ЛИТЕРАТУРА

1. **Овсянников Л. В.** Введение в механику сплошных сред // Учебное пособие для студентов НГУ.— Новосибирск: НГУ, 1977.— Ч. I, II.
2. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Статистическая физика.— М.: Наука, 1964.
3. **Мейрманов А. М.** Задача Стефана.— Новосибирск: Наука, 1986.
4. **Олейник О. А.** Об одном методе решения общей задачи Стефана // ДАН СССР.— 1960.— Т. 135, № 5.
5. **Борисов В. Т., Виноградов В. В., Тяжельникова И. Л.** Квазиравновесная теория двухфазной зоны и ее применение к затвердеванию сплавов // Изв. вузов. Черн. металлургия.— 1977.— № 5.
6. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Физматгиз, 1963.
7. **Кронрод А. С.** О функциях двух переменных // УМН.— 1950.— Т. 5, вып. 1.
8. **Чупахин А. П., Сидельников А. А., Болдырев В. В.** Влияние возникающих при твердофазных превращениях механических напряжений на их кинетику // Изв. СО АН СССР. Сер. хим. наук.— 1985.— Вып. 6.

Поступила 20/I 1987 г.

УДК 532.526

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛАХ ПРИ СИЛЬНОМ ВДУВЕ

С. В. Пейгин, Б. Ф. Филоненко
(Томск)

Исследование нестационарного тепло- и массообмена при течении сжимаемого газа около затупленных тел с проницаемой поверхностью необходимо для решения многих прикладных задач. В частности, такие задачи возникают при принудительном, зависящем в общем случае от времени выдувании газа через пористую либо перфорированную поверхность с целью организации газовой завесы. Аналогичные вопросы возникают также при рассмотрении ряда устройств химической технологии в различных режимах их работы.

В связи с этим в литературе имеется ряд работ, в которых как приближенными аналитическими [1, 2], так и численными методами [3—5] изучались нестационарные процессы, происходящие в ламинарных плоских либо осесимметричных пограничных слоях в сжимаемом газе на непроницаемой поверхности. Влияние вдува (отсоса) на характеристики нестационарного двумерного пограничного слоя рассматривалось в [6, 7]. Вопросы нестационарного теплообмена в окрестности критической точки двоякой кривизны освещены в [8, 9], а влияния интенсивного вдува на основные характеристики стационарного течения в пространственном ламинарном пограничном слое — в [10—13].

В настоящей работе в широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи получены численные и асимптотические решения уравнений нестационарного пространственного ламинарного пограничного слоя на проницаемой поверхности, в том числе для случая сильного вдува.

1. Постановка задачи. Рассмотрим пространственное нестационарное обтекание сверхзвуковым потоком газа затупленных тел с проницаемой поверхностью при больших числах Рейнольдса Re набегающего потока. Выберем невырожденную криволинейную систему координат (x^1, x^2, x^3) с началом в критической точке, нормально связанную с обтекаемой поверхностью: $x^3 = \mathrm{const}$ — семейство поверхностей, параллельных поверхности тела ($x^3 = 0$), x^1 и x^2 — криволинейные координаты на поверхности.

Далее исследуем такие тела, для которых продольный градиент давления ∇p^*, полученный из решения уравнений, описывающих невязкое обтекание данного тела,— величина порядка $O(\rho_\infty V_\infty^2/L)$. Как показывает асимптотический анализ нестационарных пространственных уравнений Навье — Стокса для случая гиперзвукового обтекания тел при наличии вдува при выполнении условий

$$(1.1)\qquad \frac{\rho_w^* v_w^*}{\rho_\infty V_\infty} \leqslant O(1), \quad \lambda = \frac{\rho_w^* v_w^{*2}}{\rho_\infty V_\infty^2} \ll 1, \quad \mathrm{Re} = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu_0^*} \gg 1,$$

