{-1} \sin \vartheta; \quad I_\vartheta = (c/4\pi) [E_\varphi],$$

что вполне согласуется с выражением (2.5) для плоского случая.

Движение газа во внутренних областях тепловой волны приводит к возбуждению токов и полей, не проявляющихся вне волны, так как высокая проводимость препятствует распространению поля. Однако движение газа в прифронтовой зоне, инициированное разностью давлений перед и за фронтом тепловой волны, приводит к поверхностным токам, текущим по фронту волны. Эти токи могут излучать поля, в том числе и волновые сигналы. Величина этих токов может быть оценена, если, используя закон сохранения массы на фронте

$$\rho_1 (D - v_0) = \rho_0 D,$$

где ρ_1 — плотность газа за фронтом волны; ρ_0 — перед фронтом, отношение $v_0/(D - v_0)$ в (2.8) заменить отношением ρ_1/ρ_0 . Величина этого отношения в различные моменты времени приведена в работе [7], из которой, в частности, следует, что в моменты времени $\approx 40 - 80$ мкс отношение ρ_1/ρ_0 достигает величины $\approx 8 - 12$, поэтому величина поверхностных токов, связанных с эффектами «вмороженности» поля

$$(2.9) \quad I_\vartheta = B_0(c/4\pi)(\rho_1/\rho_0) \sin \vartheta$$

примерно на порядок больше величины токов $B_0(c/4\pi) \sin \vartheta$, необходимых для «вытеснения» поля из внутренних областей волны (см., например, [11]). Протекание поверхностных токов (2.9) можно описывать как изменение некоторого эффективного дипольного момента P тепловой волны

$$(2.10) \quad \frac{dP}{dt} = 2\pi R^2 \int_0^\pi I_\vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{\pi c}{4} R^2 B_0(R) \frac{\rho_1}{\rho_0},$$

где R — радиус фронта волны. Соотношение (2.10) позволяет, используя выражение для волнового поля электрического диполя, определить излученный сигнал

$$(2.11) \quad E = \frac{1}{rc^2} \frac{d^2P}{dt^2} = \frac{\pi}{4rc} \frac{d}{dt} \left\{ B_0(R(t)) R^2(t) \frac{\rho_1(t)}{\rho_0} \right\}.$$

Подробный расчет излученного сигнала требует детальной информации о распределении начального поля B_φ , а также о временных зависимостях плотности газа, радиуса и скорости фронта тепловой волны в начальные моменты времени. Ряд оценок, однако, можно произвести, не прибегая к подробным вычислениям. Принимая, согласно [3], величину $B_0 \approx 10^2 \text{ Э}$, а, согласно [7], величины R и ρ_1/ρ_0 в момент времени ≈ 60 мкс равными ≈ 7 м и ≈ 10 соответственно и заменяя d/dt на $T^{-1} \approx 10^5 \text{ с}^{-1}$, получим из (2.11) оценку для электрического поля на расстоянии $r \approx 50$ км

$$E \sim B_0 R^2 \rho_1 / rc T \rho_0 \approx 10 \text{ В/м},$$

что по порядку величины согласуется с экспериментально наблюдаемой амплитудой сигнала (п.1).

Отметим ряд вопросов, доработка которых необходима для построения на основе рассмотренного эффекта адекватной модели излучателя регистрируемого импульса.

Существенное влияние на результат оказывает структура фронта тепловой волны, в частности, потому что именно структурой фронта определяется возможность выхода из тепловой волны излучения токов, текущих в зоне фронта. Не исключена возможность и того, что на результирующее распределение термо- и гидродинамических параметров может влиять усиленное во внутренних областях волны магнитное поле, давление которого в этом случае необходимо учитывать при расчетах.

Авторы выражают благодарность Ю. П. Райзеру за содержательное обсуждение отдельных аспектов затронутых выше вопросов.

Поступила 17 III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Компанеев А. С. Радиоизлучение атомного взрыва. — ЖЭТФ, 1958, т. 35, № 6 (12), с. 1538—1544.
2. Gilinsky V. Kompaneets model for radio emission from a nuclear explosion. — «Phys. Rev.», 1965, vol. 137, N 1 A, p. 50—55.

3. Виленская Г. Г., Имшенник В. С., Медведев Ю. А., Степанов Б. М., Феоктистов Л. П. Электромагнитное поле, возбуждаемое в воздухе нестационарным источником гамма-излучения, находящимся на идеально проводящей плоскости.— ПМТФ, 1975, № 3, с. 18—26.
4. Gilinsky V., Peebles G. The development of a radio signal from a nuclear explosion in the atmosphere.— «J. Geoph. Res.», 1968, vol. 137, N 1, p. 405—414.
5. Jöhler J. R., Morgenstern J. C. Propagation of the ground wave electromagnetic signal with particular reference to a pulse of nuclear explosion.— «Proc. IEEE», 1965, vol. 53, N 12, p. 2048.
6. Медведев Ю. А., Федорович Г. В., Степанов Б. М. Радиоизлучение, сопровождающее возмущение геомагнитного поля нестационарным источником гамма-излучения.— «Геомагнетизм и аэронавигация», 1972, № 2, с. 191—195.
7. Brode H. L. Gas dynamic motion with radiation.— «Astronautica Acta», 1969, vol. 14, p. 433.
8. Karzas W. J., Latter R. The electromagnetic signal due to the interaction of nuclear explosion with earth's magnetic field.— «J. Geoph. Res.», 1962, vol. 67, N 12, p. 4635.
9. Райзер Ю. П. О торможении и превращении энергии плазмы, расширяющейся в пустом пространстве, в котором имеется магнитное поле.— ПМТФ, 1963, № 6, с. 19.
10. Ландау Л. Д., Lifшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
11. Федорович Г. В. Диамагнетизм проводников, движущихся в магнитном поле.— ПМТФ, 1969, № 2, с. 56.

УДК 536.46

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАЖИГАНИЯ ГАЗА НАКАЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев

(Москва)

Задача о поджигании гомогенной горючей смеси является классической задачей теории горения. Наряду с практическим значением ее анализ дает возможность на примере одной из простейших задач нестационарного горения разрабатывать приближенные аналитические и численные методы решения. В работе [1] впервые рассмотрена задача о зажигании конденсированной среды. В ряде работ (например, [2, 3], обзор [4]) численно рассмотрено зажигание газа.

В последнее время предпринимаются попытки построения приближенных аналитических решений задач о поджигании на основе метода срачиваемых асимптотических разложений. В работах [5, 6] с помощью этих методов проведен анализ зажигания конденсированной фазы световым потоком. Зажигание конденсированной фазы накаленной поверхностью исследовалось в [7] и одним из авторов*.

1. Постановка задачи. Одномерная задача зажигания газа плоской накаленной поверхностью, поддерживаемой при постоянной температуре, при ряде упрощающих предположений может быть описана следующей системой уравнений, граничных и начальных условий:

$$(1.1) \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - mc \frac{\partial T}{\partial z} + Qk\rho^n (1-y)^n e^{-E/RT};$$

* Берман В. С. Некоторые вопросы теории распространения зоны с экзотермическими химическими реакциями в газовой и конденсированной средах. Дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. ИИМ АН СССР, М., 1974.