уравнения нестационарного пространственного ламинарного пограничного слоя асимптотически верно описывают течение в пристенном слое около поверхности тела. В системе координат (x^1, x^2, x^3) по своему виду они отличаются от уравнений, описывающих стационарное течение в трехмерном пограничном слое и приведенных, например, в [13], лишь рядом нестационарных членов: в уравнение неразрывности необходимо дописать член $\sqrt{g}\,\partial\rho/\partial t$, а во всех остальных заменить оператор D на $D^* \equiv D + \partial/\partial t$. Данные уравнения решаются с граничными условиями

$$(1.2)\qquad x^3 \to \infty{:}\ u = u_e(x^1, x^2, t),\ w = w_e(x^1, x^2, t),\ T = T_e(x^1, x^2, t);$$

$$(1.3)\qquad x^3 = 0{:}\ u = u_w(x^1, x^2, t),\ w = w_w(x^1, x^2, t),\ T = T_w(x^1, x^2, t),$$

$$\rho v = G(x^1, x^2, t), \quad \lim_{x^1, x^2 \to 0} \frac{u_w}{u_e} < \infty, \quad \lim_{x^1, x^2 \to 0} \frac{w_w}{w_e} < \infty.$$

Для удобства численного решения задачи перейдем в исходной системе уравнений и граничных условий к переменным типа А. А. Дородницына, позволяющим разрешить особенности в критической точке, а также в плоскостях симметрии исследуемого течения:

$$(1.4)\qquad \xi = x^1, \quad \eta = x^2, \quad \zeta = \frac{u_e}{\xi}\sqrt{\frac{g}{g_{11}}}\int_0^{x^3} \rho\, dx^3, \quad \tau = t,$$

$$u^* = \frac{u}{u_e} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \zeta}, \quad w^* = \frac{w}{w_e} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \zeta}, \quad \Theta = \frac{T}{T_e}, \quad l = \frac{\mu\rho}{\mu_e\rho_e}.$$

В переменных (1.4) исходная система уравнений и граничных условий примет вид (индекс * опускаем)

$$(1.5)\qquad (lu'_\zeta)'_\zeta = Du + \beta_1(u^2 - \Theta) + \beta_2(w^2 - \Theta) + \beta_3(uw - \Theta) + \gamma_1(u - \Theta),$$

$$(lw'_\zeta)'_\zeta = Dw + \beta_4(w^2 - \Theta) + \beta_5(u^2 - \Theta) + \beta_6(uw - \Theta) + \gamma_2(w - \Theta),$$

$$\left(\frac{l}{\sigma}\Theta'_\zeta\right)'_\zeta = D\Theta + \Theta(\beta_7 + \beta_8 u + \beta_9 w) - l\left[\alpha_6(u'_\zeta)^2 + \alpha_7 u'_\zeta w'_\zeta + \alpha_8(w'_\zeta)^2\right],$$

$$D \equiv \alpha_0\frac{\partial}{\partial\tau} + \alpha_1 u\frac{\partial}{\partial\xi} + \alpha_2 w\frac{\partial}{\partial\eta} - (\alpha_1\varphi'_{1\xi} + \alpha_2\varphi'_{2\eta} + \alpha_3\varphi_1 + \alpha_4\varphi_2 + \alpha_5)\frac{\partial}{\partial\zeta};$$

$$(1.6)\qquad \zeta \to \infty{:}\ u = w = \Theta = 1;$$

$$(1.7)\qquad \zeta = 0{:}\ u = u_w,\ w = w_w,\ \Theta = \Theta_w,$$

$$(\xi\varphi_1)'_\xi + (\alpha_2\varphi_2)'_\eta = -\sqrt{g}\,G(\xi, \eta) \equiv F_w.$$

Выражения для коэффициентов уравнений (1.5) не приводятся. Отметим только, что они являются известными функциями и зависят от времени, геометрии обтекаемого тела и распределения давления вдоль его поверхности.

2. Асимптотическое решение задачи при сильном вдуве. Рассмотрим случай, когда параметр вдува, обычно используемый в теории ламинарного пограничного слоя [10 — 13], $f_w = \sqrt{\mathrm{Re}}\,\rho_w^* v_w^*/\rho_\infty V_\infty$ будет достаточно большим. При этом задача становится сингулярной и решать ее можно методом сращиваемых асимптотических разложений [14]. Пограничный слой разбивается на слой вдува, примыкающий к телу, где эффекты молекулярного переноса в первом приближении несущественны, и на слой смешения, где они играют основную роль.

Слой вдува. Течение в слое вдува в первом приближении описывается системой уравнений

$$
(2.1)\quad \frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g}\,\rho)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u\sqrt{\frac{g}{g_{11}}}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho w\sqrt{\frac{g}{g_{22}}}\right)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho v\sqrt{g})=0,
$$

$$
\rho(Du+A_1u^2+A_2w^2+A_3uw)=A_4,
$$

$$
\rho(Dw+B_1u^2+B_2w^2+B_3uw)=B_4,
$$

$$
\rho DT=\frac{\gamma-1}{\gamma}D^0p,\quad x\equiv x^1,\quad y\equiv x^2,\quad z\equiv x^3,
$$

которая решается при начальных условиях

$$
(2.2)\quad t=0:\ u=u^0(x,y,z),\ w=w^0(x,y,z),\ T=T^0(x,y,z),\ v=v^0(x,y,z)
$$

(верхним индексом 0 отмечены стационарные решения системы (2.1), приведенные в [11, 12]). В качестве граничных условий к системе (2.1) берутся условия (1.3) на поверхности тела.

Рассмотрим случай, когда давление на внешней границе пограничного слоя и температура тела в критической точке не зависят от времени:

$$
(2.3)\qquad \frac{\partial p}{\partial t}=0,\quad \frac{\partial T_w}{\partial t}(0,0)=0.
$$

Тогда решение системы (2.1), (2.2), (1.3) в окрестности критической точки удается выписать в квадратурах:

$$
(2.4)\qquad \left|\frac{(u(t,\tau)+1)(U(\tau)-1)}{(u(t,\tau)-1)(U(\tau)+1)}\right|=\exp[2(t-\tau g(\tau))],
$$

$$
\left|\frac{(w(t,\tau)+1)(W(\tau)-1)}{(w(t,\tau)-1)(W(\tau)+1)}\right|=\exp[2\alpha(t-\tau g(\tau))],
$$

$$
z(t,\tau)=\tau(g(\tau)-1)+\int_{\tau g(\tau)}^{t}v\,dt,
$$

$$
v(t,\tau)=V(\tau)-\int_{\tau(g(\tau)-1)}^{z}(u+\alpha w)\,dz,
$$

$$
U(\tau)=\begin{cases}u_w(\tau), & \tau\geqslant 0,\\ u^0(-\tau), & \tau<0,\end{cases}\qquad W(\tau)=\begin{cases}w_w(\tau), & \tau\geqslant 0,\\ w^0(-\tau), & \tau<0,\end{cases}
$$

$$
V(\tau)=\begin{cases}v_w(\tau), & \tau\geqslant 0,\\ v^0(-\tau), & \tau<0,\end{cases}\qquad \tau=\begin{cases}t^*, & \tau\geqslant 0,\\ -z^*, & \tau<0,\end{cases}\qquad g(\tau)=\frac{1}{2}(\operatorname{sgn}(\tau)+1),
$$

$$
\alpha=\sqrt{\frac{p_{2y}}{p_{2x}}},\quad p_{2x}=-\frac{\gamma-1}{2\gamma}\rho_w^{-1}\frac{\partial^2p}{\partial x^2}(0,0),\quad p_{2y}=-\frac{\gamma-1}{2\gamma}\rho_w^{-1}\frac{\partial^2p}{\partial y^2}(0,0).
$$

Здесь t^*, z^* — координаты t и z выхода характеристики системы (2.1) в плоскости (t, z) с координатных линий $z = 0$ и $t = 0$ соответственно; $u_1 = p_{2x}^{-1/2}u_x'$; $w_1 = p_{2y}^{-1/2}w_y'$; $z_1 = p_{2x}^{1/2}z$; $i_1 = p_{2x}^{1/2}i$; индекс 1 опущен. Значения всех величин на разделяющей линии тока получаются из (2.4), если в них положить $\tau = -z^0$ (z^0 — координата z разделяющей линии тока в критической точке в стационарном решении).

В общем случае решение для профилей скоростей и температуры в слое вдува может быть найдено либо численно, либо в виде рядов по нормальной координате z.

На поверхности тела имеем асимптотические формулы для компонент напряжения трения и теплового потока:

$$\tau_x \equiv \mu \frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{z=0} = \frac{\mu}{(\rho v)_w}\Big[A_4 - \left(A_1 u_w^2 + A_2 w_w^2 + A_3 u_w w_w\right)\rho_w -$$

$$- \rho_w\left(\frac{\partial u_w}{\partial t} + \frac{u_w}{\sqrt{g_{11}}}\frac{\partial u_w}{\partial x} + \frac{w_w}{\sqrt{g_{22}}}\frac{\partial u_w}{\partial y}\right)\Big],$$

$$\tau_y \equiv \mu \frac{\partial w}{\partial z}\bigg|_{z=0} = \frac{\mu}{(\rho v)_w}\Big[B_4 - \rho_w\Big(B_1 u_w^2 + B_2 w_w^2 + B_3 u_w w_w +$$

$$+ \frac{\partial w_w}{\partial t} + \frac{u_w}{\sqrt{g_{11}}}\frac{\partial w_w}{\partial x} + \frac{w_w}{\sqrt{g_{22}}}\frac{\partial w_w}{\partial y}\Big)\Big],$$

$$q \equiv \lambda \frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{z=0} = -\frac{\lambda}{c_p(\rho v)_w}\Big[c_p\rho_w\left(\frac{\partial T_w}{\partial t} + \frac{u_w}{\sqrt{g_{11}}}\frac{\partial T_w}{\partial x} + \frac{w_w}{\sqrt{g_{22}}}\frac{\partial T_w}{\partial y}\right) -$$

$$- \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{u_w}{\sqrt{g_{11}}}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{w_w}{\sqrt{g_{22}}}\frac{\partial p}{\partial y}\Big].$$

Слой смешения. В окрестности разделяющей линии тока $z = z^*(x, y, t)$ в слое смешения вдуваемого газа и набегающего потока уравнения (2.1) становятся непригодными. Можно показать, что уравнения, определяющие структуру слоя смешения, совпадают по своему виду с исходными уравнениями нестационарного пространственного пограничного слоя, если в них заменить v на $V \equiv v - D^0 z^*$. Граничные условия при этом следующие:

$$u \to u_e,\ w \to w_e,\ T \to T_e \text{ при } z \to \infty,$$
$$u \to u_-,\ w \to w_-,\ T \to T_- \text{ при } z \to -\infty,$$
$$V = 0 \qquad \text{при } z = 0,$$

$u_-(x, y, t)$, $w_-(x, y, t)$, $T_-(x, y, t)$ определяются из решения внешней задачи в слое вдува на разделяющей линии тока. При этом, как видно из анализа решения внешней задачи, если условия (2.3) выполнены, то в первом приближении структура слоя смешения в переменных (1.4) не зависит от времени и совпадает со стационарным решением, полученным в [11, 15].

3. Численное решение задачи. Обсуждение результатов расчетов. Система уравнений (1.5)—(1.7) решалась численно на ЭВМ. Использовалась неявная разностная схема четвертого порядка точности по координате ζ, представляющая собой обобщение схемы [16] для пространственных нестационарных течений в пограничном слое. Рассматривалось обтекание под нулевым углом атаки эллиптического параболоида, уравнение поверхности которого в декартовой системе координат (y^1, y^2, y^3) имеет вид

$$y^3 = 0{,}5[(y^1)^2 + k^2(y^2)^2], \tag{3.1}$$

где k — отношение радиусов главных кривизн тела в критической точке. Набегающий поток считался гиперзвуковым и стационарным, давление на внешней границе пограничного слоя определялось по формуле Ньютона. Координаты (x^1, x^2) на поверхности тела выбирались аналогично [13], а определяющие параметры задачи варьировались в пределах

$$0{,}01 \leqslant k \leqslant 1,\quad 0{,}1 \leqslant \Theta_w \leqslant 0{,}5,\quad 0{,}5 \leqslant \omega \leqslant 1{,}0,\quad \sigma = 0{,}71,$$
$$0 \leqslant -F_w \leqslant 5. \tag{3.2}$$

При этом массовый расход газа через поверхность F_w и ее температура Θ_w — кусочно-гладкие функции ξ, η, τ, допускающие разрывы первого рода.

В процессе решения находили профили скорости и температуры поперек пограничного слоя, а также коэффициенты трения и теплообмена

$$c_\xi = \mu \frac{\partial u}{\partial \zeta}, \quad c_\eta = \mu \frac{\partial w}{\partial \zeta}, \quad c_q = \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta}. \tag{3.3}$$

Рассмотрим течение в окрестности критической точки двоякой кривизны. В качестве примера возьмем непрерывные и разрывные зависимости F_w, Θ_w от времени:

$$F_w = F_w^0 - \sin^2 \tau, \quad F_w = \begin{cases} a_1 & (\tau = 0), \\ a_2 & (\tau > 0); \end{cases} \tag{3.4а, б}$$

$$\Theta_w = \begin{cases} b_1 & (\tau = 0), \\ b_1 + b_2\tau & (0 < \tau \leqslant \tau_0), \\ b_1 + b_2\tau_0 & (\tau > \tau_0), \end{cases} \quad \Theta_w = \begin{cases} c_1 & (\tau = 0), \\ c_2 & (\tau > 0) \end{cases} \tag{3.5а, б}$$

(a_i, b_i, c_i — константы).

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 1—3. На рис. 1 изображены профили u (линии *1*, *2*, *4*) и w (линии *3*, *5*, *6*) поперек пограничного слоя для $\tau = 0{,}03$; 3,3; 10,3 (линии *4* и *6*; *2* и *5*; *1* и *3* соответственно) при $k = 0{,}5$, $F_w = -10$, $\omega = 0{,}5$, $\gamma = 1{,}4$ и задании Θ_w по закону (3.5а) ($b_1 = 0{,}1, b_2 = 1, \tau_0 = 0{,}15$); штриховыми линиями показано асимптотическое решение задачи в слое вдува.

Видно, что, хотя при $\tau > \tau_0$ температура поверхности тела Θ_w уже не зависит от времени, структура слоя вдуваемых газов достаточно долго зависит от времени. При этом, как следует из асимптотического решения, внутри слоя вдува формируются локальные экстремумы в профилях скорости и температуры. В целом анализ полученных решений позволяет сделать вывод о том, что, как и в стационарном случае [13], асимптотическое решение имеет хорошую точность при $-F_w \gtrsim 3$—5.

Проведенные расчеты позволили выявить ряд интересных закономерностей течения. Прежде всего необходимо отметить, что абсолютные значения коэффициентов трения и теплообмена на поверхности тела сильно зависят от определяющих параметров задачи. Так, при задании граничных условий в виде (3.4а), (3.5а) изменение c_ξ, c_q при увеличении k от 0,01 до 1 составляло 40—50%. В то же время относительные величины компонент напряжения трения и теплового потока, отнесенных к своим стационарным значениям

$$c_\xi^0 = \frac{c_\xi(\tau)}{c_\xi(0)}, \quad c_\eta^0 = \frac{c_\eta(\tau)}{c_\eta(0)}, \quad c_q^0 = \frac{c_q(\tau)}{c_q(0)}, \tag{3.6}$$

являются существенно более консервативными и слабо зависят от ряда определяющих параметров задачи.

Во-первых, как показали расчеты, c_ξ^0, c_η^0, c_q^0 практически не зависят от геометрического параметра k. Например, при задании F_w по закону (3.4а) значение c_q^0, найденное при $k = 0{,}01$, отличалось от c_q^0, подсчитанного при $k = 0{,}75$, на 1,5—2%. Соответствующее изменение c_ξ^0, c_η^0 составляло 2—4%. Во-вторых, указанные характеристики слабо зависят от параметров γ, ω.

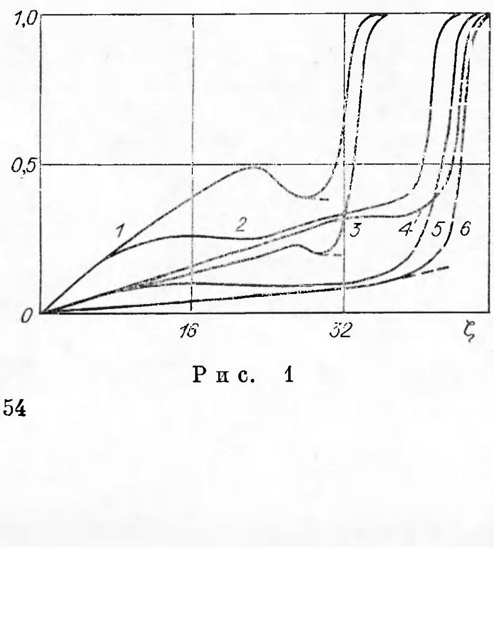

Рис. 1

В качестве примера, подтверждающего указанные закономерности течения, можно взять рис. 2, где приведены зависимости c_ξ^0 от времени для различных законов задания $F_w(\tau)$ и $\Theta_w(\tau)$. Здесь линии *1*, *2* соответствуют граничным условиям (3.4а) ($F_w^0 = -4$); *3* — условиям (3.4а) ($F_w^0 = -4$),

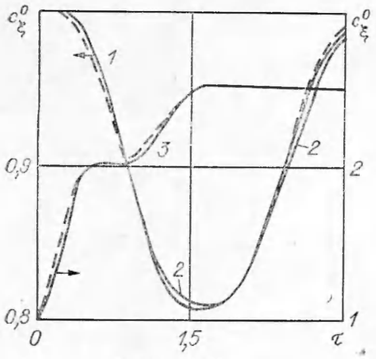

Рис. 2

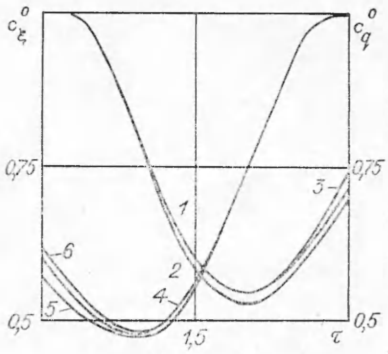

Рис. 3

(3.5а) ($b_1 = 0{,}1$, $b_2 = 0{,}25$, $\tau_0 = 0{,}6$); штриховые кривые — асимптотическое решение при сильном вдуве; линия *1* для $k = 0{,}01$, $\Theta_w = 0{,}25$, $\gamma = 1{,}4$; *2* — $k = 0{,}5$, $\Theta_w = 0{,}1$, $\gamma = 1{,}1$; *3* — $k = 0{,}75$, $\gamma = 1{,}2$. Аналогичные зависимости c_ξ^0 и c_q^0 (линии *1—3* и *4—6* соответственно) для граничного условия (3.4а) $(F_w^0 = -0{,}5)$ и стационарной температуры поверхности даны на рис. 3. Здесь кривые *1*, *4* для $k = 0{,}5$, $\Theta_w = 0{,}1$, $\gamma = 1{,}4$; *2*, *5* — $k = 1{,}0$, $\Theta_w = 0{,}25$, $\gamma = 1{,}2$; *3*, *6* — $k = 0{,}1$, $\Theta_w = 0{,}2$, $\gamma = 1{,}1$.

Исходя из отмеченной слабой зависимости c_ξ^0, c_η^0, c_q^0 от отношения радиусов главных кривизн тела в критической точке k, можно предложить следующие формулы для расчета в окрестности критической точки двоякой кривизны абсолютных нестационарных значений компонент напряжения трения и теплового потока на поверхности тела:

$$c_\xi(k, \tau) = c_\xi^*(k)\, c_\xi^0(1, \tau), \quad c_\eta(k, \tau) = c_\eta^*(k)\, c_\eta^0(1, \tau), \tag{3.7}$$
$$c_q(k, \tau) = c_q^*(k)\, c_q^0(1, \tau),$$

где $c_\xi^*(k)$, $c_\eta^*(k)$, $c_q^*(k)$ определяются из стационарного решения задачи и могут быть подсчитаны по аналитическим формулам [13]; $c_\xi^0(1, \tau)$, $c_\eta^0(1, \tau)$, $c_q^0(1, \tau)$ — относительные величины компонент напряжения трения и теплового потока, вычисленные для обтекания осесимметричного тела. Формулы (3.7) позволяют вычислить c_ξ, c_η, c_q для произвольного k, зная лишь соответствующие решения для осесимметричного случая. Сравнение (3.7) с численным решением задачи в широком диапазоне изменения k, γ и коэффициентов в условиях (3.4), (3.5) показало, что максимальное их отличие не превосходит 7—8%.

Рассмотрим течение в окрестности плоскости симметрии $y^2 = 0$. Температура поверхности считалась стационарной, а параметр вдува F_w функцией (в том числе и разрывной) времени и координаты $\xi = y^1$. В процессе расчета наряду с профилями скорости и температуры определялись также относительные коэффициенты

$$\tau_\xi^0 = \frac{c_\xi(\xi, \tau)}{c_\xi(0, 0)}, \quad \tau_\eta^0 = \frac{c_\eta(\xi, \tau)}{c_\eta(0, 0)}, \quad q^0 = \frac{c_q(\xi, \tau)}{c_q(0, 0)}, \tag{3.8}$$

значения которых в критической точке совпадают с соответствующими величинами, определяемыми по формулам (3.6). Некоторые характерные примеры распределения q^0 при $k = 0{,}25$, $\omega = 0{,}5$, $\gamma = 1{,}4$ и различных способах задания $F_w = F_w(\xi, \tau)$ и Θ_w приведены на рис. 4, 5: рис. 4 — непрерывная зависимость F_w от времени в виде (3.4а) $(F_w^0 = -0{,}5)$ при $\Theta_w = 0{,}1$; рис. 5 — расчет, когда $\Theta_w = 0{,}25$, $F_w = -0{,}5$ (при $\tau < 0{,}45$ и $0{,}05 \leqslant \xi \leqslant 0{,}25$) и $F_w = 0$ (в остальных случаях).

Сравнения показали, что наличие разрыва в векторе скорости вдуваемого газа как по времени, так и по пространству сильно сказывается

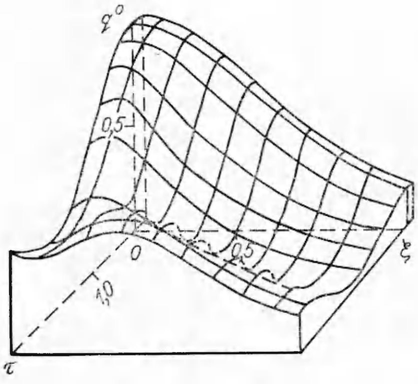

Рис. 4

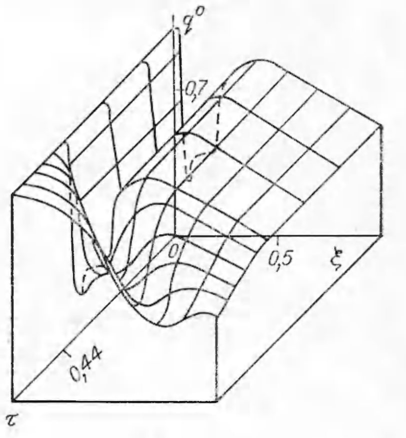

Рис. 5

на характере τ_ξ^0, τ_η^0, q^0. Однако проведенные расчеты в целом позволяют сделать вывод о том, что влияние разрывного характера зависимости граничных условий от времени и пространственных координат в сильной степени локализуется в окрестности отвечающих точек или линий разрывов. Аналогичный результат для стационарных течений в пространственном пограничном слое при наличии частично проницаемого участка поверхности получен в [17].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Gribben R. J.** The laminar boundary layer on a hot cylinder fixed in a fluctuating stream // J. Appl. Mech.— 1961.— V. 28.— P. 339.
2. **Telionis P. P., Gupta T. R.** Compressible oscillating boundary layers // AIAA J.— 1977.— V. 15, N 7.
3. **Виленский В. Д.** Нестационарный конвективный теплообмен при внешнем обтекании тел // ТВТ.— 1974.— Т. 12, № 5.
4. **Vimala C. S., Nath G.** Unsteady laminar boundary layers in compressible stagnation flow // J. Fluid Mech.— 1975.— V. 70.— P. 561.
5. **Прозорова Э. В.** Решение уравнений нестационарного пограничного слоя // ПМТФ.— 1983.— № 2.
6. **Tsahalis D. T.** Turbulent boundary layers with unsteady injection-suction // Trans. ASME. J. Fluids Engng.— 1980.— V. 102, N 3.
7. **Корниенко Е. С., Шманенков В. Н.** О влиянии вдува на характеристики нестационарного пограничного слоя на колеблющемся клине в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 1.
8. **Nath G., Kumari M.** Unsteady three-dimensional compressible stagnation point boundary layers // AIAA J.— 1978.— V. 16, N 9.
9. **Kumari M., Nath G.** Unsteady 3-dimensional boundary layer flow near an asymmetric stagnation point with mass transfer // Intern. J. Engng Sci.— 1980.— V. 18, N 11.
10. **Гершбейн Э. А.** Асимптотическое решение уравнений трехмерного пограничного слоя при сильном вдуве // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1975.— № 2.
11. **Гершбейн Э. А., Пейгин С. В.** Ламинарный пространственный пограничный слой в плоскостях симметрии затупленных тел при сильном вдуве // ТВТ.— 1981.— Т. 19, № 3.
12. **Гершбейн Э. А., Пейгин С. В.** О численных и асимптотических решениях уравнений пространственного пограничного слоя на проницаемой поверхности // Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений.— М.: Изд-во МГУ, 1981.
13. **Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А., Пейгин С. В.** Исследование пространственного пограничного слоя на затупленных телах с проницаемой поверхностью // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 3.
14. **Коул Дж.** Методы возмущений в прикладной математике.— М.: Мир, 1972.
15. **Гершбейн Э. А., Пейгин С. В.** О численном решении уравнений пространственного слоя смешения // ЖВММФ.— 1984.— Т. 24, № 1.
16. **Петухов И. В.** Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М.: Наука, 1969.
17. **Бородин А. П., Пейгин С. В.** Ламинарный пространственный пограничный слой на частично проницаемой поверхности // Аэродинамика.— Томск: ТГУ, 1984.

Поступила 9/IX 1986 г.